Dar dla biblioteki
UMCS
7.3.1970 Jerzy Rozwój

W. J. WYCZAŁKOWSKI i P. ZBOROWSKI

ĆWICZENIA PRAKTYCZNE
I ZADANIA
Z FIZYKI

WYDAWNICTWO M. ARCTA W WARSZAWIE
1 9 2 8

DRUKARNIA ZAKŁADÓW WYDAWNICZYCH
M. ARCT, SP. AKC. W WARSZAWIE
CZERNIAKOWSKA 225

PRZEDMOWA.

Książka niniejsza pomyślana jest jako podręcznik dla uczniów wyższych klas szkół średnich oraz dla pierwszych semestrów szkół akademickich. Łączenie tych dwóch poziomów, w zasadzie dość ryzykowne, wydaje się autorom w aktualnych warunkach, panujących w Polsce, rzeczą wskazaną: właśnie dlatego, że przerabianie ćwiczeń przez uczniów szkół średnich znajduje się dopiero „in statu nascendi", młodzież, przychodząca do laboratorjów uniwersyteckich, jest naogół słabo przygotowana i zaczynać tam musi od ćwiczeń elementarnych, dostępnych w zasadzie najzupełniej i dla ucznia szkoły średniej. To też większość ćwiczeń, opisanych w książce niniejszej, może być z niewielkiemi zmianami przerabiana i w pracowniach szkolnych, jako tako urządzonych. Zadania trudniejsze, lub wymagające kosztowniejszych aparatów, podane są przeważnie drobnym drukiem.

Z uwag powyższych wynika, że zamiarem autorów nie było wskazanie, jak zbudować przyrządy fizyczne przy pomocy środków „domowych". Inwencja w tym kierunku jest niewątpliwie bardzo cenna; jednakże nie należy jej nadużywać, gdyż wówczas może się łatwo zdarzyć, że środki przesłonią cel, a w dodatku uczeń otrzyma o metodach pomiarów fizycznych niezupełnie trafne wyobrażenie. Każde laboratorjum musi być zaopatrzone w pewną ilość zasadniczych przyrządów pomiarowych, fachowo wykonanych i służących do wykonywania pewnych typowych pomiarów lub obserwacyj.

Opisom takich pomiarów poświęcona jest książka niniejsza. Teoretyczne wstępy do opisywanych doświadczeń zostały przytem zredukowane do minimum: książka miała być jak najkrótszą, a przytem autorowie wychodzili w zasadzie z założenia, że teorja danego zjawiska znana jest uczącemu się z kursu szkolnego.

Oprócz tego do każdego rozdziału dodałem, stosownie do propozycji wydawcy, pewną ilość zadań na obliczenie; powinny one przyczynić się do uporządkowania i utrwalenia nabytych wiadomości,

a przez to i do lepszej orjentacji w przerabianych ćwiczeniach. Zadania te mogą być przeważnie przerabiane **przed** przestudjowaniem odpowiedniego rozdziału, do którego są dodane. Część z nich są to zadania t. zw. „maturalne"; oznaczone są one w tekście gwiazdką * przed numerem zadania.

Co do terminologji, to autorowie stosowali naogół tę, która jest powszechnie w języku polskim przyjęta; użyty został tylko termin „masa właściwa" zamiast „gęstość bezwzględna": termin ten przyjęty jest w Zakładzie Fizycznym Uniw. Warsz. i wydaje się autorom b. dogodnym.

Rozdział materjału na dwie osoby pozwalał mieć nadzieję na szybsze opracowanie i wydanie książki, której potrzeba jest bodaj dość paląca. Na tym podziale materjału polegała też głównie współpraca obu autorów. P. Zborowski opracował paragrafy: od 33 do 35, od 41 do 55, od 57 do 61 i od 64 do 74 [1]).

Niżej podpisanemu zależy na podkreśleniu, że za podstawę do decyzji wspólnej pracy autorów służyła bezpretensjonalność ich zamierzeń pod względem naukowym: dać uczącemu się w jak najzwięźlejszej formie praktyczne wskazówki objaśniające, bez angażowania się w głębszą analizę badanego zjawiska — oto był skromny cel książki. Z tego też punktu widzenia pracę tę oceniać należy.

Przedmowa niniejsza pisana jest podczas nieobecności p. Zborowskiego, bawiącego poza granicami Polski.

W. J. Wyczałkowski.

Warszawa, w sierpniu 1928.

---

[1]) Treść i forma dowodu na str. 129, oraz treść dowodu na str. 101 należą do piszącego te słowa.

§ 1. O błędach pomiarów.

Żaden pomiar fizyczny nie jest bezwzględnie dokładny. Ale też właśnie dlatego żaden nie ma wartości naukowej, jeśli niezbadany i nieobliczony został stopień dokładności jego, t. j. jeżeli nie obliczono, w jakich granicach zawierać się może ewentualny błąd ostatecznego rezultatu pomiaru (który to błąd może, oczywiście, być równie dobrze dodatni, jak ujemny). Przypuśćmy, np., że wykonywamy pomiar celem sprawdzenia prawa Boyle-Mariotte'a, i niechajby z obliczeń, opartych na tem prawie, wynikało, że objętość pewnej masy gazu powinna wynosić w pewnych określonych warunkach 375,3 cm^3, podczas gdy doświadczenie wykazuje, że wynosi ona 375,1 cm^3. Jeśli analiza rachunkowa wszystkich możliwych niedokładności, które mogliśmy popełnić podczas pomiaru, wykaże, że błąd ostateczny mógł wynosić do $\pm$ 0,4 cm^3, to powiemy, że doświadczenie nasze potwierdziło prawo Boyle-Mariotte'a; jeśli jednak znajdziemy, że nie mogliśmy omylić się więcej, niż o 0,05 cm^3, to powiemy, że doświadczenie zaprzeczyło temu prawu.

Analiza rachunkowa błędów pomiarów fizycznych jest naogół dość skomplikowana pod względem matematycznym i wymaga znajomości zasad t. zw. „rachunku prawdopodobieństwa"; to też w pomiarach, dokonywanych w laboratorjach szkolnych, nie można jej stosować z całą ścisłością. Jednakże ważnem jest bardzo, aby uczący się starał się zawsze zdać sobie choć w przybliżeniu sprawę z tego, jakie źródła błędów mogą występować podczas pomiaru, jak wielkie mogą być powodowane przez nie błędy i jaki jest ich wpływ na stopień dokładności rezultatu ostatecznego. Przypuśćmy, np., że mamy obliczyć niewiadomą v ze wzoru:

$$v = \frac{a - b}{t}$$

gdzie a i b oznaczają pewne długości, a t pewien przeciąg czasu. Niechajby pomiary dały następujące wyniki:

$a = 1375$ mm (mierzone zwykłą składaną miarką metrową),
$b = 72{,}4$ mm (mierzone kalibromierzem, str. 7),
$t = 18$ sec (mierzone zwykłym zegarkiem).

Podstawiając te liczby, otrzymamy: $v = 72,\ 3666\ldots$ mm/sec. Błędnem byłoby mniemanie, że dopisywanie coraz dalszych szóstek powiększałoby dokładność otrzymanego rezultatu. W samych pomiarach a, b i t tkwią bowiem niedokładności, skutkiem których wcale nie wiemy, czy rezultat, otrzymany na v, nie jest wogóle za duży; nie mamy więc wcale powodu powiększać go jeszcze trochę przez dopisywanie coraz to dalszych znaków dziesiętnych. Zauważamy przytem:

1) Mierząc a zwykłą (składaną) miarką metrową, nie możemy naogół być pewni, że błąd nasz (na 1375 milimetrach) nie przekracza 1 mm, zwłaszcza jeżeli miarka ma tylko 1 m długości, i musieliśmy ją dwa razy przykładać, aby zmierzyć 1375 mm. Wobec tego pomiar b przy pomocy kalibromierza z dokładnością do 0,1 mm jest zupełnie bezcelowy, albowiem i tak niewiadomo, czy suma $a - b$ nie jest o cały 1 mm za duża lub za mała. W najlepszym razie możemy więc przyjąć: $a - b = 1303$ mm, nie ręcząc jednak za ostatnią cyfrę, t. zn. za 4-tą cyfrę znaczącą.

2) Głównem źródłem błędu jest jednak pomiar czasu t: mierząc ten czas zwykłym zegarkiem, mogliśmy się bardzo łatwo pomylić o 1 sekundę; gdyby t wynosiło 19 sec, to mielibyśmy $v = 68{,}6$ mm/sec, gdyby zaś było $t = 17$ sec, to mielibyśmy $v = 76{,}7$ mm/sec.

Ostatecznie widzimy, że szukana wielkość v wynosi „około 72 mm/sec", i że w najlepszym razie możemy podać wartość: $v = 72$ mm/sec, nie ręcząc jednak za drugą cyfrę. Rezultat ten niebardzoby się zmienił, gdybyśmy przy pomiarze a popełnili błąd dochodzący do 50 mm (w górę lub w dół); i wtedy bowiem moglibyśmy na v otrzymać wartość „ok. 72 mm/sec", zależnie od tego, jaką wartość miałoby t (w przedziale 18 ± 1 sec). Druga cyfra dzielnika wpływa już na drugą cyfrę ilorazu. Wyciągnijmy stąd i zapamiętajmy następujące wnioski:

1) Całe doświadczenie pomiarowe jest tylko tak dokładne, jak najmniej dokładny z pomiarów częściowych, wchodzących w jego skład.

2) Jest bezcelowem przestrzeganie w rachunkach większej dokładności, niż ją posiadają pomiary.

3) Jeśli w jakiejś liczbie pewna cyfra jest wątpliwa, to wszystkie następne (t. zn. położone na prawo od niej) są również wątpliwe, najsłuszniej jest więc zastąpić je przez zera, lub nie pisać ich wcale (jeśli wypadają na prawo od przecinka).

4) Suma (oraz różnica) kilku składników posiada co najmniej tyle cyfr wątpliwych (licząc od prawej ręki ku lewej, bez względu na położenie przecinka), ile ich zawiera ten składnik, który ich ma najwięcej.

5) Iloczyn lub iloraz dwóch liczb posiada co najwyżej tyle cyfr niewątpliwych (licząc od lewej ręki ku prawej), ile ich zawiera ta z rzeczonych dwóch liczb, która ich ma mniej.

Zauważmy wkońcu, że o dokładności całego pomiaru stanowi nie tyle wartość bezwzględna popełnionego błędu, ile stosunek jej do wartości bezwzględnej samej wielkości mierzonej. Tak np. jeśli zamiast prawdziwej wartości 0,01 otrzymamy przy jakimś pomiarze 0,08, to pomiar nasz najczęściej będzie trzeba uważać jako zupełnie fałszywy; jeśli natomiast zamiast 96500 otrzymamy 96490, to rezultat przeważnie można będzie uznać za zadowalający, pomimo tego, że błąd wynosi tutaj 10 jednostek, podczas gdy w pierwszym przykładzie wynosił on tylko 0,07.

Niechaj szukana wielkość y będzie funkcją kilku mierzonych niezależnie od siebie wielkości $x_1, x_2 \dots x_n$:

$$y = f(x_1, x_2 \dots x_n) \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

Wówczas według twierdzenia Taylora:

$$\Delta y = \frac{df}{dx_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{df}{dx_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{df}{dx_n} \cdot \Delta x_n + \dots$$

$\Delta x_1, \Delta x_2, \dots \Delta x_n$ są to błędy w pomiarach wielkości $x_1, x_2, \dots x_n$; naogół będą one dostatecznie małe, aby można było pominąć dalsze wyrazy rozwinięcia. Zależnie od ich znaków składniki po prawej stronie mają znaki zgodne, lub różne; w najgorszym razie są one wszystkie tego samego znaku; wówczas bezwzględna wartość błędu Δy jest największa, i równa sumie bezwzględnych wartości składników po prawej stronie:

$$|\Delta y| = \left|\frac{df}{dx_1} \cdot \Delta x_1\right| + \left|\frac{df}{dx_2} \cdot \Delta x_2\right| + \dots + \left|\frac{df}{dx_n} \cdot \Delta x_n\right| \quad \dots \quad (2)$$

Tę wartość $|\Delta y|$ nazywamy „błędem granicznym" pomiaru; stosunek $|\Delta y| / |y|$, („błąd względny"), który wyrażamy często w procentach, jest właśnie miarą do-

kładności (ściślej mówiąc: miarą niedokładności) pomiaru. Oczywiście, rachunek błędu granicznego jedynie wtedy jest celowym, jeśli w równaniu (1) uwzględnione zostały po prawej stronie istotnie wszystkie te wielkości, od których y w wydatniejszym stopniu zależy, t. zn., jeżeli przy doświadczeniu nie przeoczyliśmy jakiegoś zasadniczego źródła błędu, zniekształcającego wogóle cały pomiar.

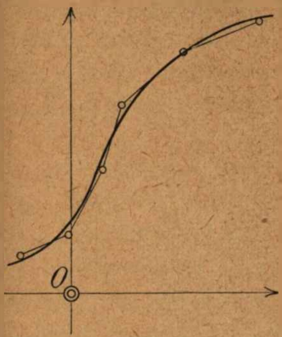
Należy przyjąć zasadę, że każdy poszczególny pomiar powinien być wykonany kilkakrotnie (najmniej 3-krotnie); z otrzymanych wartości (naogół będą one nieco różniły się od siebie) tworzymy *średnią arytmetyczną*, i tę ostatnią dopiero wprowadzamy do równania, z którego wyliczamy naszą niewiadomą. W ten sposób zwiększa się bowiem prawdopodobieństwo, że błędy przypadkowe, częściowo przynajmniej, zniosą się nawzajem. Zarazem daje nam to możność oszacowania „błędu granicznego". Przypuśćmy, np., że przy kilkakrotnym pomiarze długości a w przykładzie na str. 2 otrzymaliśmy następujące rezultaty:

$$a_1 = 1375 \text{ mm}$$
$$a_2 = 1376 \text{ ,,}$$
$$a_3 = 1374{,}5 \text{ ,,}$$
$$a_4 = 1374{,}5 \text{ ,,}$$
$$a_5 = 1375 \text{ ,,}$$

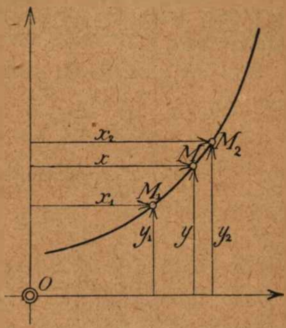
Otrzymujemy więc: $a = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5} = 1375$ mm, i tę wartość podstawiamy do wzoru na v. Zarazem możemy powiedzieć, że błąd, popełniony przy pomiarze a, nie przekracza prawdopodobnie ± 1 mm, ponieważ jest to największa różnica, o jaką a (średnie) odchyla się od wyników poszczególnych pomiarów (tutaj od a_2).

Często w pomiarach fizycznych mamy na celu nie tyle obliczenie jakiejś wielkości (niewiadomej wprawdzie, ale mającej pewną określoną i stałą wartość liczbową—np. przyśpieszenie swobodnego spadku g, częstość drgań pewnego określonego tonu ν, i t. d.), lecz zbadanie zależności, jaka zachodzi między dwiema (lub więcej) wielkościami zmiennemi (np. między objętością a prężnością gazu, temperaturą a natężeniem prądu termoelektrycznego, i t. d.). Pomiar sprowadza się wówczas do wyznaczenia kilku (lub więcej) wartości zmiennej niezależnej x oraz odpowiadających im wartości zmiennej zależnej y; z otrzymanych rezultatów układamy następnie odpowiednią tabelkę. Prawie zawsze będzie korzystnem przedstawić otrzymaną zależność w postaci wykresu. Na t. zw. „papierze milimetrowym", po obraniu odpowiedniej skali, wyznaczamy punkty według otrzymanej ta-

belki (kółka na rys. 1), poczem rysujemy odpowiednią krzywą. *Błędem, często popełnianym przez uczących się, jest ścisłe łączenie ze sobą tych punktów* (cienka linja łamana na rys. 1); naogół wziąwszy (choć niezawsze), słuszniej będzie wypośrodkować choćby „na oko" linję, przebiegającą pomiędzy niemi wszystkiemi (gruba linja krzy-



Rys. 1.



Rys. 2.

wa, rys. 1), a odchylenia otrzymanych punktów od tej linji traktować raczej jako wyniki przypadkowych niedokładności pomiarów; wielkość tych odchyleń daje nam możność oceny dokładności pomiarów. Narysowawszy krzywą, możemy następnie skorygować jeszcze naszą tabelkę. Oczywiście, postępowanie takie jest jedynie wtedy dopuszczalne, jeżeli odchylenia punktów od krzywej nie są zbyt wielkie.

Krótkie łuki krzywej (np. łuk $M_1\, M_2$, rys. 2) można uważać w przybliżeniu za odcinki proste (oczywiście, jeśli nie zawierają one jakichś gwałtownych załamań lub przerw). Wówczas mamy:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1},$$

skąd

$$y = y_1 + (y_2 - y_1) \cdot \frac{x - x_1}{x_2 - x_1},$$

lub też

$$x = x_1 + (x_2 - x_1) \cdot \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Równania te pozwalają nam obliczyć y (lub też x) dla pewnego punktu M, położonego między M_1 i M_2, jeżeli wszystkie wielkości, oprócz y (lub też x), są wiadome. Postępowanie takie nazywamy „interpolacją"; będziemy z niego niejednokrotnie korzystali. Błąd, który przy tem popełniamy, będzie tem mniejszy, im bliżej siebie będą le-

żały M_1 i M_2; jeśli odległość ich jest dostatecznie mała, t. zn. jeżeli różnice $(x_2 - x_1)$ oraz $(y_2 - y_1)$ są dostatecznie małe, to błąd ten jest mniejszy, niżeli inne błędy, popełniane podczas doświadczenia, można go tedy wcale nie brać pod uwagę.

Z tych samych powodów można przy wykonywaniu rachunków posiłkować się często następującemi *przybliżonemi* wzorami, które są tem bliższe prawdy, im mniejsze jest ε:

1. $(1 \pm \varepsilon)^2 = 1 \pm 2\varepsilon,$

2. $\sqrt{1 \pm \varepsilon} = 1 \pm \frac{1}{2}\varepsilon,$

3. $\frac{1}{1 \pm \varepsilon} = 1 \mp \varepsilon,$

4. $\frac{1}{(1 \pm \varepsilon)^2} = 1 \mp 2\varepsilon,$

5. $\frac{1}{\sqrt{1 \pm \varepsilon}} = 1 \mp \frac{1}{2}\varepsilon,$

6. $\sqrt{(a+\varepsilon)(a-\varepsilon)} = \frac{(a+\varepsilon)+(a-\varepsilon)}{2} = a,$

7. $\sin \varepsilon = \varepsilon = \operatorname{tg} \varepsilon.$

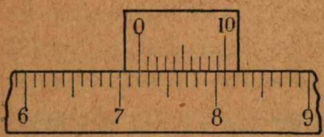
(Ad 6.: średnią geometryczną dwóch liczb, mało różniących się od siebie, zastępujemy przez średnią arytmetyczną ich).

ROZDZIAŁ I.

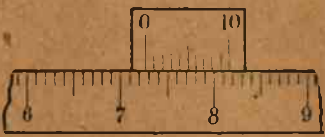
POMIARY DŁUGOŚCI, PÓL, OBJĘTOŚCI, KĄTÓW I CZASÓW.

§ 2. **Nonjusz** (rys. 3 i 4).

N o n j u s z, lub skala nonjusza jest jednym ze środków umożliwiających odczytywanie ułamków najmniejszych części jakiejś skali



Rys. 3.



Rys. 4.

(np. ułamków milimetrów). Jest to krótka skala *A* (rys. 3 i 4), ruchoma wzdłuż skali zasadniczej *B*. Niechaj wartość jednej działki

„nonjusza" wynosi a, wartość zaś najkrótszej działki skali B niech wynosi b. Zazwyczaj $a < b$, a mianowicie:

$$a = b \cdot \frac{p-1}{p},$$

gdzie p jest jakąś liczbą całkowitą (na rys. 3 i 4 $p = 10$; sprawdź!). Przesuńmy nonjusz z położenia rys. 3 w położenie rys. 4; pewna kreska nonjusza — dajmy na to n-ta — stanowi wówczas dokładnie lub prawie dokładnie przedłużenie jakiejś kreski skali B (na rys. 4 $n = 6$). Przesunięcie x wynosi więc:

$$x = nb - na = n\left(b - b \cdot \frac{p-1}{p}\right) = n \cdot \frac{b}{p}$$

(na rys. 4 $x = 0{,}6b$).

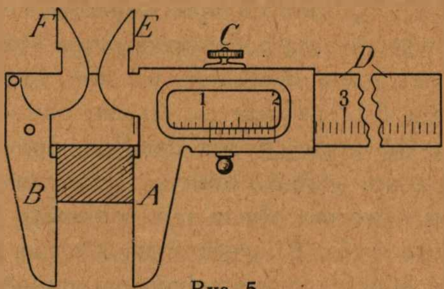
Przeważnie bywa $b = 1$ mm, $p = 10$; p prawie nigdy nie przekracza 50, albowiem oko nie jest już wówczas w stanie ocenić, która kreska nonjusza najlepiej przedłuża jakąś kreskę skali głównej. Nonjusz bywa używany bardzo często i do skal kątowych.

Przed pomiarem obejrzyj dokładnie, ile wynosi b oraz p!

Jeśli $b = 1$ mm, $p = 10$, to błąd pomiaru nie przekracza 0,05 mm.

§ 3. **Kalibromierz** (rys. 5).

K a l i b r o m i e r z (suwak pomiarowy, z niemiecka „szublera") służy do mierzenia długości niewielkich przedmiotów. Pomiędzy

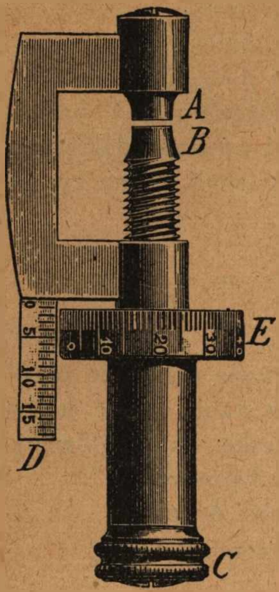


Rys. 5.

„szczęki" A i B (rys. 5) wkładamy mierzony przedmiot, zesuwamy je do zetknięcia z powierzchniami tegoż i odczytujemy na skali jego rozmiar. Zwykle szczęka A zaopatrzona jest w nonjusz. Śrubka zaciskowa C służy do unieruchomienia szczęki A na linjale D. Końce E i F służą do pomiaru średnicy otworów i t. d. Dokładność pomiaru — przeważnie do 0,05 mm.

§ 4. **Mikrometr** (rys. 6).

Mikrometr (śruba mikrometryczna) wygląda zwykle tak, jak na rys. 6. Przedmiot mierzony wsuwamy między *A* i *B*, poczem kręcimy główką *C* aż do zetknięcia *A* i *B* z przedmiotem. Na skali *D* odczytujemy całe milimetry (zwykle skok śruby = 1 mm), oprócz tego na bębenku *E* (podzielonym zwykle na 100 części) setne części. Czasem skala całych milimetrów umieszczona jest inaczej — poszukaj jej! Kręcić tylko główką *C*, zwłaszcza przy pomiarze przedmiotów łatwo deformujących się; główka ta jest dość luźno nasadzona na śrubę, kończącą się powierzchnią *B*, tak iż gdy *B* natrafi na opór, to śruba nie posuwa się już dalej, pomimo kręcenia główką *C*.



Rys. 6 (M. Kohl).

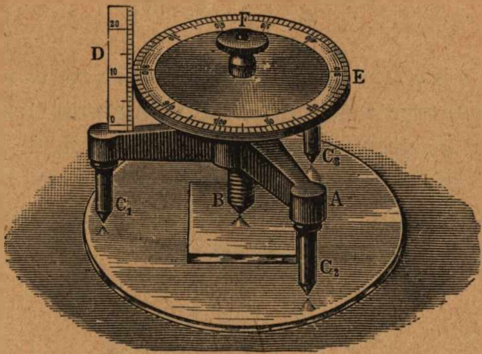
Dokładność pomiaru (póki przez zużycie nie wytworzy się t. zw. „martwy chód" śruby) — do 0,005 mm; należy tu już jednak nie zapominać o możliwych wpływach temperatury.

§ 5. **Sferometr** (rys. 7).

Trzy nóżki C_1, C_2, C_3, których ostre końce leżą w wierzchołkach trójkąta równobocznego, tworzą podstawkę, przez której środek przechodzi śruba mikrometryczna *B* o skoku 0,5 mm. Górny koniec śruby dźwiga tarczę okrągłą *E* o średnicy ca. 10 cm; obwód tarczy podzielony jest zwykle na 500 części (jedna działka odpowiada więc 0,001 mm). Chcąc zmierzyć np. grubość jakiejś płytki, stawiamy sferometr na gładkiej, płaskiej i twardej płycie (np. szklanej), kładziemy płytkę badaną pod koniec śruby *B*, kręcimy tą ostatnią (za łepek *F*) aż do zetknięcia się jej końca z powierzchnią przedmiotu (płytki) i odczytujemy całe milimetry oraz ich połowy na bocznej skali *D*, obok której przesuwa się ostry brzeg tarczy, tysiączne części zaś na samej tarczy obok wspomnianej bocznej skali.

Zwykle jednak sferometr posiada pewien błąd „położenia zerowego"; należy je przeto najpierw wyznaczyć, ustawiając przyrząd na płycie doskonale płaskiej i gładkiej (tafla szklana polerowana, bez żadnych rys — chodzi o tysiączne części mm!), opuszczając śrubę aż

do zetknięcia się jej końca z powierzchnią płyty, i notując położenie tarczy względem wspomnianej skali. Grubość mierzonej następnie płytki znajdziemy przez odejmowanie od siebie dwóch „położeń tarczy". Moment zetknięcia końca śruby z badaną powierzchnią rozpoznajemy tak: gdy śrubę spuścimy nieco za nisko, wtedy sferometr nie może stać na wszystkich 3-ch nóżkach; uderzając po nim delikatnie



Rys. 7.

końcem palca, usłyszymy więc lekki stuk nóżek o powierzchnię płyty. Jeśli powierzchnia badanego przedmiotu odbija dobrze światło, to można też uchwycić moment zetknięcia, patrząc na tę powierzchnię ukośnie pod światło i obserwując, kiedy koniec śruby zetknie się ze swem odbiciem w rzeczonej powierzchni. Czasem koniec śruby zaopatrzony jest w „czułek", połączony układem dźwigni ze wskazówką, której koniec wykonywa obszerny ruch przy minimalnem przesunięciu czułka.

Przy odczytywaniu milimetrów na skali bocznej patrzeć nie z góry, lecz z boku, tak, aby linja patrzenia leżała w płaszczyźnie górnej powierzchni tarczy. Powtarzać każdy pomiar kilkakrotnie i brać średnią arytmetyczną! Śrubę zawsze cofać z nadmiarem w górę i odczytywać moment zetknięcia, gdy idzie ona z góry na dół, nie naodwrót! (Unikamy w ten sposób błędu, spowodowanego przez ewentualny „martwy chód"). Dokładność pomiaru — do 0,001 mm, ewentualnie potrzebna poprawka na temperaturę!

Pomiar promienia krzywizny powierzchni kulistej przy pomocy sferometru. Niechaj wzajemna odległość ostrych końców nóżek sferometru $= a$. Wówczas promień ko-

ła, opisanego na trójkącie, utworzonym przez ostrza nóżek $r = \frac{a}{\sqrt{3}}$.
Stawiamy sferometr na badanej powierzchni kulistej; niechaj wysokość zmierzonej przy jego pomocy czaszy kulistej $= h$. Wówczas mamy $r^2 = h(2R - h)$, gdzie $R =$ szukany promień powierzchni kulistej. Stąd:

$$R = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{a^2}{h} + 3h \right)$$

Jeśli wartość a nie jest podana na sferometrze, to w celu jej zmierzenia stawiamy sferometr na papierze, wgniatamy lekko końce jego nóżek i mierzymy wzajemną odległość zostawionych śladów. (Zmierzyć wszystkie 3 odległości, wziąć średnią arytmetyczną!). Błąd pomiaru może tu dojść do 0,5 mm, przeto nadmierna dokładność przy pomiarze h w tym wypadku jest bezcelowa.

Błąd graniczny:

$$\Delta R = \frac{1}{6} \left\{ \left| \frac{2a}{h} \cdot \Delta a \right| + \left| \left(- \frac{a^2}{h^2} + 3 \right) \cdot \Delta h \right| \right\};$$

ostatecznie więc (jeśli $\Delta a = 0,5$ mm, $\Delta h = 0,001$ mm):

$$\Delta R = \frac{1}{6} \left\{ \frac{a}{h} + \left| \left(\frac{a^2}{h^2} - 3 \right) \right| \cdot 0,001 \right\} \text{ mm.}$$

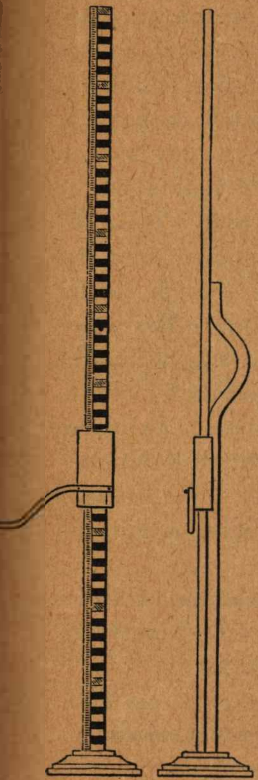
Pomiar a metodą wyżej podaną da nam naogół 2 pierwsze cyfry niewątpliwe, przeto przy pomiarze h wystarczą 3 cyfry niewątpliwe.

§ 6. **Katetometr** (rys. 8, 9, 10).

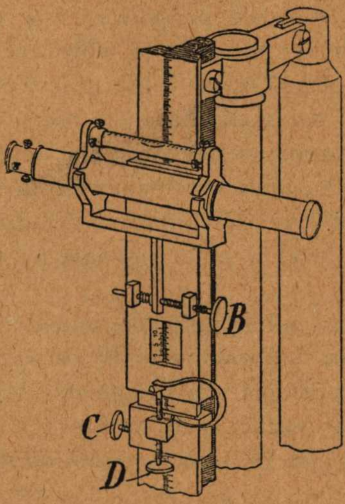
K a t e t o m e t r służy do pomiarów odległości pionowych.

N a j p r o s t s z y t y p (rys. 8) składa się ze skali pionowej i przesuwanego po niej rękawka, dźwigającego w s k a z ó w k ę. Koniec wskazówki nastawiamy na badane punkty; różnica położeń rękawka na skali jest szukaną odległością pionową ich. Koniec wskazówki winien być jak najbliżej punktów badanych, aby uniknąć błędu powstającego skutkiem pochyłego kierunku patrzenia (t. zw. „paralaksy")! Dokładność pomiaru b. niewielka.

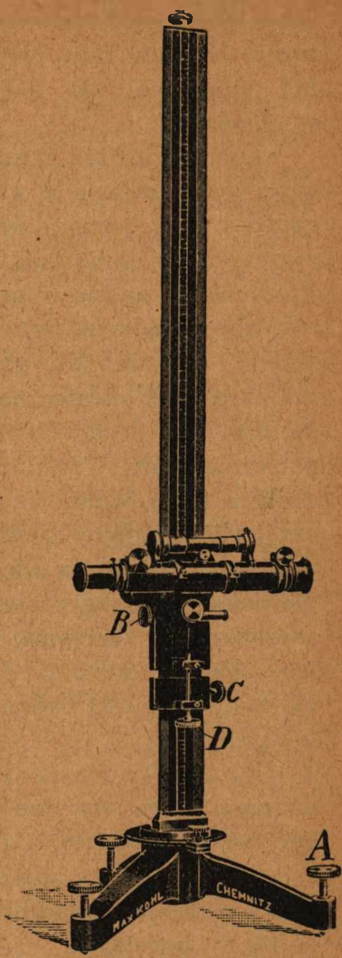
T y p d o k ł a d n i e j s z y posiada zamiast wskazówki w i z j e r czyli „wziernik", utworzony np. z dwóch poziomych nitek, leżących jedna za drugą na jednym poziomie. Obserwując poziom jakiegoś punktu, ustawiamy oko (w pewnej odległości od wizjera) tak, aby nitki zakrywały się nawzajem. Konstrukcja wizjerów bywa zresztą



Rys. 8.



Rys. 9.



Rys. 10 (M. Kohl).

różna. Rękawek często zaopatrzony jest w nonjusz. Skala bywa czasem urządzona tak, że zwisa ona swobodnie w dół dla zapewnienia jej pionowego kierunku.

K a t e t o m e t r l u n e t o w y (rys. 9, 10) służy do pomiarów dokładnych. Skala pionowa stanowi tu masywną sztabę metalową (słup katetometru) lub też jest do tej ostatniej przymocowaną. Jako wizjer służy luneta; rękawek, dźwigający lunetę, posiada zawsze nonjusz. Rękawek ten składa się z dwóch części: jedna z nich — dolna — przy pomocy śruby zaciskowej *C* może być zamocowana nieruchomo na słupie, a wówczas druga część, dźwigająca właściwie na

sobie lunetę, może być jeszcze subtelnie przesuwana w górę lub w dół razem z lunetą przy pomocy śruby mikrometrycznej *D*, wykręcanej lub wkręcanej do nieruchomej części rękawka i zaopatrzonej w główkę.

Luneta zawiera zawsze wewnątrz „nitki pajęcze"; zwykle okular może być przesuwany względem nitek, a oprócz tego można go (najczęściej przy pomocy kółka zębatego) zbliżać (lub oddalać) razem z nitkami do objektywu, tak, aby widzieć ostro przedmiot oglądany. Przesuwamy najpierw sam okular względem krzyża nitek pajęczych, tak, aby je widzieć jak najwyraźniej; następnie przesuwamy okular razem z nitkami tak, aby widzieć obserwowany przez lunetę punkt jak najostrzej: ostateczną kontrolą prawidłowego nastawienia jest próba, czy przy drobnych ruchach poprzecznych oka względem okularu punkt oglądany i nitki pajęcze nie przesuwają się względem siebie. Jeśli to przesuwanie się nie ma miejsca, to wówczas (ale tylko wówczas) obraz punktu oglądanego i obraz nitek pajęczych leżą w jednej odległości od oka, a więc mamy pewność, że nie popełniamy błędu, paralaksy. Lunetę nastawiamy na odpowiednią wysokość najpierw „zgrubsza", a następnie, zamocowawszy rękawek na słupie katetometru, wykończamy przy pomocy śruby mikrometrycznej jej nastawienie tak, aby punkt badany leżał w polu widzenia na skrzyżowaniu nitek pajęczych.

P r z e d p o m i a r e m należy jednak ustawić katetometr prawidłowo, t. zn.: A) słup ma stać pionowo i B) oś optyczna lunety ma być doń prostopadła, t. j. pozioma. Do osiągnięcia tego służą:

ad A): 1. Trzy nóżki w postaci śrub, na których wspiera się podstawa słupa; 2. Dwie libelle (str. 17) prostopadłe do siebie, umieszczone na tej podstawie;

ad B): 1. Śruba z główką *B*, zmieniająca nachylenie lunety do słupa; 2. Libella, połączona z lunetą, i zmieniająca razem z nią swe nachylenie.

Jeśli podstawa katetometru nie jest zaopatrzona we wspomniane libelle, to manipulujemy, jak następuje: *)

1. Obracamy słup tak, aby oś lunety przebiegała nad jedną z nóżek podstawy, np. nóżką *A*;

2. Obserwujemy pęcherzyk libelli lunety: jeśli nie jest on na środku, to sprowadzamy go na środek, osiągając to d o p o ł o w y

---

*) Jeśli chodzi o pomiary b. dokładne, to najlepiej będzie wogóle nie oglądać się na libelle, umocowane na podstawie.

przez kręcenie nóżką *A*, d o p o ł o w y zaś przez kręcenie główką śruby *B*.

3. Obracamy słup o (mniej więcej) 180⁰ i obserwujemy znowu pęcherzyk: będzie on znowu wykazywał pewne odchylenie od środka, ale już mniejsze; usuwamy je, znowuż do połowy kręcąc *A*, do połowy przez kręcenie *B*, odwracamy jeszcze raz o 180⁰, obserwujemy położenie pęcherzyka i t. d... Wkońcu pęcherzyk pozostaje na środku libelli w obu położeniach słupa: wówczas wiemy, że libella jest prostopadła do słupa.

4. Obracamy słup o (mniej więcej) 90⁰: jeśli pęcherzyk nie stanie pośrodku libelli, to sprowadzamy go na środek, kręcąc już tylko jedną z pozostałych nóżek podstawy, lub (lepiej) obiema naraz w przeciwne strony. Obracamy zpowrotem o 90⁰, kręcimy znowu nóżką *A*, póki pęcherzyk nie stanie na środku, itd...: błąd ustawienia słupa będzie malał coraz bardziej, aż wkońcu stanie się niedostrzegalny. Słup stoi wówczas pionowo [1]).

5. Jeśli nie mamy pewności, czy oś lunety jest dokładnie równoległa do libelli, to wyjmujemy ostrożnie lunetę z jej łożyska, obracamy w płaszcz. poziomej o 180⁰, wkładamy zpowrotem do łożyska (objektyw i okular zmieniają teraz swe położenie), obracamy słup o 180⁰ i sprawdzamy, czy możemy zobaczyć przez lunetę ten sam punkt (kreskę na skali, znaczek na ścianie itd.) co przed odwróceniem jej. Jeśli punkt P_2, który teraz ujrzymy, położony jest nieco wyżej, lub niżej, niż poprzedni P_1 to usuwamy błąd, nastawiając lunetę przy pomocy śruby *B* na punkt leżący *na połowie* odległości między P_1 a P_2. Nie zapominać o tem, że luneta daje obraz odwrócony! Cały ten zabieg przeważnie bywa jednak niepotrzebny.

Katetometr lunetowy posiada też zawsze śrubkę zaciskową, zamocowującą słup na podstawie tak, iż nie można go obracać. Katetometry różnych konstrukcyj niejednokrotnie b. różnią się od siebie w szczegółach konstrukcyjnych; uczący się musi sam poszukać na przyrządzie wszystkich opisanych części.

K a t e t o m e t r l u n e t o w y j e s t i n s t r u m e n t e m p r e c y z y j n y m, n a l e ż y w i ę c o b c h o d z i ć s i ę z n i m o s t r o ż n i e!

Dokładność pomiaru — zależnie od konstrukcji i od nonjusza — do 0,01 mm; przy jako tako prawidłowem ustawieniu katetometru błąd, spowodowany przez

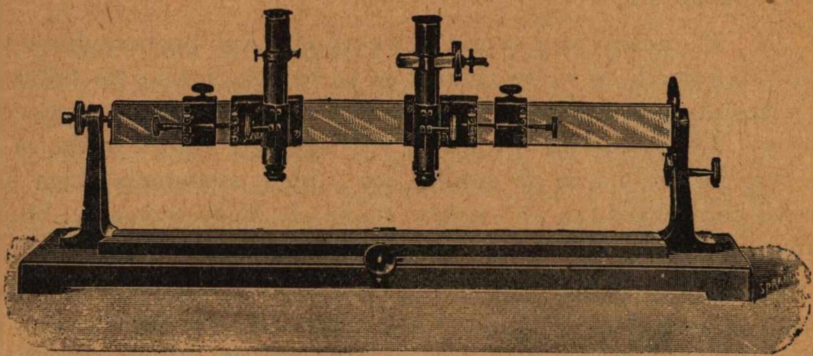
---

[1]) Oczywiście można postępować i w tym porządku, aby z początku luneta była równoległą do dwóch nóżek podstawy (manipulacje 1 do 3), a potem przebiegała nad trzecią z nich (manipulacja 4).

rozszerzalność cieplną jest już większy, niż błąd wynikający z niezupełnej pionowości słupa lub poziomości lunety. Skala na słupie bywa czasem robiona z inwaru — metalu o bardzo małym spółczynniku rozszerzalności cieplnej (tabela VI).

§ 7. **Komparator** (rys. 11).

Jest to precyzyjny przyrząd do pomiaru długości. Zasadniczą częścią jest masywna sztaba pozioma ze skalą, b. starannie wykonana. Wzdłuż skali przesuwają się jeden lub dwa mikroskopy (§ 62), których położenie można odczytać na wspomnianej skali. Mikroskopy nastawiamy na te punkty badanego przedmiotu,



Rys. 11 (M. Kohl).

których odległość mamy zmierzyć. Nastawianie mikroskopów odbywa się w zasadzie podobnie jak nastawianie lunety przy katetometrze: najpierw ustawiamy okular tak, aby widzieć wyraźnie nitki pajęcze, potem cały mikroskop przesuwamy tak, aby obraz badanego punktu przedmiotu nie wykazywał paralaksy względem tych nitek.

§ 8. **Pomiary pól i objętości.**

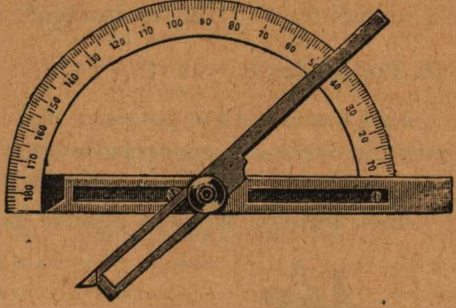
Jeśli figura posiada kształty prawidłowe, lub kontur złożony z odcinków prostych, to pole jej możemy znaleźć rachunkiem. W przeciwnym wypadku można wyciąć z grubszego papieru figurę równą badanej, zważyć ją na czułej wadze; wyznaczywszy przy pomocy tejże wagi, ile waży 1 cm^2 papieru, możemy łatwo obliczyć szukane pole.

Analogiczna uwaga dotyczy objętości ciał i pojemności naczyń. Szczegóły — patrz str. 20 i nast.

§ 9. **Gonjometr optyczny** (rys. 13 i 14).

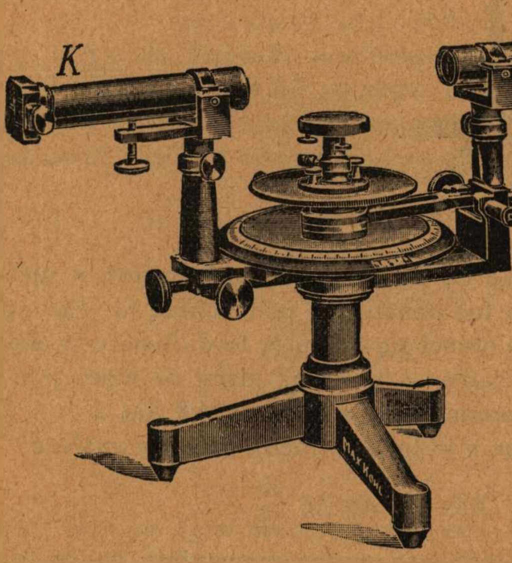
Kątomierze prostej konstrukcji (np. rys. 12) używane są tylko do pomiarów „zgrubsza". Do pomiarów dokładniejszych używamy na-

rzędzi optycznych. G o n j o m e t r o p t y c z n y (s p e k t r o m e t r) uwidoczniony jest na rys. 13 (jedna z postaci) i rys. 14 (schemat). Dwie lunetki *K* i *L* mogą być przesuwane wzdłuż skali kątowej

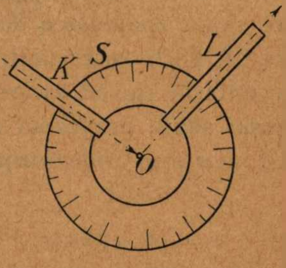


Rys. 12.

S, nakreślonej na obwodzie koła; oś optyczna każdej lunety ma przytem stale kierunek promienia koła; położenie lunet odczytujemy na skali (nonjusze!) Przez jedną z nich, np. *K* (t. zw. „kolimator", § 65),



Rys. 13 (M. Kohl).



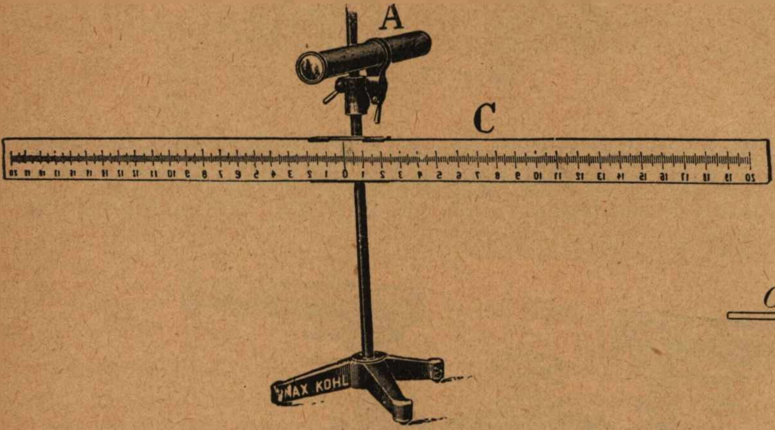
Rys. 14.

biegnie wiązka promieni równoległych ku środkowi koła *O*; tu ulega ona zmianie kierunku (załamaniu, odbiciu, dyfrakcji). Lunetę *L* ustawiamy tak, aby promienie trafiły do niej. Odczytujemy położenia obu

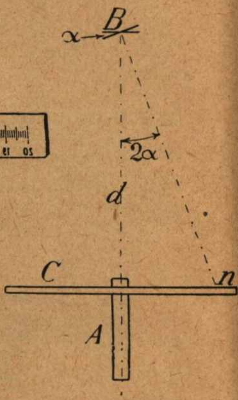
lunet i otrzymujemy kąt *KOL*. Kolimator często bywa umocowany nieruchomo. Skala podzielona jest przeważnie na 360° i na półstopnie, lub na trzecie części ich. Nonjusze często zaopatrzone są w lupy lub mikroskopy dla dokładniejszego odczytywania. Dokładność dochodzi do 1″, przeważnie jednak do 30″. Bliższe szczegóły — § 65

§ 10. **Metoda Poggendorffa** (rys. 15 i 16).

Metoda Poggendorffa pomiaru małych kątów bywa stosowana do galwanometrów („zwierciadłowych"), elektrometrów, „wagi skręceń" Coulomba itd. Przez lunetę *A* patrzymy na małe zwierciadełko *B* i obserwujemy w niem odbicie skali *C*. Jeśli zwier-



Rys. 15 (M. Kohl).



Rys. 16.

ciadło *B* jest prostopadłe do osi lunety, to zobaczymy w niem kreskę skali, znajdującą się tuż ponad (lub pod) lunetą (a więc np. kreskę 0). Jeśli zwierciadło obróci się o kąt α, to do lunety (i oka) trafi po odbiciu się od zwierciadła — promień, idący od innej (np. *n*-tej) kreski skali, przyczem promień ten zawiera z *AB* kąt 2α. Znając $AB = d$ mm i odczytując *n* w (milimetrach), możemy znaleźć:

$$\alpha = \frac{1}{2} \text{ arc tg } \frac{n}{d}$$

Ze względu na „małość" n/d można przeważnie (str. 6, wzór 7) przyjąć:

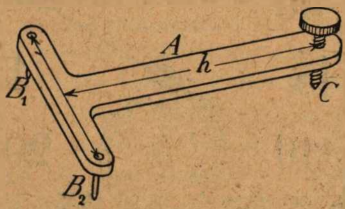
$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{n}{d}.$$

(α wyrażone tu jest, oczywiście, w „radjanach").

Odległość d wynosi zwykle od jednego do paru metrów. Ze względu na małe rozmiary B, szybkie ustawienie lunety stawia niewprawnemu pewne trudności. Najpierw ustawiamy w żądanej odległości statyw z lunetą i skalą „na oko" w ten sposób, aby oś opt. lunety była prostopadła do zwierciadełka. Następnie nastawiamy lunetę tak, aby widzieć ostry obraz przyrządu, do którego należy B, poczem kierujemy ją na samo B. Patrząc przez nią na B, poruszamy wpobliżu objektywu trzymaną w ręku kartką (najlepiej kolorowego) papieru, dopóki obraz zwierciadła w lunecie nie przybierze koloru tejże kartki. Jeśli kartkę należało umieścić w tym celu np. w odległości 20 cm na prawo od objektywu, to przesuwamy statyw z lunetą na prawo o 10 cm itd. (w razie potrzeby opuszczamy lub podnosimy lunetę na statywie). Wkońcu zobaczymy w lunecie odbity od B obraz kartki, umieszczonej tuż obok objektywu. Obraz ten jest jednak nieostry, albowiem obraz kartki, powstający przez odbicie promieni w B, leży za zwierciadłem w odległości d od niego. Przysuwamy więc okular do objektywu (trybik!), tak, aby obraz ten stał się ostry; zarazem zobaczymy wówczas wyraźny obraz samej skali. Gdyby go nie można było znaleźć w polu widzenia, to skalę prawdopodobnie trzeba nieco podnieść lub opuścić. Poprawiamy położenie statywu (lunety) tak, aby pośrodku pola widzenia (na skrzyżowaniu „nitek pajęczych") widniała kreska, położona tuż nad lub tuż pod objektywem, i wkońcu poprawiamy „ostrość" obrazu skali tak, aby nie wykazywał on paralaksy względem nitek pajęczyny.

§ 11. Libella.

Libella (poziomnica, waga wodna) służy do pomiarów małych kątów względem kierunku poziomego. Libelle, służące do tego celu, posiadają nakreśloną na ich szklanej rurce skalę, na której można odczytywać położenie pęcherzyka powietrza. Cechowanie tej skali, t. j. wyznaczenie, jaki kąt odpowiada przesunięciu pęcherzyka o jedną jej



Rys. 17.

działkę, odbywa się w następujący sposób. Podstawka A (rys. 17) ma 3 nóżki B_1, B_2 i C; ta ostatnia ma postać śrubki o znanym skoku (np. 1 mm), którą można wkręcać lub wykręcać przy pomocy główki. Skala na obwodzie główki pozwala odczytywać części jednego obrotu śrubki (obok znaczka lub ostrza, nieuwidocznionego na rysunku). Stawiamy podstawkę na papierze, wgniatamy lekko jej nóżki w papier, poczem

mierzymy miarką milimetrową boki trójkąta równoramiennego B_1CB_2, utworzonego przez ślady nóżek (B_1C i B_2C mierzymy zosobna i w razie istnienia pewnej różnicy, tworzymy średnią arytm.: $BC = \frac{1}{2}(B_1C + B_2C)$.

Obliczamy wysokość tegoż trójkąta $h = \sqrt{BC^2 - \frac{1}{4} \cdot B_1B_2^2}$. Przesunięciu śrubki C o 1 mm w górę lub w dół odpowiada zmiana nachylenia podstawki A o kąt α, przyczem:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{h}.$$

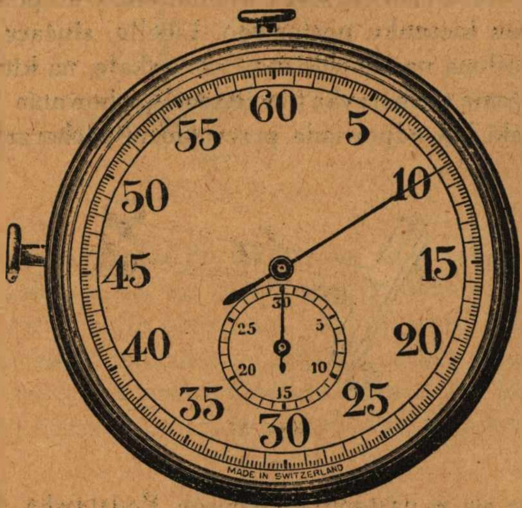
Wobec małości α możemy często przyjąć: $\alpha = 1/h$ (α w radjanach).

Stawiamy badaną libellę na podstawce równolegle do h i obserwujemy, jakie przesunięcie pęcherzyka odpowiada temu kątowi.

Wykonać ten pomiar dla wszystkich kresek skali, umieszczonej na libelli; wykreślić odpowiednią krzywą!

§ 12. Pomiary czasu.

Do pomiarów niezbyt dokładnych używa się sekundomierza (rys. 18) („stopper"). Jest to rodzaj zegarka z długą wskazówką se-



Rys. 18 (M. Kohl).

kundową, której koniec biegnie wzdłuż skali na obwodzie tarczy. Skala podzielona jest najczęściej na piąte, czasem na dziesiąte części sekundy. Zegarek posiada specjalne zastawki i guziczki do naciskania, za-

pomocą których możemy: 1. Puszczać jego mechanizm w ruch; 2. Zatrzymywać go i 3. Sprowadzić wskazówki do położenia zerowego. Czasem wszystkie te funkcje spełnia jeden i ten sam guziczek za trzema kolejnemi naciśnięciami. Dokładność pojedyńczego pomiaru nie przekracza naogół 0,2 sek. z przyczyn psycho-fizjologicznych („czas reakcji"); powtarzając wielokrotnie pomiar i biorąc średnią, możemy błąd zmniejszyć do 0,1 sek.

Do pomiarów dokładniejszych używamy specjalnie skonstruowanych, automatycznie działających, chronoskopów, widełek strojowych, zwierciadeł wirujących itd., metod tych opisywać tutaj nie możemy.

§ 13. Zadania do rozdziału I.

1. Skala nonjusza zawiera 50 kresek, przypadających na 49 milimetrów skali głównej. Przy pewnym pomiarze spostrzeżono (gołem okiem), że wszystkie kreski nonjusza, poczynając od 15-ej, a kończąc na 25-ej, wydają się leżeć w przedłużeniu kresek skali głównej. Ile wynosi szukany ułamek milimetra? (Odp. 0,4 mm).

2. Skala nonjusza zawiera 10 kresek, przypadających na 11 milimetrów skali głównej. Kreska 7-a nonjusza przedłuża pewną kreskę skali głównej. Ile wynosi szukany ułamek milimetra? (Odp.: 0,3 mm).

3. Skala kątowa podzielona jest na stopnie i trzecie części tychże; dostosowany do niej nonjusz posiada 10 kresek, przypadających na 9 kresek skali głównej. Kreska 0 nonjusza leży poza kreską skali głównej, oznaczającą 40', kreska zaś 6 nonjusza przedłuża pewną kreskę skali głównej. Ile wynosi szukany ułamek stopnia? (Odp. $40' + 0{,}6 \times 20' = 52'$).

4. Średnica krążka miedzianego, mierzona kalibromierzem, wynosi 25,3 mm, a grubość, mierzona mikrometrem w 3-ch miejscach, wynosi: 2,34 mm, 2,33 mm i 2,33 mm. Znaleźć objętość krążka. Czy celowem jest tutaj stosowanie mikrometru do pomiaru grubości, skoro kalibromierz i tak nie daje większej dokładności niż 0,05 mm? (Odp.: Tak, albowiem chodzi nie o sumę, lecz o iloczyn liczb znalezionych, ważnem jest przeto, aby i druga z nich posiadała 3 cyfry niewątpliwe).

5. Promienie światła, padające z kolimatora na pionowo ustawioną wspólną krawędź dwóch płaszczyzn kryształu, umieszczonego na stoliczku gonjometru optycznego, odbijają się od płaszczyzn kryształu i wpadają po odbiciu do lunety wziernej, ustawionej pod kątem $60^\circ 22'$ oraz $300^\circ 46'$ względem 0 skali kątowej. Obliczyć kąt α pomiędzy wspomnianemi płaszczyznami (t. zw. „kąt łamiący") kryształu. (Odp.: $\alpha = \frac{1}{2}\,[360^\circ - (300^\circ 46' - 60^\circ 22')] = 59^\circ 48'$).

6. Obserwując metodą Poggendorffa kąt odchylenia galwanometru, spostrzegamy w lunecie raz 25-tą, raz 50-tą kreskę skali (milimetrowej). Ile razy kąt odchylenia jest większy w tym drugim wypadku, niż w pierwszym, jeśli skala ustawiona jest w odległości 1,5 m od zwierciadła i jeśli w położeniu zwykłem tego ostatniego widzimy w lunecie 0-wą kreskę skali? (Odp.: Stosunek $k = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \text{ok. } \frac{1^\circ 54'}{0^\circ 57'} = 2$, a więc prawie dokładnie $k = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = 2$).

7. Słup katetometru zawiera kąt 30′ z pionem. W płaszczyźnie pionowej, przeprowadzonej przez słup, znajdują się po przeciwnych stronach tegoż 2 punkty na różnych poziomach, każdy w odległości 1 m od katetometru. Chcąc zmierzyć różnicę poziomów tych punktów, nastawiamy lunetę najpierw na jeden z nich, ustawiając ją poziomo, poczem obracamy ją o 180^0, i nie kontrolując położenia poziomego jej, przesuwamy wzdłuż słupa, póki nie ujrzymy przez nią drugiego punktu. Czy pomiar tak dokonany może być uważany za poprawny, jeśli chcemy osiągnąć dokładność 1) do 20 mm; 2) do 10 mm? Jak wielki będzie popełniony błąd, jeśli przy nastawianiu lunety na drugi punkt również ustawimy ją poziomo, a różnica poziomów rzeczonych punktów $h = 50$ mm? (Odp.: 1) Tak; 2) Nie. Błąd $\Delta h = 0{,}002$ mm).

8. Kawałek papieru rysunkowego w formie kwadratu o boku, wynoszącym 4 cm, waży 96 mg. Jak wielkie pole posiada figura, wycięta z tegoż papieru, jeśli waży ona 192 mg?

9. Kawałek rurki szklanej o wąskim kanale waży m gr. Po wprowadzeniu do rurki pewnej ilości rtęci (masa właściwa 13,59) waży ona M g, przyczem długość słupka rtęci (zmierzona komparatorem) wynosi l cm. Obliczyć średnicę kanału („prześwit") rurki. (Odp.: $d = 20\sqrt{\frac{M-m}{\pi \cdot 13{,}59\, l}}$ mm).

10. Przy odchyleniu libelli $\alpha = 30'$ od położenia poziomego pęcherzyk jej przesuwa się o $s = 20$ mm od położenia środkowego. Obliczyć promień R łuku, wzdłuż którego zgięta jest środkowa część rurki libelli. Jak małe kąty pozwala mierzyć dana libella, jeśli możemy jeszcze odczytywać na niej przesunięcia pęcherzyka o 1 mm? (Odp.: $\alpha = 30' = \frac{2\pi}{720}$ radjanów, stąd $R = \frac{s}{\alpha} =$ ok. 229 cm. Najmniejszy kąt $= 1'30''$.)

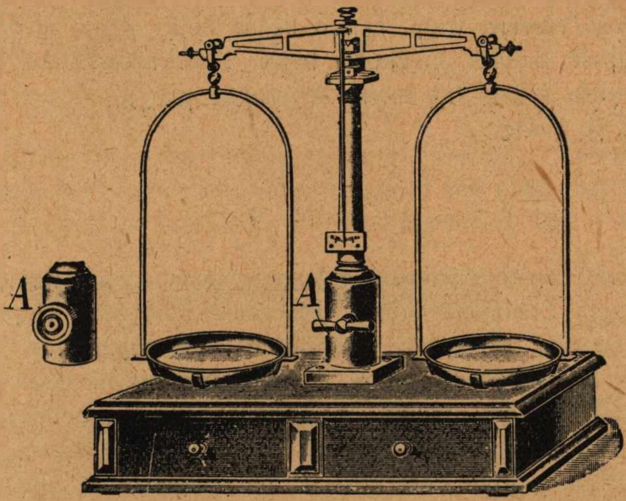
ROZDZIAŁ II.

WAGI I WAŻENIE.

§ 14. **Waga równoramienna zwykła** (rys. 19).

Rys. 19 przedstawia t. zw. „wagę precyzyjną", używaną często do pomiarów niezbyt dokładnych. Belka wagi ma formę wydłużonego ukośnika (rombu); trójkątne stalowe ostrze (pryzmat), przechodzące przez jej środek, wspiera się na (stalowej) podstawce, dźwiganej przez słup środkowej wagi. Talerzyki (szalki) wagi zwisają na ostrzach (pryzmatach) trójkątnych, przechodzących przez końce belki. Waga posiada t. zw. „aretaż", poruszany uchwytem A; przy pomocy aretażu możemy belkę wagi unieruchomić, przyczem ostrza wspomnianych pryzmatów uwalniają się od zetknięcia z innemi częściami wagi (chroni je to od zużycia). Na końcach belki znajdują się

ciężarki w postaci muterek, które można — kręcąc niemi — zbliżać do środka belki lub oddalać od niego. Ma to na celu regulowanie „położenia zerowego" wagi: koniec wskazówki wagi nieobciążonej powinien zatrzymywać się (po uwolnieniu aretażu) przed środkową kreską skali.



Rys. 19 (M. Kohl).

Warunkiem koniecznym „rzetelności" wagi jest równa długość obu jej ramion. Jeśli warunek ten nie jest spełniony, to masę ważonego ciała znaleźć można jednym z dwóch następujących sposobów:

1. Kładziemy ciało ważone na jednym z talerzyków, równoważymy je, sypiąc na drugi talerzyk piasek, śrut i t. p., poczem zastępujemy ważone ciało przez odważniki w odpowiedniej ilości (metoda „tarowania").

2. Ważymy ciało, kładąc je z początku na jednym, następnie na drugim talerzyku. Niechaj znalezione w ten sposób ciężary wynoszą P_1 *i* P_2. Wówczas ciężar prawdziwy P wynosi:

$$P = \sqrt{P_1 \cdot P_2} = \text{ok. } \frac{P_1 + P_2}{2}$$

(patrz str. 6, wzór 6). W dalszym ciągu będziemy zakładali, że waga jest rzetelna.

Czułością wagi nazywamy tangens kąta α, o który belka (lub wskazówka) wagi odchyla się od położenia zerowego, jeśli obciąże-

nie jednego talerzyka jest o 1 jednostkę większe niż obciążenie drugiego. Mamy:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{l}{Q \cdot d}$$

(l = długość ramion wagi, Q = ciężar belki wraz ze wskazówką, d = odległość środka ciężkości belki i wskazówki od osi obrotu belki). Zwykle α jest tak małe, że można przyjąć $\alpha = \mathrm{tg}\,\alpha$ (patrz str. 6, wzór 7), a więc:

$$\alpha = \frac{l}{Q \cdot d}.$$

Przy ważeniu często zachodzi potrzeba wyznaczenia doświadczalnie czułości wagi. Ponieważ jednak równanie powyższe wyprowadzone jest w założeniu, że ostrza wszystkich 3-ch pryzmatów belki leżą dokładnie w jednej płaszczyźnie, co się dokładnie nie sprawdza z powodu lekkiego wyginania się obciążonych ramion belki, przeto dla każdego obciążenia P należy czułość tę osobno wyznaczyć. Kładziemy więc na jednym talerzyku P, na drugim $P \pm p$ (p musi być małe wobec P), i obserwujemy, o ile kresek skali wskazówka przesunie się w prawo lub w lewo. Niechby przesunięcie to wynosiło n kresek; wówczas n/p jest miarą kąta α, oznaczającego czułość wagi przy danem obciążeniu, zaś p/n przewyżką (lub niedomiarem) obciążenia, odpowiadającą jednej działce skali. Wyznaczywszy p/n dla różnych wartości P (wartość p/n będzie zresztą w praktyce prawie niezależną od P w granicach dość szerokich), możemy następnie ułatwić sobie proces ważenia różnych ciał: równoważymy badane ciało tylko w przybliżeniu (niechaj potrzeba będzie do tego P g), i jeśli wskazówka odchyla się jeszcze wówczas o m kresek od położenia równowagi, to obliczamy potrzebne jeszcze do całkowitego zrównoważenia obciążenie p' ze wzoru:

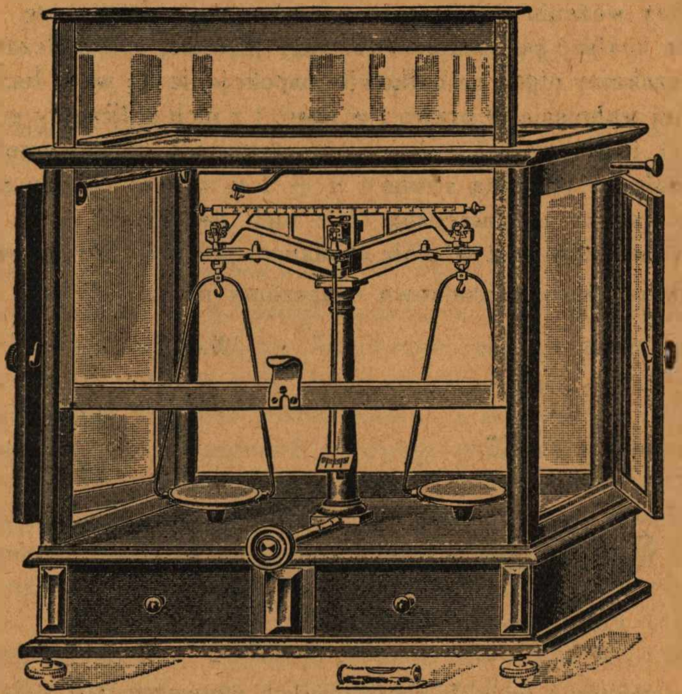
$$p' = m \cdot \frac{p}{n}.$$

Postępowanie takie jest w gruncie rzeczy zastosowaniem metody interpolacji (str. 5 i równ. 3): zakładamy tu, że dla małych zmian zmiennej niezależnej (obciążenia P) przyrosty funkcji (kąta α, mierzonego liczbą kresek na skali) są proporcjonalne do przyrostów (zmian) tej zmiennej.

Przy ważeniu nie nachylać się nad talerzykami (prąd powietrza, wywołany przez oddech, wywołuje bujanie się talerzyków); odważniki brać tylko szczypczykami (nie palcami); kłaść je na talerzyki i zdejmować z nich przy zamkniętym aretażu. Najlepiej jest zacząć od jakiegoś zbyt dużego „na oko" odważnika i przechodzić następnie do coraz to mniejszych, nie opuszczając żadnego pokolei.

§ 15. **Waga analityczna** (rys. 20).

Przeczytaj paragraf poprzedni; uwagi, tam podane, stosują się i tutaj; odnajdziemy tutaj też, z pewnemi zmianami, te same szczegóły konstrukcyjne. Obchodzić się z wagą analityczną b. ostrożnie; nie wstrząsać, nie uderzać, chronić przed dużemi zmianami temperatury, nie przekraczać wskazanego dopuszczalnego obciążenia (przeważnie do 200 g)! Chcąc zmienić obciążenie (odważniki), zatrzymujemy wagę aretażem (łagodnie!), pod-



Rys 20 (M Kohl)

nosimy przednią szybkę, zmieniamy obciążenie (odważniki bierzemy szczypczykami, *nigdy* palcami), zapuszczamy szybkę (bez stuknięcia!), uwalniamy wagę z aretaża (łagodnie!) i obserwujemy jej wahnięcia. Przed ważeniem należy:

1. Sprawdzić, czy słup główny wagi stoi pionowo: służy do tego „pion" (ciężarek na nitce), znajdujący się zwykle za słupem. Poprawić ewentualny błąd, kręcąc śrubowemi nóżkami, na których wspiera się szafka wagi.

2. Wyznaczyć „położenie zerowe", t. j. położenie równowagi wagi nieobciążonej. Jeśli wskazówka w położeniu zerowem zbytnio odchyla się (np. o 2 kreski od środkowej kreski skali), to wyregulować błąd, kręcąc (przy zatrzymanej wadze!) muterkami, umieszczonemi na końcach belki. Małe odchylenie można pozostawić, należy jednak przy ważeniu do niego to właśnie sprowadzać wagę.

Chcąc znaleźć położenie równowagi (zerowe, lub podczas ważenia), nie czekamy nigdy na całkowite uspokojenie się wagi, lecz obserwujemy jej wahnięcia w prawo i w lewo, i z nich obliczamy położenie równowagi. Ponieważ zaś wahnięcia te stopniowo słabną, przeto notujemy n wahnięć w jedną stronę i $n + 1$ w drugą: po obu stronach bierzemy średnią arytmetyczną, i z nich tworzymy nową średnią arytmetyczną, która jest właśnie szukanem położeniem równowagi.

Przykład (kreskę środkową oznaczamy przez Nr. 10):

Wahn. w lewo:		Wahn. w prawo:	
Kreska	8	Kreska:	
			13,5
	8,5		
			13
	9		
Średnio	8,5	Średnio	13,25

$$\text{Położenie równowagi: } \frac{8{,}5 + 13{,}25}{2} = 10{,}87.$$

Przy zwykłych wagach analitycznych używamy 0,01 g jako najmniejszego odważnika, który kładziemy wprost na talerzyku; do osiągania mniejszych obciążeń służy t. zw. „konik". Jest to mały odważnik (zwykle 0,01 g) z cienkiego drutu, który możemy przy pomocy specjalnego mechanizmu dźwigniowego (uchwyt z prawej strony u góry szafki) nasadzać na belkę wagi w żądanem miejscu. Belka zaopatrzona jest w podziałkę (na każdem ramieniu 10 części, po-

dzielonych na 5 działek mniejszych); „konik" 10-miligramowy, nasadzony na kreskę np. 4-tą na prawo od środka, znaczy tyleż, co 4 mg, położone na prawym talerzyku itd. Konik nasadzamy i zdejmujemy również przy zamkniętym aretażu!

Osadzając konik na odpowiedniej kresce belki, możemy „wykończyć" dokładne zrównoważenie ważonego ciała; najczęściej jednak stosujemy interpolację (str. 5, równanie 3).

Np.: Niechaj będzie położenie zerowe wagi $y = 10{,}5$, i niechaj po przybliżonem zrównoważeniu ciała (np. 24,980 g) spostrzeżemy:

Konik na kresce $x_1 = 4$ daje położenie równowagi $y_1 = 11{,}5$
" " " $x_2 = 6$ " " " $y_2 = 9{,}3$

Podstawiając te wartości w równanie 3, znajdziemy:

$$x = 4 + (6 - 4) \cdot \frac{10{,}5 - 11{,}5}{9{,}3 - 11{,}5} = 4{,}91.$$

Ciało ważone waży więc ostatecznie 24,9849 g. Dalsze cyfry rezultatu byłyby bezwartościowe ze względu na ograniczoną czułość danej wagi.

Czułość tę można zresztą w pewnych granicach zmieniać, przesuwając wzdłuż wskazówki nasadzoną na nią w tym celu mufkę.

Położenie zerowe wagi należy wyznaczyć przed pomiarem i po pomiarze; w razie okazania się nieznacznej różnicy można wziąć średnią arytmetyczną; w razie dużej różnicy — np. parę działek skali — waga jest zapewne rozregulowana i dokonany pomiar nie posiada wartości. Przy ważeniach porównawczych kłaść badane ciała zawsze na ten sam talerzyk (lepiej lewy), odważniki zaś stale na drugi (prawy); w ten sposób ruguje się automatycznie ewentualny błąd w ważeniu skutkiem nierówności ramion (wagi anal. są zresztą wykonane na tyle starannie, że błąd ten, praktycznie wziąwszy, nie istnieje).

Wnętrze szafki wagi, a zwłaszcza talerzyki, muszą być stale zupełnie czyste i suche, to samo dotyczy odważników. Chodzi o dziesiąte części mg — nawet ładunki elektryczne, zbierające się na szybkach szafki przez potarcie, mogą powodować błędy w pomiarach! W a h n i ę c i a w a g i o b s e r w o w a ć t y l k o p r z y z a m k n i ę t e j s z a f c e; z m i e n i a ć o b c i ą ż e n i a t y l k o p r z y z a m k n i ę t y m a r e t a ż u! Po użyciu zatrzymać wagę aretażem!

Przy dokładnych ważeniach bezwzględnych należałoby uwzględnić parcie aerostatyczne („redukcja do próżni" otrzymanego rezultatu pomiaru); przeważnie jednak chodzić nam będzie o pomiary porównawcze, a wówczas błąd ten można pominąć.

§ 16. **Wyznaczanie masy właściwej** (met. bezpośrednia).

Masę właściwą ciał o kształtach prawidłowych, geometrycznie określonych, możemy znaleźć bezpośrednio, mierząc wymiary linjowe ciała, obliczając objętość V z tych ostatnich i wkońcu ważąc ciało. Mamy wówczas:

$$d = \frac{M}{V},$$

gdzie M = masa ciała.

Objętość prostopadłościanu $= a \cdot b \cdot c$ (a, b, c — trzy wymiary)
„ walca $= \pi \cdot r^2 \cdot h$ (r — prom. podst., h — wysokość)
„ stożka $= \pi/_3 \cdot r^2 \cdot h$ (r — prom. podst., h — wysokość)
„ kuli $= {}^4/_3 \cdot \pi \cdot r^3$ (r — promień kuli).

Liczbę π należy wziąć co najmniej z tyloma cyframi, ile cyfr niewątpliwych (licząc od lewej do prawej ręki) posiada najmniej dokładna z liczb r, h, lub M.

Błąd graniczny: 1) Dla prostopadłościanu:

$$\Delta d = \frac{1}{V} \cdot \left\{ \Delta M + M\left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c} \right) \right\}.$$

2. Dla walca i stożka:

$$\Delta d = \frac{1}{V} \left\{ \Delta M + M\left(\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta h}{h} \right) \right\}.$$

3. Dla kuli:

$$\Delta d = \frac{1}{V} \left(\Delta M + M \cdot \frac{\Delta r}{r} \right).$$

Pomiary rozmiarów — patrz: Nonjusz, Kalibromierz i t. d.

§ 17. **Piknometr** (rys. 21).

P i k n o m e t r służy do dokładnych pomiarów gęstości ciał stałych i cieczy (przeważnie na wadze analitycznej, § 15). Jest to małe naczyńko szklane 15—50 cm³ pojemności ze starannie doszlifowanym koreczkiem; wlewamy doń ciecz zawsze z pewnym nadmiarem, nadmiar ten uchodzi po zatknięciu koreczka przez wąski kanał w tym



Rys. 21.

ostatnim (wytrzeć piknometr!) Piknometr musi być zawsze zupełnie czysty, a gdy ważymy go bez cieczy — zupełnie suchy wewnątrz: 1 mm³ wody waży 1 mg, a waga anal. wskazuje jeszcze 0,1 mg! Nie obejmować dłonią bańki piknometru pełnego: ciecz rozgrzewa się i rozszerza i uchodzi nazewnątrz przez przelot koreczka.

1. Gęstość cieczy. Ważymy najpierw piknometr pusty razem z koreczkiem (M_p g), następnie napełniony badaną cieczą (M_c g) i wkońcu napełniony wodą (M_w g). Po wylaniu badanej cieczy przepłókać go parokrotnie wodą, a jeśli woda nie zmywa danej cieczy, to wysuszyć go przez ogrzanie i ewent. przedmuchanie na miechu laboratoryjnym! Gęstość cieczy δ wynosi wówczas:

$$\delta = \frac{M_c - M_p}{M_w - M_p}.$$

(Ewentualnie potrzebna będzie poprawka na temperaturę z powodu rozszerzalności wody: obserwujemy temperaturę wody na termometrze, odczytujemy w tablicy IV odpowiadającą gęstość wody (interpolować!) δ_w i mnożymy otrzymaną wyżej wartość δ przez δ_w).

2. Ciała stałe. Ważymy kilka niewielkich kawałków badanego ciała M_1 g), następnie piknometr z wodą (M_2 g), poczem wrzucamy do piknometru zważone kawałki ciała i ważymy go (po zatkaniu zpowrotem koreczkiem) ponownie (M_3 g). Wówczas mamy:

$$M_3 = M_1 + M_2 - m,$$

gdzie m jest masą wody, wypchniętej z piknometru przez kawałki badanego ciała. Mamy więc:

$$\delta = \frac{M_1}{M_1 + M_2 - M_3}.$$

(Poprawka na temperaturę z reguły niepotrzebna).

§ 18. Waga hydrostatyczna.

Wyznaczanie gęstości przy pomocy wagi hydrostatycznej opiera się na prawie Archimedesa (każde ciało zanurzone w płynie doznaje z jego strony siły skierowanej z dołu do góry, równej ciężarowi wypchniętego przez nie płynu).

W wadze hydrostatycznej zwykle jeden z talerzyków zawieszony jest krócej i zaopatrzony jest pod spodem w haczyk. Kładziemy najpierw badany przedmiot wraz z kawałkiem nitki na tym talerzyku, ważymy go (M_1 g), następnie zawieszamy go przy pomocy nitki na wspomnianym haczyku, podstawiamy z pod spodu naczynie z wodą, tak aby cały przedmiot (ale jak najkrótszy kawałek nitki) zanurzył się w wodzie, i ważymy ponownie (M_2 g). Mamy: $M_2 = M_1 - m$, gdzie m = masie wypchniętej wody. Stąd gęstość δ badanego ciała.

$$\delta = \frac{M_1}{M_1 - M_2}.$$

Naodwrót też — biorąc zamiast wody jakąś inną ciecz o nieznanej gęstości δ', możemy jej gęstość wyznaczyć, jeśli δ jest wiadome. Wówczas mamy:

$$\delta' = \frac{m}{M_1} \cdot \delta = \frac{M_1 - M_2}{M_1} \cdot \delta$$

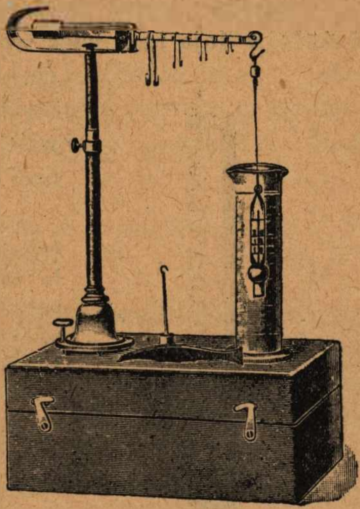
Jeśli oba talerzyki mają jednakowo długie zawieszenia, to można sobie poradzić, stawiając naczyńko z wodą na podstawce, obejmującej jeden z talerzyków wagi, ale nie krępującej jego ruchów; nitkę z ciałem ważonem zawieszamy wówczas na tym samym haczyku, na którym zawieszony jest dany talerzyk.

Metoda ważenia hydrostatycznego jest znacznie mniej dokładna, niż metoda piknometru. Źródła błędów: zanurzona część nitki wypycha co najmniej kilkanaście mg wody; tarcie nitki o „błonkę powierzchniową" wody; silne tłumienie wahnięć wagi i związane z niem trochę fałszywe ostateczne położenie wskazówki.

§ 19. **Waga Westphala** (rys. 22).

W a g a W e s t p h a l a służy do wyznaczania gęstości cieczy. Jest to waga nierównoramienna; na końcu dłuższego ramienia belki zawieszony jest stale (na nitce lub lepiej cieniutkim druciku) „nurek" szklany (często w formie małego termometru); krótsze ramię zakończone jest ostrzem. Przed ważeniem wyregulować wagę (przy pomocy śrubowych nóżek), aby ostrze to wskazywało na środkową kreskę skali! Ramię dłuższe podzielone jest na 10 równych części; w punktach podziału można je obciążać odważnikami, mającemi dogodną do zawieszania postać. Odważników tych jest zazwyczaj 5; dwa największe mają równy ciężar (przypuśćmy po p G), tak dobrany, że

jeśli nurek zanurzymy w wodzie, to każdy z tych odważników, zawieszony na końcu długiego ramienia (a więc w odległości 10-tej kreski), przywraca wadze jej równowagę. *p* jest więc równe ciężarowi wody, wypchniętej przez nurek. Następne odważniki ważą kolejno: 0,1 *p* G, 0,01 *p* G i 0,001 *p* G.



Rys. 22 (M. Kohl)

Chcąc wyznaczyć gęstość pewnej cieczy, zanurzamy do niej nurek (t. j. podstawiamy odpowiednie naczynie z daną cieczą) i sprowadzamy wagę do położenia równowagi, zawieszając odważniki na dłuższem ramieniu w odpowiednich miejscach (przechodzić kolejno od odważników większych do mniejszych, nie opuszczając żadnego pokolei!) Odważnik np. 0,1 *p* G, zawieszony na kresce np. 6-ej od punktu podparcia belki, znaczy tyleż samo, co znaczyłby odważnik o ciężarze 0,06 *p* G, zawieszony na końcu belki, t. j. na kresce 10-ej (prawo dźwigni Archimedesa). Przeliczając w ten sposób znaczenie każdego odważnika dla kreski 10-ej, zrozumiemy łatwo znaczenie następującego przykładu (20⁰/₀-wy roztwór soli kuchennej NaCl w wodzie).

Nr i ciężar odważnika	Miejsce zawieszenia (kreska)	Znaczenie dla kreski 10-ej
1) *p*. G	10	*p*. 1 G
2) *p*. „	1	*p*. 0,1 „
3) *p*. 0,1 „	4	*p*. 0,04 „
4) *p*. 0,01 „	8	*p*. 0,008 „
5) *p*. 0,001 „	5	*p*. 0,0005 „

Razem obciążenie na końcu ramienia = *p*. 1,1485 G

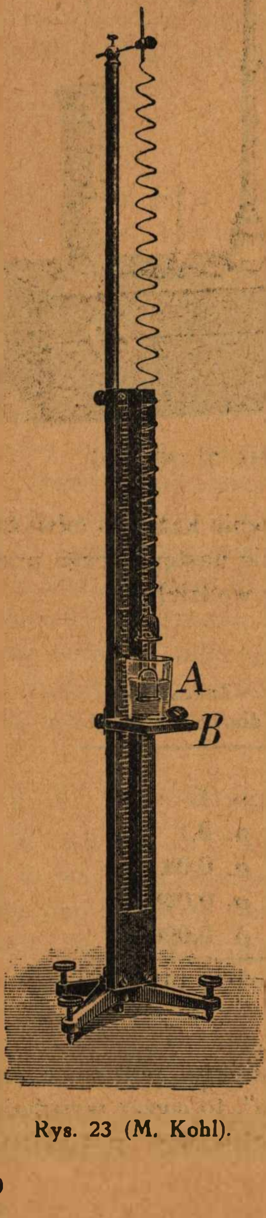
Jeśli więc powyższe rozmieszczenie odważników potrzebne jest do doprowadzenia wagi do położenia „zerowego", to ciężar wypchniętej przez nurek cieczy (roztwór Na Cl w wodzie) wynosi: *p*. 1,1485 G.

Ponieważ ciężar wypchniętej wody wynosiłby p, przeto szukana gęstość cieczy δ wynosi:

$$\delta = 1{,}1485.$$

Miejsca (kreski) zawieszenia kolejnych (coraz to mniejszych) odważników dają nam więc wprost następujące po sobie znaki dziesiętne. Dla cieczy mniej gęstych (t. zn. „lżejszych") niż woda pierwszy odważnik p, oczywiście, odpada; pierwsza cyfra wyniku wynosi 0.

4-ta cyfra po przecinku jest bardzo wątpliwa (często nawet i 3-cia) z powodu różnych błędów: mała czułość wagi, niemożność dokładnego odczytania położenia ostrza na skali, siły włoskowate, działające na drucik w punkcie przebicia powierzchni cieczy, strata ciężaru zanurzonej części drucika.



Rys. 23 (M. Kohl).

§ 20. **Waga Jolly'ego** (rys. 23).

Wyznaczanie gęstości przy pomocy wagi Jolly'ego opiera się na prawie Archimedesa i na prawie Hooke'a, które głosi, że odkształcenie sprężyste (np. wydłużenie sprężyny) jest wprost proporcjonalne do siły odkształcającej.

Na końcu sprężyny, zwisającej swobodnie wzdłuż równoległej do niej (pionowej) skali, umocowane są dwa małe talerzyki w niewielkiej odległości jeden pod drugim. Na jednym z pręcików (drutów), łączących oba talerzyki, widnieje znaczek A. Podsuwamy półeczkę B z naczyńkiem, zawierającem wodę, tak wysoko, aby woda sięgała do znaczka A. Odczytujemy położenie górnego talerzyka na skali (patrzeć w płaszczyźnie tego talerzyka dla uniknięcia błędu paralaksy!) — niechaj będzie ono h_1. Kładziemy badany przedmiot na g ó r n y m talerzyku, opuszczając jednocześnie B tak, aby woda sięgała znowu do A, i odczytujemy znowu (h_2). Kładziemy przedmiot na d o l n y m talerzyku, doprowadzamy poziom

wody znowu do A i odczytujemy jeszcze raz (h_3). Jeśli ciężar ciała (niewiadomy) $= p$, to zgodnie z prawem Hooke'a:

$$h_1 - h_2 = k.\ p,$$

$$h_1 - h_3 = k.\ (p - p'),$$

gdzie k jest pewnym współczynnikiem proporcjonalności, a p' — „pozorną stratą ciężaru" ciała, wywołaną przez zanurzenie go w wodzie, czyli ciężarem wody, wypchniętej przez badany przedmiot. Stąd otrzymamy:

$$\delta = \frac{p}{p'} = \frac{h_1 - h_2}{h_3 - h_2}.$$

Dla uniknięcia błędu paralaksy przy odczytywaniu umieszcza się często obok skali równoległą do niej listwę zwierciadlaną; należy wówczas obserwować zawsze tak, aby jakaś wskazówka, połączona z talerzykami, zakrywała nam swój własny obraz (odbicie) w zwierciadle.

Metoda wagi Jolly'ego jest b. niedokładna — można liczyć co najwyżej na dwie cyfry trafne; błąd może więc dochodzić do 5%.

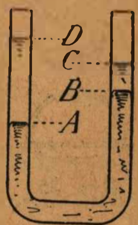
§ 21. **Naczynia połączone** (rys. 24).

N a c z y n i a p o ł ą c z o n e używane są często do wyznaczania gęstości cieczy. Rurka szklana, zgięta w kształcie litery U, zawiera w dolnej części (w każdem kolanku) ciecz cięższą o ciężarze właściwym s_1 (np. rtęć), nad nią zaś ciecz lżejszą o ciężarze właściwym s_2 (np. wodę). Ciśnienie na poziomie A jest w obu kolankach jednakowe; ponieważ zaś równa się ono ciężarowi słupa cieczy, działającemu na 1 cm^2 danego poziomu, przeto:

$$AD.\ s_2 = AB.\ s_1 + BC.\ s_2,$$

skąd

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{AD - BC}{AB}$$



Rys. 24.

Jeśli np. lżejsza ciecz jest wodą, to $s_2 = 1$, a zarazem $\frac{s_1}{s_2} = \delta$ (gęstość), przeto:

$$\delta = \frac{AD - BC}{AB}$$

Różnice poziomów *AD, BC* i *AB* mierzymy zazwyczaj katetometrem (str. 10); bardzo dokładne ustawianie pionowe słupa katedometru (lunetowego) jest tu niepotrzebne, ponieważ wszystkie te różnice ulegną sfałszowaniu (skróceniu) w tym samym stosunku, błąd przeto skróci się przy dzieleniu.

Nastawiać katetometr na środkową część każdego menisku cieczy! Ciecz lżejsza winna się znajdować w obu kolankach, aby zniekształcenie menisków naskutek sił włoskowatości było po obu stronach jednakowe!

§ 22. Areometry.

Areometry służą przeważnie do pomiaru gęstości cieczy; zależnie od rodzaju skali i od innych szczegółów konstrukcyjnych noszą one nazwę densimetrów, volumetrów, acetometrów, alkoholometrów i t. d.

Areometr Nicholsona (rys. 25) może być użyty do ciał stałych. Obciążamy go zawsze tak, aby zanurzał się do końca ostrza *A* (lub innego znaczka). Obserwujemy potrzebną do tego ilość odważników (kładziemy je zawsze na górny talerzyk) 3 razy, a mianowicie: 1. Gdy areometr wcale nie jest obciążony badanem ciałem (p_1 G); 2. Gdy badane ciało znajduje się na górnym talerzyku (p_2 G); 3. Gdy ciało badane znajduje się na dolnym talerzyku, t. j. w wodzie (p_3 G). Wówczas ciężar ciała w powietrzu wynosi ($p_1 - p_2$) G, ciężar w wodzie ($p_1 - p_3$) G; stąd „strata na ciężarze" = ciężarowi wypchniętej wody wynosi ($p_3 - p_2$) G. Gęstość ciała δ jest więc:



Rys. 25.

$$\delta = \frac{p_1 - p_2}{p_3 - p_2}.$$

Naodwrót jeśli wiadoma jest gęstość ciała δ, a zamiast wody weźmiemy inną ciecz o nieznanej gęstości δ', to możemy znaleźć tę ostatnią:

$$\delta' = \frac{p_3 - p_2}{p_1 - p_2} \cdot \delta.$$

Metoda areometru Nicholsona nie ma żadnej wartości praktycznej i nie znajduje zastosowania do celów naukowych.

§ 23. **Gęstość powietrza.**

Gęstość powietrza (względem wody) wyznacza się czasem z pewnem przybliżeniem, przy pomocy zużytej żarówki elektrycznej (próżniowej — nie napełnionej azotem lub innym gazem!), w następujący sposób:

1. Ważymy jak najdokładniej (ewent. na wadze analitycznej) samą żarówkę (M_1 g).

2. Zanurzamy żarówkę pod wodę i odłamujemy (szczypcami) koniec jej „gruszki": ciśnienie atmosferyczne wtłoczy do jej wnętrza wodę, która zapełni „gruszkę" niemal całkowicie. Ważymy ją ponownie (dokładność ważenia może tym razem być nieco mniejsza), otrzymując M_2 g.

3. Zawinąwszy żarówkę w kawałek płócienka (chustka do nosa!), tłuczemy ją nad zlewem. Po wyjęciu z płócienka **wszystkich** odłamków i starannem wysuszeniu ich ważymy je ponownie (M_3 g). Wówczas gęstość powietrza względem wody

$$\delta = \frac{M_3 - M_1}{M_2 - M_1}$$

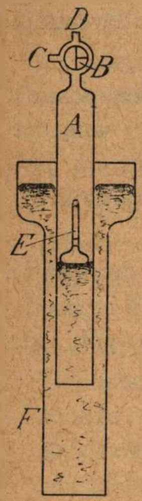
Znalezione w ten sposób δ dotyczy temperatury i ciśnienia, panujących w pokoju podczas pomiarów; redukcja tej wartości do warunków „normalnych" byłaby jednak bezcelowa wobec innych dużych niedokładności tkwiących w samej metodzie (główny błąd spowodowany jest przez to, że samo szkło, a nadewszystko uchwyt żarówki zajmują dość pokaźną objętość w stosunku do objętości wnętrza „gruszki"). Cała metoda nie posiada żadnej wartości naukowej. Do dokładniejszych pomiarów używa się naczyń specjalnych i uwzględnia temperaturę oraz ciśnienie powietrza wewnątrz i zewnątrz naczynia.

§ 24. **Gęstość gazów względem powietrza** (rys. 26 i 27).

G ę s t o ś ć g a z ó w w z g l ę d e m p o w i e t r z a wyznaczamy często przez porównanie czasów wypływu określonych objętości gazów z odpowiedniego naczynia (metoda Bunsena).

Niechaj gaz o masie właściwej d_g wypływa pod ciśnieniem p z jakiegoś naczynia przez niewielki otwór o przekroju s z szybkością u_g. W ciągu 1 sekundy wypływa wówczas objętość $V = u_g s$ gazu; masa tej objętości wynosi $u_g s d_g$, a energja kinetyczna tej masy

$\frac{1}{2} s d_g u_g^3$. Tę energję kinetyczną gaz otrzymuje kosztem pracy L, wykonanej przez to ciało, które wywiera właśnie ciśnienie p na gaz w naczyniu i które stopniowo zajmuje miejsce wypychanego gazu. Ta praca L jest wprost proporcjonalna do ciśnienia p i do objętości wypchniętego gazu, a więc: $L = k\, p\, V = k\, p\, u_g\, s$; gdzie k jest pewnym współczynnikiem proporcjonalności; a ponieważ $L = \frac{1}{2} s\, d_g\, u_g^3$, przeto:



Rys. 26.

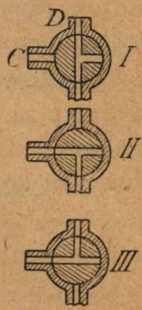
$$d_g = 2k \cdot \frac{p}{u_g^2}$$

Dla powietrza mamy odpowiednio:

$$d_p = 2k \cdot \frac{p}{u_p^2}.$$

Stosunek $\frac{d_g}{d_p} = \delta$ nazwiemy gęstością gazu względem powietrza. Mamy więc:

$$\delta = \left(\frac{u_p}{u_g}\right)^2.$$



Rys. 27.

Ponieważ jednak szybkości wypływu gazów mają się do siebie odwrotnie jak czasy, potrzebne do tego, aby z naczynia wypłynęła pewna objętość jednego lub drugiego gazu, przeto ostatecznie:

$$\delta = \left(\frac{t_g}{t_p}\right)^2.$$

W aparacie Bunsena rura szklana A (rys. 26) zanurzona jest dolnym (otwartym) końcem w rtęci zawartej w walcowatem naczyniu F; rurę tę można podnosić i opuszczać. Górny koniec jej zamknięty jest kranem trójdrożnym B (rys. 27 I, II, III), przy pomocy którego wnętrze rury można łączyć z wylotem C lub D, albo też zamykać je. Wewnątrz rury pływa na rtęci pływak szklany E; ma on na sobie 3 znaczki (np. kreski kolorowe): jeden u gróy i dwa, blisko siebie, u dołu. Manipulujemy, jak następuje:

1. Łączymy wylot C wężem gumowym ze zbiornikiem badanego gazu; wylot D pozostaje otwarty na powietrze.

2. Stawiamy kran *B* w położeniu I i opuszczamy rurę *A*, aż rtęć zapełni ją całkowicie.

3. Przekręcamy *B* w położenie II i podnosimy *A* dość wysoko: gaz wchodzi do *A* przez *C*, a rtęć w *A* opada.

4. Stawiamy *B* w położeniu III i opuszczamy *A* do pewnego określonego poziomu (znaczek na statywie lub na rurze *A*); pływak musi przytem zniknąć pod poziomem rtęci, w naczyniu *F*.

5. Kran w położeniu I: gaz uchodzi z *A*; po jakimś czasie ukazuje się nad poziomem rtęci w *F* czubek pływaka *E*, za chwilę zaś górny znaczek na pływaku; w tym momencie puszczamy w ruch sekundomierz (str. 18). Po jakimś czasie ukazuje się pierwszy (wyższy) z dolnych znaczków (jako ostrzeżenie), wkońcu drugi (niższy) znaczek dolny: zatrzymujemy sekundomierz i odczytujemy na nim czas t_g.

6. Po ujściu całego gazu z rury *A* (ewent. opuścić jeszcze niżej *A*!) podnosimy ją do góry, nabierając w ten sposób powietrza do *A* przez *B*, poczem postępujemy z powietrzem tak jak z gazem pod 4 i 5, znajdując w ten sposób czas t_p. (Opuszczać rurę *A* do tego samego poziomu, co pod 4!).

Jednakże rurę *A* należy zawsze najpierw przepłókać parokrotnie gazem, który chcemy badać; wobec tego pomiędzy 5 i 6 włączamy jeszcze parokrotne podnoszenie i opuszczanie rury *A* (kran *B* w położeniu I), tak aby za każdem opuszczeniem powietrze uszło całkowicie. Analogiczną manipulację włączamy pomiędzy 3 i 4, czerpiąc gaz ze zbiornika (kran *B* w położeniu II) i wytłaczając go nazewnątrz (*B* w położeniu I).

Naczynie *F* posiada zwykle szybkę szklaną na wysokości poziomu rtęci; obserwować ruch pływaka *E* tylko przez tę szybkę, patrząc w płaszczyźnie poziomu rtęci!

Przy nięco dokładniejszych pomiarach gazy i powietrze, wciągane do rury *A*, winny być uprzednio osuszone, np. przez przeprowadzenie ich przez płóczkę z kwasem siarkowym.

§ 25. Zadania do Rozdziału II.

1. Dźwignia jednoramienna obciążona jest w połowie swej długości ciężarem $Q = 10$ Kg. Z jaką siłą trzeba ciągnąć wolny jej koniec do góry, aby utrzymać ją w równowadze? Jaka siła ciśnie na punkt podparcia nieruchomego końca dźwigni?

2. Dźwignia jednoramienna długości 72 cm obciążona jest dwoma ciężarami, wynoszącemi razem 18 Kg. Jeden z nich, wynoszący 6 Kg, działa w połowie długości, drugi na wolnym końcu dźwigni. Gdzie należy podeprzeć dźwignię, aby siła, potrzebna do utrzymania jej w równowadze, wynosiła: 1) 36 Kg; 2) 18 Kg; 3) 10 Kg? (Odp.: 1) W odległ. 30 cm od nieruchomego końca; 2) W odległ. 60 cm, przyczem unieruchomienie jednego końca dźwigni nie gra tu żadnej roli; 3) Niemożliwe odległość od nieruchomego końca musiałaby wynosić 144 cm).

3. Dwóch ludzi dźwiga ciężar $Q = 50$ Kg na drążku długości 75 cm. Pominąwszy ciężar własny drążka, obliczyć część ciężaru, którą dźwiga każdy, jeśli ciężar wisi w odległości 30 cm od jednego z nich.

4. Jaka siła potrzebna jest do podważenia kamienia ważącego 500 Kg, jeśli do tego celu użyto sztywnego pręta, długiego na 150 cm i podpartego w odległości 10 cm od kamienia?

5. Belka wagi równoramiennej zgięła się skutkiem nadmiernego obciążenia. Czy tangens kąta odchylenia wagi jest wówczas jeszcze proporcjonalny do nadwyżki obciążenia po jednej stronie?

6. Dźwignia równoramienna zgięta jest kolankowo, tak iż ramiona jej tworzą kąt α. Na końcu jednego ramienia zawieszamy ciężar $Q_1 = 10$ Kg; jaki ciężar Q_2 zawiesić należy na końcu drugiego ramienia, jeśli ma ono przyjąć położenie poziome? Przeprowadzić rachunek dla: 1) $\alpha = 120^0$; 2) $\alpha = 90^0$. (Odp.: Dla $\alpha = 120^0$ mamy: $Q = 5$ Kg; dla $\alpha \leqslant 90^0$ zadanie jest niemożliwe).

7. Gdyby nawet różnica pomiędzy długością ramion belki wagi równoramiennej wynosiła 1 mm przy długości każdego ramienia wynoszącej ok. 100 mm (w rzeczywistości różnice te wynoszą zaledwie 1000-ne części milimetra) — jak wielki błąd względny popełnilibyśmy, stosując metodę ważenia podwójnego (Str. 21) i biorąc średnią arytmetyczną zamiast średniej geometrycznej? (Odp.: Niechaj jedno ramię wynosi 100 mm, drugie 99 mm; wówczas błąd względny wynosi ok. $^1/_{20000}$, a więc jest bardzo nieznaczny).

8. Metr bieżący pręta sztywnego, użytego jako dźwignia fizyczna jednoramienna waży $2q$ Kg. Z jaką siłą P należy ciągnąć za wolny koniec pręta do góry, aby go utrzymać w równowadze, jeśli długość pręta wynosi l m?

9. Tenże pręt obciążony został ciężarem Q w odległości a m od punktu podparcia; jaką musi mieć długość l, aby do utrzymania go w równowadze potrzebna była siła P, działająca ku górze na wolny jego koniec? (Odp.: $Qa + ql^2 = Pl$; zadanie jest do rozwiązania jedynie wtedy, gdy $P \geqslant 2\sqrt{Qqa}$. Posiada ono naogół dwa rozwiązania, ale pod warunkiem, że oba pierwiastki równania są większe niż a; aby to było spełnione, musi być: $2qa < P < Q + qa$, w przeciwnym wypadku istnieje jedno rozwiązanie, a mianowicie: $l = \dfrac{P + \sqrt{P^2 - 4Qqa}}{2q}$.

10. Waga Westphala, której dłuższe ramię mierzy 10 cm, zrównoważona jest przez dwa ciężarki: ciężarek $Q_1 = 5$ G zawieszony jest na końcu ramienia, ciężarek $Q_2 = 15$ G na 8-ym centymetrze od punktu podparcia belki. Gdzie należy zawiesić ciężarek Q_2, jeśli koniec ramienia obciążymy jeszcze dodatkowo ciężarkiem 3-gramowym, aby waga pozostała w równowadze? Czy wszystkie dane tekstu zadania są niezbędne do jego rozwiązania? (Odp.: Na 6-ym centymetrze; niepotrzebna jest znajomość Q_1).

*11. Stop ze srebra i złota waży 200 G, a w wodzie traci pozornie na ciężarze 15 G. Znaleźć ilość złota i srebra w tym stopie, jeśli ciężar właściwy złota wynosi 19,5 G/cm^3, a srebra 10,5 G/cm^3.

12. Do świecy stearynowej (c. właśc. s_1 = 0,4 G/cm^3) przymocowano od dołu krążek miedziany (cięż. właśc. s_2 = 8,9 G/cm^3) tej samej średnicy, co świeca, grubości a cm. Obciążona w ten sposób świeca pływa w wodzie w położeniu pionowem: jak długo będzie się ona palić? (Odp.: Póki długość świecy l nie stanie się równa: $l = a \cdot \frac{s_2 - 1}{1 - s_1} = a \cdot \frac{7,9}{0,6}$).

*13. Belka drewniana o przekroju kolistym, długa $l = 2$ m i gruba $2r = 12$ cm, jest całkowicie pogrążona w wodzie, na jednym końcu tak umocowana, że może się swobodnie obracać koło punktu oparcia. Jaki ciężar żelazny należy uwiesić na drugim końcu belki, aby ta była w równowadze w każdem położeniu, np. poziomem? (Ciężar właściwy drzewa s_1 = 0,7 G/cm^3; żelaza s_2 = 7,2 G/cm^3).

14. Kawałek korka o ciężarze wł. s = 0,24 G/cm^3 zanurzono dość głęboko pod wodę: z jakiem przyśpieszeniem wypływałby on ku górze, gdyby woda nie stawiała oporu jego ruchowi? (Odp.: $a = \frac{(1 - 0,24) \cdot 981}{0,24}$ cm/sek^2).

15. Ciężar właściwy lodu wynosi 0,9 G/cm^3; jaka część gór lodowych, pływających po oceanach podbiegunowych, wystaje nad wodę, a jaka zanurzona jest pod wodą?

*16. Kawałek soli kamiennej, ważący 9,675 G, zważono w nafcie i znaleziono pozorny ciężar 6,007 G; kawałek szkła, ważący 15,18 G, zważono pokolei w wodzie i w nafcie i znaleziono pozornie ciężary 9,18 G oraz 10,29 G. Obliczyć ciężar właściwy soli i nafty.

17. Statek waży 16000 tonn. O ile m^3 zmniejszy się objętość wypychanej przezeń wody, jeżeli wypłynie on z rzeki (cięż. wł. wody s_1 = 1 G/cm^3) na morze (cięż. wł. wody morskiej s_2 = 1,022 G/cm^3)? (Odp.: 344,42 m^3).

18. Areometr Nicholsona zanurza się w wodzie do swego znaczka pod obciążeniem 90 G, albo też pod łącznem obciążeniem 5,72 G i kilku kryształków siarczanu baru. Gdy kryształki te umieścimy na dolnym talerzyku, należy położyć 22,92 G na talerzyk górny. Jaki jest ciężar właściwy siarczanu baru? (Odp.: 4,9 G/cm^3).

19. Przedmiot szklany („nurek") waży w powietrzu Q_1 G, w wodzie Q_2 G i w nafcie Q_3 G. Znaleźć ciężar właściwy nafty. (Odp.: $s = \frac{Q_1 - Q_3}{Q_1 - Q_2}$).

20. Do rurki w kształcie U („naczynia połączone") nalano rtęci, poczem do jednego z ramion wlano nafty, tak, iż różnica między poziomem nafty a rtęci wynosi l cm. O ile podniósł się poziom rtęci w drugiem ramieniu rurki?

21. Powietrze, znajdujące się w pokoju o rozmiarach: 8 m długości, 6 m szerokości i 4 m wysokości wtłoczono do naczynia, w którem znajduje się ono pod ciśnieniem 192 at (w tej samej co poprzednio temperaturze). Czy udźwignąłbyś to naczynie, nawet gdyby ścianki jego nic nie ważyły? (Odp.: 192 m^3 powietrza waży w zwykłych warunkach ok. 230 Kg; zgęszczone do 192 at. zajmują one objętość ok. 1 m^3, zatem parcie aerostatyczne, wywołane przez powietrze otaczające, wynosi ok. 1,2 Kg; ciężar pozorny zamkniętego w naczyniu powietrza wynosi więc 230—1,2 = 228,8 Kg).

22. Odważono (w powietrzu) 1 Kg ołowiu i 1 Kg korka. Które z tych dwóch ciał posiada większą masę?

*23. Obliczyć siłę nośną balonu, napełnionego helem. Pojemność balonu wynosi 500 m^3, powłoka wraz z koszem i z linami waży 200 Kg, cięż. wł. helu $s_1 = 0{,}000177$ G/cm^3, cięż. wł. powietrza $s_2 = 0{,}001293$ G/cm^3.

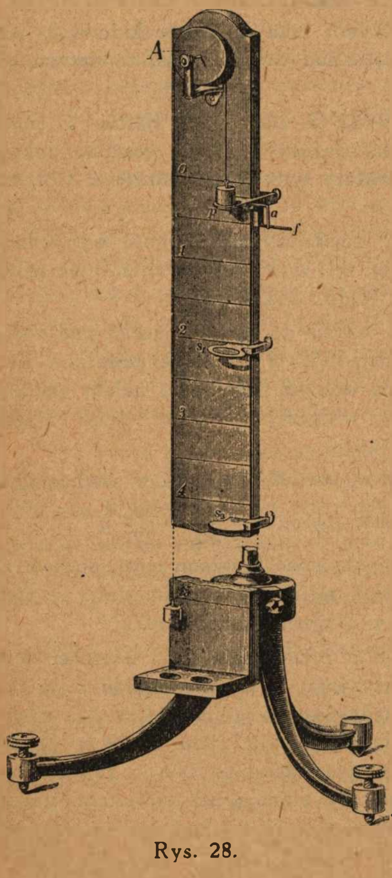
24. Jaki jest stosunek szybkości wypływu azotu i amonjaku, jeśli ich gęstości względem wodoru wynoszą: 14, wzgl. 8,5? (Odp.: Az : Am = 0,7792 : 1).

ROZDZIAŁ III.

Z DYNAMIKI PUNKTU I CIAŁA SZTYWNEGO.

§ 26. Aparat Atwooda (rys. 28).

Maszyna Atwooda służy do wyznaczania „przyśpieszenia ziemskiego" g (t. zn. przyśpieszenia swobodnego spadku). Przez rolkę lub kółko A, obracalne dookoła osi poziomej, przewieszona jest nitka, obciążona po jednej stronie (np. lewej) masą M_1, po drugiej masą $M_2 = M_1 + m$. Ciężar pierwszej wynosi $M_1 g$, ciężar drugiej $M_2 g$; różnica ich, wynosząca mg, wprawia w ruch obie masy, udzielając im przyśpieszenia a, przyczem:



Rys. 28.

$$a = \frac{mg}{M_1 + M_2} = \frac{m}{2M_1 + m} \cdot g.$$

Ruch jest jednost. przyśpieszony, zatem po przebyciu drogi s szybkość mas wynosi u:

$$u = \sqrt{2as},$$

skąd
$$g = \frac{2M_1 + m}{m} \cdot \frac{u^2}{2s}.$$

Droga s jest to odległość pierścienia s_1 od półeczki p; zaś szybkość u obliczamy w następujący sposób. Ciężarek o masie M_1, spoczywający na półeczce p, obciążamy ciężarkiem dodatkowym o masie m, tak uformo-

wanym, aby podczas ruchu obu mas (który rozpocznie się po usunięciu na bok półeczki p) został on zahaczony i zdjęty przez pierścień s_1. Od tej chwili ruch jest już jednostajny (szybkość $= u$); mierzymy sekundomierzem (str. 18) czas t między stuknięciem m o pierścień s_1 a stuknięciem M_1 o podstawkę s_2 i znajdujemy szybkość u, dzieląc odległość $s_2 - s_1$ przez czas t.

Źródła błędów:

1. Niedość dokładny pomiar czasu t. W celu zmniejszenia tego błędu zaopatruje się czasem maszynę Atwooda w automatycznie działający zegar.

2. Ruch od s_1 do s_2 jest niezupełnie jednostajny (tarcie nici o rolkę, oraz osi rolki w panewkach). Zmniejsza się ten błąd przez specjalną konstrukcję rolki; można go też wyrugować, ustawiając rozmaicie s_1 i s_2, co pozwala obliczyć opóźnienie, wywołane przez tarcie.

3. Bezwładność rolki: winna przeto być jak najlżejsza. Można wyrugować ten błąd, powtarzając pomiary z różnemi wartościami M_1 i m, co pozwala obliczyć masę, równoważną momentowi bezwładności rolki.

Do celów naukowych maszyna Atwooda zastosowania nie znajduje.

§ 27. **Wahadło.**

I. Wahadło zwykłe (quasi-„matematyczne") składa się z miękkiej mocnej nici (kilkadziesiąt cm) i uwieszonej na jej końcu niewielkiej kulki (średnicy ok. 2 cm) metalowej. Okres wahnięć przy niewielkich odchyleniach (nie przekraczać ok. 5^0 w każdą stronę) T wynosi, jak wiadomo:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

skąd

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}.$$

Za l uważać można odległość od punktu zawieszenia nitki do środka kulki (długość l_1 nitki mierzymy miarką metrową, średnicę $2r$ kulki kalibromierzem; $l = l_1 + r$). W celu zmierzenia T puszczamy wahadło w ruch (uważać, aby wahało się płasko) i liczymy z sekundo-

mierzem (str. 18) w ręku czas pełnych kilkudziesięciu (do 100) wahnięć, licząc np. od jednego największego wychylenia w prawo do drugiego (w momencie puszczania w ruch sekundomierza mówimy „zero!" — nie „jeden"). Dzieląc cały czas t przez ilość pełnych wahnięć n otrzymamy T.

Wobec niedokładnej metody pomiaru l_1 niema powodu uwzględniać dziesiątych części mm przy pomiarze $2r$. Przyjąć $\pi = 3{,}142$.

Błąd graniczny:

$$\Delta g = 4\pi^2\left(\left|\frac{\Delta l}{T^2}\right| + \left|-\frac{2l}{T^3}\cdot\Delta T\right|\right) = g\left(\frac{\Delta l}{l} + 2\frac{\Delta T}{T}\right).$$

Błędy spowodowane przez opór powietrza i tarcie oraz błędy, wynikające stąd, że wahadło nie jest „matematycznem", można wobec błędu powyższego pominąć.

II. Wahadło rewersyjne (odwracalne) (rys. 29) służy do dokładnych pomiarów g. Składa się ono z płaskiego pręta stalowego i jednej lub dwóch masywnych soczewek, przesuwanych po nim. Przez końce pręta przechodzą równolegle do jego najkrótszej krawędzi dwa pryzmaty trójkątne, zwrócone krawędziami ku sobie; krawędzie te służą jako osie obrotu wahadła. Zawieszamy wahadło raz na jednym, raz na drugim pryzmacie i regulujemy położenie soczewek tak, aby okres wahnięć był przy obu zawieszeniach ten sam, przyczem jednak rozmieszczenie mas soczewek winno być niesymetryczne względem środka pręta. Jeśli okres ten jest T, a wzajemna odległość krawędzi l, to mamy:

$$g = 4\pi^2 \cdot \frac{l}{T^2}.$$

Dowód.

Okres wahadła fizycznego T jest (dla nieskończenie małej amplitudy):

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{Mga}},$$

gdzie M jest masą wahadła, a odległością środka ciężkości od osi obrotu (zawieszenia), a I momentem bezwładności względem danej osi. Wiadomo, że $I = I_0 + Ma^2$, gdzie I_0 jest momentem bezwładności względem osi, przechodzącej przez środek ciężkości, a równoległej do osi danej (Huygens, Steiner). Podstawiając i rozwiązując względem a, otrzymamy równanie

$$4\pi^2 Ma^2 - T^2 Mga + 4\pi^2 I_0 = 0,$$

które posiada dwa pierwiastki a_1 i a_2, dające w sumie:

$$a_1 + a_2 = \frac{gT^2}{4\pi^2}.$$



Rys. 29.

Przy takich dwóch zawieszeniach dane wahadło posiada więc ten sam okres wahnięć T. Jeśli osie tych dwóch zawieszeń leżą w jednej płaszczyźnie ze środkiem ciężkości po przeciwnych stronach tegoż — jak to właśnie ma miejsce w wahadle rewersyjnem, to ich wzajemna odległość l jest równa $a_1 + a_2$, a więc wówczas:

$$a_1 + a_2 = l = \frac{g T^2}{4 \pi^2},$$

co było do dowiedzenia.

W y k o n a n i e p o m i a r ó w.

Odległość ostrzy l mierzymy katetometrem (str. 10), komparatorem (str. 14), ewentualnie jest ona wprost podana. Okres T mierzymy z początku sekundomierzem (jak przy wahadle zwykłem — patrz wyżej), następnie, po przybliżonem wyrównaniu okresów na obu zawieszeniach, metodą „koincydencyj", która polega na następującem.

Okres wahadła rewersyjnego naogół niewiele różni się od okresu wahadła sekundowego, t. j takiego, którego p ó ł o k r e s (albo okres półwahnięcia) wynosi 1 sek. Niechaj np. półokres wahadła rewers. $T/2 = 1 + \tau$ sekund, gdzie τ jest małą liczbą. Wieszamy wahadło rewersyjne przed wahadłem sekundowem zegara dobrze idącego, tak, aby oba wahadła wahały się w płaszczyznach równoległych. Niechaj w pewnym momencie przechodzą one jednocześnie przez położenie pionowe, dążąc np. w tę samą stronę. Niechaj po pewnym czasie t sek wahadło rewers. wykona c a ł k o w i t ą ilość n półwahnięć; mamy więc: $t = n(1 + \tau) = n + n\tau$. Jest to oczywiście zarazem ilość półwahnięć (niekoniecznie całkowita), wykonanych przez wahadło sekundowe. Liczbę całkowitą n można, oczywiście, dobrać tak, aby było: $n\tau \leq 1$ ale $(n + 1)\tau > 1$. Jeśli jednak τ jest b. małe, to można przyjąć, że obie te liczby, t. zn. $n\tau$ i $(n + 1)\tau$ prawie równają się sobie, a więc, że jedna z nich — np. $n\tau$ — równa się 1. Ilość wahnięć wahadła sekundowego wynosi więc wówczas $n + 1$. Ponieważ ilości wahnięć wahadeł mają się do siebie odwrotnie jak półokresy (lub jak okresy) ich, przeto

$$\frac{T}{2} = \frac{n + 1}{n}.$$

Ponieważ wahadło sekundowe wykonało o 1 półwahnięcie więcej, przeto s p o t k a się ono teraz z rewersyjnem, przebiegając równocześnie z niem przez położenie pionowe, ale dążąc teraz w przeciwną stronę. Moment jednoczesnego przechodzenia obu wahadeł przez pionowe położenie nazywamy „koincydencją". Do dokładnego uchwycenia tego momentu służą różne środki pomocnicze, których opis pomijamy.

Obserwujemy więc dwie kolejne koincydencje; wskazówki na tarczy zegara dadzą nam odrazu ilość półwahnięć, wykonanych w międzyczasie przez wahadło sekundowe (dwukrotna liczba sekund), wahadło rewersyjne wykona w tym samym czasie o 1 półwahnięcie mniej, lub — jeśli $\tau < 0$ — o 1 półwahnięcie więcej. Trzeba więc wiedzieć lub widzieć, które z dwóch wahadeł biegnie prędzej, które wolniej.

Dokładne zrównanie obu okresów wahnięć (dla obu zawieszeń) wahadła rewers. jest kłopotliwem; jeśli jednak różnią się one b. mało od siebie (w porównaniu z błędem granicznym), to właściwą wartość wspólnego okresu można znaleźć, interpolując.

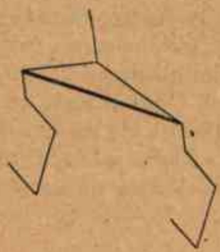
B ł ę d y.

Błąd, powstający stąd, że $n\tau$ naogół nie równa się dokładnie 1 (ani żadnej liczbie całkowitej, gdyż τ naogół będzie niewymierne), można przeważnie pominąć, wynosi on bowiem — jak to łatwo sprawdzić — co najwyżej $1/\tau^2 . T$; tak np. gdy τ = ok. 0,01 sek. (co jest raczej dość dużo), to błąd wynosi co najwyżej 0,0001 sek. Natomiast przy dokładnych pomiarach uwzględnia się następujące okoliczności: 1. Amplituda nie jest nieskończenie mała; 2. Tarcie i opór powietrza powodują wydłużenie się T; 3. Parcie aerostatyczne powoduje „stratę ciężaru" wahadła (pozostawiając bez zmiany jego I); 4. Zawieszenie wahadła nie jest idealnie nieruchome; krawędzie pryzmatów nie są idealnie „ostre" — powstaje więc pewne „toczenie się" ich po podstawie.

Błąd graniczny — z pominięciem okoliczności powyższych — patrz str. 40 (wahadło zwykłe).

§ 28. **Moment bezwładności.**

Na końcu nici elastycznej (drutu), zwisającej pionowo i zaopatrzonej w specjalny wieszak (ukształtowany np. tak, jak na rys. 30), zawieszamy badane ciało



Rys. 30.

o niewiadomym momencie bezwładności I. Okręcamy wieszak o mały kąt dookoła nici jako osi i puszczamy swobodnie: okres T powstających wahnięć wynosi:

$$T = 2\pi . \sqrt{\frac{I + I'}{k}} .$$

gdzie I' *jest* momentem bezwładności wieszaka, a k — „momentem kierującym", zależnym od rozmiarów i sprężystości nici (drutu).

(D o w ó d. Przy niewielkich kątach α skręcenia nici moment obrotu, wywołany przez to skręcenie, jest proporcjonalny do kąta α, wynosi więc $k\ \alpha$ (prawo

Hooke'a); a przyśpieszenie kątowe, doznawane przez badane ciało i wieszak, wynosi:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{k\alpha}{I+I'};$$

rozwiązując to równanie różniczkowe, znajdziemy podaną wyżej wartość T).

Jeśli I' jest b. niewielkie w porównaniu do I (wieszak b. lekki), to można je pominąć (t. zn. przyjąć $I' = 0$); możemy jednakże wyznaczyć je równocześnie z k w sposób następujący. Wkładamy w wieszak (jak najsymetryczniej względem nici!) ciało o prostych kształtach (sztabkę) i o obliczonym matematycznie momencie bezwładności I_1, i obserwujemy wahnięcia; mamy teraz:

$$T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_1 + I'}{k}};$$

wkładamy następnie jeszcze jedną t a k ą s a m ą sztabkę i znajdujemy:

$$T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2I_1 + I'}{k}}.$$

Te dwa równania pozwalają wyliczyć I' oraz k.

M o m e n t y b e z w ł. n i e k t ó r y c h b r y ł. (*M* oznacza masę ciała; oś obrotu pomyślana jest jako przechodząca przez środek ciężkości).

1. C i e n k i pręt o długości l (oś $\perp$ do długości): $I = \frac{l^2}{12} M;$

2. Prostopadłościan o krawędziach a i b (oś $\parallel$ do 3-ciej krawędzi):

$$I = \frac{a^2 + b^2}{12} M;$$

3. Walec o promieniu r i wysokości h (oś $\perp$ do wysokości):

$$I = \left(\frac{h^2}{12} + \frac{r^2}{4}\right) M;$$

4. Kula o promieniu r: $I = \frac{2r^2}{5} M.$

§ 29. Zadania do rozdziału III.

*1. Ciało rzucono do góry wzdłuż pochyłej płaszczyzny, nachylonej do poziomu pod kątem α z prędkością początkową $c = 12{,}70$ m/sek; jak długo będzie się ono poruszało w górę i jaką przebędzie drogę wzdłuż tej pochyłej płaszczyzny? Kąt $\alpha = 15^0$. (Odp. ok. 5 sek.; droga wynosi 31,77 m).

*2. Po równi pochyłej o długości l i kącie nachylenia $\alpha = 30^0$ zaczyna ześlizgiwać się ciało. W tym samym czasie do góry po równi rzucone zostało drugie

ciało z szybkością początkową v_0. Na jakiej odległości od górnego punktu równi ciała się spotkają? Jak wielka powinna być wartość v_0 aby ciała spotkały się na środku równi? Opory ruchów pomijamy. (Rozw.: drogi s_1 i s_2, przebyte przez oba ciała, są: $s_1 = \frac{gt^2}{4}$ i $s_2 = v_0 t - \frac{gt^2}{4}$, przyczem $s_1 + s_2 = l$. Rugując stąd t i s_2, znajdziemy: $s_1 = \frac{g}{4} \frac{l^2}{{v_0}^2}$; kładąc $s_1 = \frac{1}{2} l$, otrzymamy $v_0 = \sqrt{\frac{gl}{2}}$).

3. Z wysoko położonego punktu spadają co ćwierć sekundy kule — razem wszystkich 6. W jakich odległościach wzajemnych znajdują się one po upływie 1,25 sekundy od chwili wypuszczenia pierwszej? (Odp.: $\frac{1}{32} g$; $\frac{3}{32} g$; $\frac{5}{32} g$; $\frac{7}{32} g$; $\frac{9}{32} g$).

4. Pocisk karabinowy wybiega z lufy z szybkością 720 m/sek. pionowo w górę. Do jakiej wysokości się wzniesie? Opór powietrza pominąć. (Odpowied $h = \frac{259}{g}$ km).

5. Jakiego przyśpieszenia doznawał średnio tenże pocisk wewnątrz lufy, jeśli długość jej wynosi 1,2 m. Jak długa musiałaby być lufa, aby pocisk ten mógł pozostawać w niej, poruszając się z tem przyśpieszeniem w ciągu całej sekundy? Jaka siła działała na pocisk w lufie, jeśli masa pocisku $m = 30$ g? (Odp.: Przyśpiesz. $a = 216000$ m/sek^2; dług. lufy $s = 108$ km; siła $f = 648.10^6$ dyn $=$ 660 Kg).

6. Pocisk armatni o masie 25 kg uderza w wał ziemny z szybkością 500 m/sek i wbija się weń na głębokość 2,5 m. Jakiego doznawał (średnio) oporu? (Odp.: 125.10^9 dyn $=$ 127500 Kg).

7. Dwa walce, jeden pełny, drugi pusty, zrobione są z materjałów o różnych masach właściwych, tak iż masy ich są równe. Mają też one równe promienie zewnętrzne i równe wysokości. Walce te kładziemy obok siebie na równi pochyłej, po której staczają się ku dołowi. Który będzie się staczać prędzej? (Odp.: Walec pusty posiada większy moment bezwładności niż pełny, przeto daje się trudniej wprawić w obrót, będzie więc staczał się wolniej).

8. Walec pełny o promieniu r, masie m i momencie bezwładności I stacza się po równi pochyłej. Jaką prędkość osiągnął on po stoczeniu się o h m w dół? (Rozw.: Ubytek energji potencjalnej jego wynosi mgh; rozkłada się on na osiągniętą energję kinetyczną ruchu obrotowego $\frac{I\omega^2}{2}$ (ω = szybkość kątowa) i na energję kinet. ruchu postępowego $\frac{mv^2}{2}$; podczas toczenia się walca mamy $v = r\omega$; rugując ω, otrzymamy więc:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{Iv^2}{2r^2},$$

$$\text{skąd } v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{I}{r^2}}}.$$

9. Jak wielka jest energja kinetyczna koła zamachowego, wykonywającego 80 obrotów na minutę, jeśli prawie cała jego masa $M = 2400$ kg znajduje się na jego obwodzie i jeśli średnica jego $d = 210$ cm? (Odp.: 9465,2 Kgm).

10. Dwie równe masy, każda po 450 g zwisają swobodnie na końcach nitki, przełożonej przez bardzo lekki i bardzo łatwo obracający się wałek lub krążek o poziomej osi. Do jednej z tych mas doczepiono jeszcze masę dodatkową 100 g, skutkiem czego masa obciążona zaczyna spadać, pociągając za sobą masę nieobciążoną w górę. Po upływie 2,02 sek masy przesunęły się o 2 m. Obliczyć przyśpieszenie swob. spadku g.

*11. Przyśpieszenie swob. spadku wynosi w Warszawie 981,22 cm. sek^{-2} a na równiku 978,03 cm sek^{-2}. Czy wahadło „sekundowe" warszawskie spóźniałoby się na równiku i jeśli tak, to o ile sekund w ciągu doby? (Odp.: Wahadło „sekundowe" warszawskie posiadać będzie okres (połowicznego) wahnięcia: $T/2 = \sqrt{\frac{981{,}22}{978{,}03}}$ zamiast $T/2 = 1$; w ciągu doby wykona więc ono za mało wahnięć sekundowych, a mianowicie: o $86400 \cdot \frac{\sqrt{981{,}22} - \sqrt{978{,}03}}{\sqrt{981{,}22}}$).

12. Niechaj długość wahadła sekundowego nad poziomem morza $= l$. Jaką długość l_1 musiałoby mieć wahadło sekundowe na wysokości wierzchołka Mount Everest (ok. 9 km nad poziomem morza), jeśli promień ziemi $= 6370$ km. Pominąć spłaszczenie ziemi. (Odp. $\frac{l}{g} = \frac{l_1}{g_1}$, gdzie $\frac{g_1}{g} = \frac{6370^2}{6379^2}$, skąd $l_1 = l \cdot \frac{6370^2}{6379^2}$).

13. Walec pełny o promieniu r i momencie bezwładności I może się obracać dookoła swej (poziomo ustawionej) osi. Do walca przymocowano nić, owinięto ją kilkakrotnie dookoła niego, poczem obciążono wolny koniec ciężarem Q i puszczono swobodnie. Jaką prędkość v osiągnie spadający ciężar Q po upływie czasu t? (Rozw.: Po upływie czasu t walec osiągnie prędkość kątową $\omega = \frac{v}{r}$, przyczem $\omega = \frac{Qr}{I} t$, skąd $v = \frac{Qr^2}{I} t$).

14. Wahadło zegara składa się z cienkiego pręta długości $l = 0{,}45$ m, ważącego $Q_1 = 0{,}6$ kg i z soczewki, umocowanej na jego końcu, ważącej $Q_2 = 1{,}4$ kg i pomyślanej jako płaski krążek o promieniu $r = 0{,}05$, prostopadły do pręta. Jaki jest okres wahnięć tego wahadła? (Rozw.: $T = 2\pi \sqrt{\frac{I_1 + I_2}{(Q_1 + Q_2)\, a g}}$, gdzie I_1 oraz I_2 są momentami bezwł. pręta oraz soczewki, zaś a — odległością śr. ciężkości całego wahadła od punktu zawieszenia. Wiadomo, że $I_1 = I_0' + \frac{Q_1}{g} \cdot \frac{l^2}{4}$, oraz $I_2 = I_0'' + \frac{Q_2}{g} \cdot l^2$, gdzie I_0' oraz I_0'' są momentami bezwładności, obliczonemi dla osi przechodzących przez środek ciężkości pręta, względnie soczewki. Według str. 43 $I_0' = \frac{l^2}{12} \cdot \frac{Q_1}{g}$ oraz $I_0'' = \frac{r^2}{4} \cdot \frac{Q_2}{g}$ (soczewkę traktujemy jako walec o znikomo małej wysokości $h = 0$). Położenie środka ciężkości całego wahadła dane jest przez równanie: $(Q_1 + Q_2)\, a = Q_1 \frac{l}{2} + Q_2 l$).

ROZDZIAŁ IV.

Z MECHANIKI SIŁ MIĘDZYMOLEKULARNYCH.

§ 30. **Wyznaczanie współczynnika sprężystości.**

Jeśli drut (lub pręt) elastyczny o przekroju q mm^2 i długości l m poddamy sile P Kg rozciągającej go, to wydłuży się on o l, przyczem według prawa Hooke'a (o ile obciążenie nie jest zbyt wielkie):

$$l = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{PL}{q},$$

skąd:

$$\varepsilon = \frac{L}{q} \cdot \frac{P}{l},$$

gdzie ε jest szukanym współczynnikiem sprężystości (t. zw. modułem Younga).

Drut długości ok. 1 m, o wiadomej średnicy d mm, umocowany na jednym końcu w odpowiednim uchwycie, zwisa swobodnie pionowo; na drugim — dolnym — końcu zawieszamy (również przy pomocy specjalnego uchwytu) talerzyk, który w razie potrzeby obciążamy tak, aby drut był całkowicie wyprostowany. Wpobliżu górnego i dolnego uchwytu naklejamy na drut małe kawałeczki papieru o równych brzegach i mierzymy odległość tych brzegów (długość L) przy pomocy katetometru (katetometr musi tu być starannie ustawiony). Obciążamy talerzyk dodatkowem obciążeniem P, mierzymy (katetometrem) przesunięcie l dolnego papierka (obserwować ten sam brzeg) i wyliczamy ε. (Przesunięcie górnego papierka będzie prawie zawsze tak małe, że można je będzie pominąć). Średnicę d mm mierzymy mikrometrem lub sferometrem; $q = \frac{d^2 \pi}{4}$ mm^2.

Podpora, dźwigająca górny uchwyt, często zaopatrzona jest w urządzenie, pozwalające zawieszać na niej różne ciężary, tak iż kładąc na talerzyku ciężar P, zmieniamy tylko miejsce jego zawieszenia, nie zmieniając całkowitego obciążenia podpory: zapobiega to zmiennemu uginaniu się podpory. Przy dokładnych obserwacjach posiłkujemy się w celu wymierzenia l okularem mikrometrycznym lub metodą Poggendorffa. Przyrząd często posiada urządzenie, pozwalające zmieniać obciążenie drutu bez wprowadzania go w mimowolne wahnięcia.

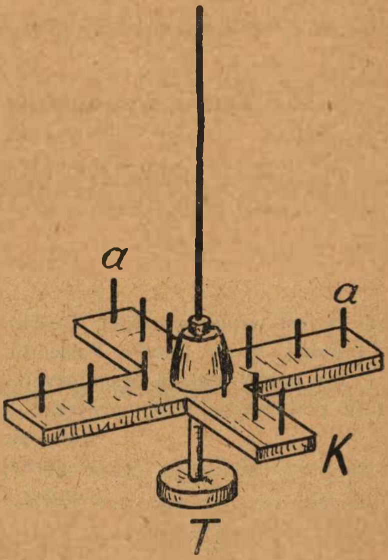
Przerobić pomiar parokrotnie dla różnych wartości P i obliczyć najpierw średnią arytmetyczną stosunku $\frac{P}{l}$!

Błąd graniczny:

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon \left(\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta q}{q} + \frac{\Delta l}{l} \right).$$

§ 31. **Wyznaczanie współczynnika sztywności drutu** (rys. 31).

Drut długości L (mierzone katetometrem) i średnicy $d = 2r$ (mierzone mikrometrem lub sferometrem w kilku miejscach) zwisa pionowo; do dolnego końca przymocowany jest zapomocą odpowiedniego uchwytu krzyżak drewniany K (rys. 31), na którym znajdują się kołeczki a, a..., symetrycznie względem środka krzyżaka rozmieszczone. Krzyżak można obciążać ciężarkami, mającemi postać przedziurawionych krążków (nakładamy je na kołeczki); oprócz tego można u dołu na talerzyku T położyć w razie potrzeby ciężar dodatkowy celem wyprostowania drutu. Długość drutu L mierzymy od uchwytu do uchwytu.



Rys. 31.

Obciążamy krzyżak symetrycznie 4-ma równemi ciężarkami, mającemi razem m g i umieszczonemi w odległości a od środka krzyżaka; wykręcamy krzyżak w płaszczyźnie poziomej o kąt ok. 45⁰—60⁰ (nie naruszając pionowego położenia drutu!) i puszczamy go: system zacznie wykonywać wahnięcia o okresie:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}.$$

gdzie I jest momentem bezwładności systemu, a k — momentem kierującym. Dokładając teraz jeszcze 4 takie same ciężarki (o łącznej masie m) w tej samej odległości a od drutu, otrzymamy wahnięcia powolniejsze o okresie:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I + ma^2}{k}}$$

(k pozostaje bez zmiany). Wyznaczywszy doświadczalnie T_1 i T_2 (z sekundomierzem; odliczyć przynajmniej po 50 pełnych wahnięć za każdym razem!), możemy z tych 2-ch równań obliczyć k:

$$k = 4\pi^2 \frac{m a^2}{T_2^2 - T_1^2}.$$

Ale według teorji elastyczności (przy niezbyt wielkiem skręceniu drutu) mamy:

$$k = \tau \cdot \frac{\pi r^4}{2L},$$

gdzie τ jest właśnie szukanym współczynnikiem. Stąd:

$$\tau = \frac{8\pi L m a^2}{r^4 (T_2 + T_1)(T_2 - T_1)}.$$

(Piszemy umyślnie $(T_2 + T_1)(T_2 - T_1)$ zamiast $(T_2^2 - T_1^2)$, ponieważ to ułatwia rachunek).

Błąd graniczny:

$$\Delta\tau = \tau\left[\frac{\Delta L}{L} + 2\left(\frac{\Delta a}{a} + 2\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta T_2}{T_2} + \frac{\Delta T_1}{T_1}\right)\right].$$

(Błąd masy m można przeważnie pominąć).

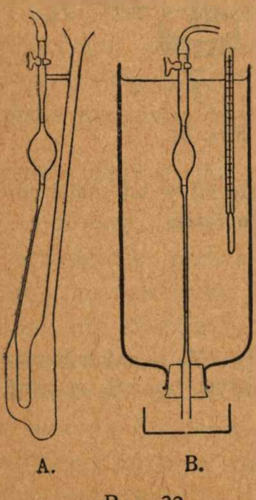
§ 32. Tarcie wewnętrzne w cieczach (metoda porównawcza) (rys. 32).

Przez rurkę włoskowatą o długości l i promieniu wewnętrznym r przepływa w ciągu czasu t pod ciśnieniem p objętość cieczy v:

$$v = \frac{1}{\eta}\frac{\pi}{8}\frac{r^4}{l} p \cdot t,$$

gdzie η jest współczynnikiem tarcia wewnętrznego (albo „współczynnikiem lepkości") danej cieczy (prawo Poiseuille'a).

Do porównywania współczynników lepkości różnych cieczy na podstawie wzoru powyższego służy przyrząd Arrheniusa (rys. 32). Szklana rurka włoskowata pionowo ustawiona, otwarta u dołu, posiada w górnej swej części rozszerzenie w postaci kulki; poniżej i powyżej tej kulki widnieją na rurce dwa znaczki (kreski). Pod górnym końcem znajduje się kranik; na sam górny koniec naciągnięta jest rurka gumowa. Podstawiamy pod dolny koniec rurki naczyńko z cieczą (zanurzamy dolny koniec), otwieramy kran i wciągamy do rurki ciecz z naczyńka, biorąc rurkę gumową do ust, lub dołączając ją do próżniowej pompy wodnej. Ciecz ma stanąć nieco powyżej górnego znaczka na rurce, nie dotykając jednak kranu: wówczas kran zamykamy. Wolny koniec rurki gumowej otwieramy na powietrze otaczające, otwieramy kran i puszczamy w ruch sekundomierz w chwili, gdy spływająca teraz na dół ciecz mija górny znaczek. Zatrzymujemy go w chwili przechodzenia poziomu cieczy obok drugiego znaczka. Następnie całą tę manipulację powtarzamy z drugą cieczą.



Rys. 32.

Niechaj będą: η_1 i η_2 — współczynniki lepkości obu

cieczy; s_1 i s_2 — ich ciężary właściwe, oraz t_1 i t_2 zanotowane czasy, potrzebne do wypływu z rurki objętości v (wspólnej) każdej cieczy. Ponieważ ciśnienia p_1 i p_2, pod któremi ciecze wypływały, mają się do siebie jak s_1 do s_2, przeto

$$\frac{v}{v} = 1 = \frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{s_2}{s_1} \frac{t_2}{t_1},$$

skąd

$$\eta_2 = \eta_1 \cdot \frac{s_2 t_2}{s_1 t_1}.$$

Jeśli pierwszą cieczą była woda i jeśli przyjmiemy umownie η_1 jako równe 1, to mamy:

$$\eta = s \cdot \frac{t_2}{t_1},$$

gdzie η jest współczynnikiem lepkości danej cieczy względem wody, a s — ciężarem właściwym cieczy.

Poziom początkowy cieczy w szerokiem naczyńku u dołu musi być dla obu cieczy, o ile możności, ten sam (znaczek u dołu rurki!). Przed właściwym pomiarem przepłókać parokrotnie rurkę włoskowatą daną cieczą! η zmniejsza się wraz ze wzrostem temperatury; należy więc zawsze notować temperaturę cieczy (rurka włoskowata umieszczona jest zwykle w termostacie, zaopatrzonym w termometr i szybkę w przedniej ścianie).

Błąd graniczny:

$$\Delta \eta = \eta \left(\frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta t_2}{t_2} + \frac{\Delta t_1}{t_1} \right).$$

§ 33. Wyznaczanie prędkości głosu w powietrzu metodą rezonansu (rys. 33).

W piszczałce zamkniętej (krytej) zachodzi zjawisko rezonansu (oddźwięku) dla tonów, tworzących szereg harmonicznych nieparzystych. Oznaczając długość piszczałki (słupa powietrza) przez l, długość fali dźwięku wzbudzającego rezonans piszczałki przez λ, mamy zależność $(2n + 1)\frac{\lambda}{4} = l$, gdzie n — liczba całkowita. Podstawiając na n kolejne liczby 0, 1, 2, 3 i t. d., otrzymujemy

$$\frac{\lambda_1}{4} = l \qquad \frac{3}{4}\lambda_2 = l \qquad \frac{5}{4}\lambda_3 = l \qquad \frac{7}{4}\lambda_4 = l \quad \text{i t. d.,}$$

czyli $\lambda_1 = 4l \qquad \lambda_2 = \frac{4}{3} l \qquad \lambda_3 = \frac{4}{5} l \qquad \lambda_4 = \frac{4}{7} l$ i t d.,

oraz zważywszy, że $v = N\lambda$ (gdzie v = prędkości głosu w powietrzu),

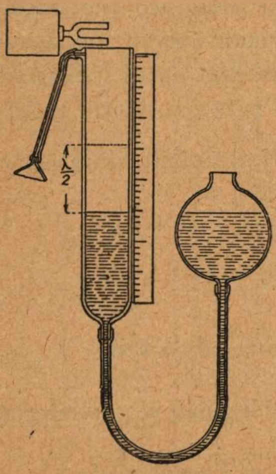
$$v = N_1\lambda_1 = N_2\lambda_2 = N_3\lambda_3 \ldots\ldots = N_1 4l = N_2 \frac{4}{3} l = N_3 \frac{4}{5} l \ldots\ldots$$

W zasadzie, znając l, możnaby wyznaczyć na mocy danego N — prędkość v. Jednak długość piszczałki, mierzona od zamknięcia do wylotu, jest nieco mniejsza od długości teoretycznej l (wobec tego, że przy drganiu słupa powietrza strzałka nie znajduje się na poziomie wylotu, lecz nieco, z powodu porywania bezwładnej masy powietrza wpobliżu wylotu, wyżej), co obniża ton własny piszczałki (zwiększa λ). Potrzeba wyznaczania tej nieuchwytnej poprawki zostaje ominięta, dzięki zastosowaniu metody, przy której przez odejmowanie wartości obarczonych tym samym błędem, otrzymuje się wartość pozbawioną tego błędu. Bada się mianowicie, przy jakich kolejnych długościach piszczałki l_1 i l_2 następuje rezonans na dźwięk o częstości stałej N. Mamy, oczywiście,

$$\lambda = 4l_1 = \frac{4}{3} l_2 = \frac{4}{5} l_3 \text{ i t. d.}$$

$l_1 = \frac{1}{4}\lambda$, $l_2 = \frac{3}{4}\lambda$ i t d. oraz $l_2 - l_1 = \frac{1}{2}\lambda$, niezależnie od tego, jaką wartość miał błąd stały, popełniany przy wyznaczaniu l_1, l_2, l_3 i t. d. Wyznaczywszy długość fali $\lambda = 2(l_2 - l_1)$ i mając dane N, obliczamy prędkość głosu ze wzoru $V = N\lambda$.

Przyrząd składa się z dość szerokiej rury szklanej długości przeszło $^1/_2$ metra, otwartej u góry, a zwężonej u dołu, umocowanej obok skali milimetrowej na desce, zawieszonej na ścianie. Dolne przewężenie połączone jest rurą gumową ze zbiornikiem napełnionym wodą. Zbiornik może być podnoszonym lub opuszczanym wraz ze swą oprawą, ślizgającą się po saneczkach wzdłuż deski; w ten sposób poziom wody w rurze może się w sposób ciągły zmieniać, skracając lub wydłużając słup powietrza zawarty w rurze ponad nim. W górnej części rury, poniżej wylotu, wtopiona jest boczna rurka, na którą nasadzona jest rurka gumowa, zakończona szklanym lejkiem, który przykładamy do ucha, w celu oznaczenia maximum rezonansu. Powyżej wylotu rury i nieco zboku zawieszona jest na gumach drewniana skrzynka z oprawą metalową, w którą wkręcamy odpowiednie widełki strojowe. Przyrząd uzupełnia młoteczek drewniany lub



Rys. 33.

korkowy, którym pobudzamy do drgania widełki. Pomiar wykonywamy w porządku następującym:

1) wkręcamy w oprawę skrzynki jeden z kamertonów, którego częstość drgań jest na nim oznaczona (należy zwrócić uwagę na to, że litery v. s. za liczbą oznaczają „vibrations simples" czyli ilość połowicznych drgań na sekundę; oczywiście, ilość pełnych N drgań na sekundę będzie o połowę mniejsza); przytrzymując w razie potrzeby skrzynkę ręką, ustawiamy widełki bezpośrednio ponad wylotem rury, tak jednak, by nie dotykały brzegu rury.

2) uderzamy (zupełnie lekko!) młoteczkiem widełki strojowe (co kilkanaście sekund), mając lejek przy uchu, i opuszczamy zbiornik z wodą od jego najwyższego położenia, obniżając w ten sposób poziom wody w rurze, a tem samem wydłużając słup powietrza piszczałki;

3) w chwili najgłośniejszego oddźwięku przestajemy opuszczać zbiornik i, przeciwnie, zaczynamy go podnosić, uważając, którą podziałkę skali milimetrowej mija poziom wody w chwili najgłośniejszego rezonansu. Czynności te powtarzamy kilkakrotnie i jako l'_1 przyjmujemy średnią arytmetyczną odczytanych wartości (z dokładnością do 1 mm);

4) opuszczamy zbiornik i, jak wyżej, wyznaczamy średnią arytmetyczną l'_2 odczytań skali w chwilach następnego zkolei rezonansu.

Jeśli widełki strojowe miały N' drgań pełnych na sekundę, prędkość głosu dana jest przez $v' = N' \lambda'$ [gdzie $\lambda' = 2(l_2' - l_1')$].

5) wkręcając na miejsce usuniętych widełek inne o ilości N'' drgań pełnych na sekundę, w ten sam sposób wyznaczamy odpowiednie $\lambda'' = 2(l_2'' - l_1'')$ i znajdujemy $v'' = N'' \lambda''$. Za wartość v przyjmujemy $v = \frac{v' + v''}{2}$.

Jeśli odczytania były robione w mm, prędkość otrzymana została w mm/sek, przez podzielenie wyniku przez 1000 otrzymujemy wartość w m/sek.

Zważywszy, że rozchodzenie się głosu w powietrzu należy uważać za zjawisko adiabatyczne, możemy zastosować wzór Laplace'a

$$v = \sqrt{k \frac{p}{d}},$$

gdzie $k = \frac{c_p}{c_v} = 1{\cdot}40$ (stosunek ciepła właściwego powietrza pod

stałem ciśnieniem do c. wł. przy stałej objętości), p = ciśnienie wyrażone w dynach/cm^2, d = masa właściwa (gęstość bezwzględna) powietrza = 0.001293 g/cm^3.

Współczynnik k nie zależy od ciśnienia i temperatury powietrza; zgodnie z prawem Boyle'a i Mariotte'a, gęstość gazu jest proporcjonalna do ciśnienia (w stałej temperaturze), więc stosunek $\frac{p}{d}$, a co za tem idzie i v nie zależy od ciśnienia. Pozostaje więc zależność od temperatury.

Oznaczając gęstość powietrza pod ciśnieniem p w 0°C przez d^0, mamy

$$v_0 = \sqrt{k \frac{p}{d_0}}.$$

Podobnie oznaczając gęstość powietrza pod temże ciśnieniem p w temp. t^0 C przed d_t, mamy

$$d_t = \frac{d_0}{1 + \alpha t},$$

wobec tego prędkość głosu

$$v_t = \sqrt{k \frac{p}{d_t}} = \sqrt{k \frac{p}{d_0}(1 + \alpha t)} = v_0 \sqrt{1 + \alpha t}.$$

Ze względu na to, że w przeciętnych warunkach laboratoryjnych powietrze o temp. kilkunastu stopni posiada wilgotność względną bliską 50°/$_0$, zamiast 0,00367 na wartość α, przyjmujemy 0,004. Mając znalezione v_t, możemy obliczyć v_0 z wzoru

$$v_0 = \frac{v_t}{\sqrt{1 + 0{\cdot}004\,t}} \cong v_t \sqrt{1 - 0{\cdot}004\,t}.$$

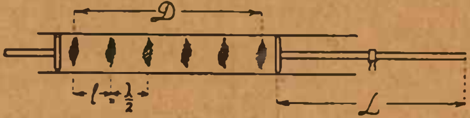
Błąd graniczny:

$$\Delta v = v \frac{\Delta(l_2 - l_1)}{(l_2 - l_1)}.$$

§ 34. **Wyznaczanie prędkości głosu i modułu Younga E dla ciał stałych zapomocą rury Kundta** (rys. 34).

Przyrząd Kundta składa się z długiej (około 2 m) szklanej rury o średnicy od 2—3 cm, leżącej poziomo na odpowiednich podstawkach. Badane ciało stałe jest w postaci pręta, długości około 1 metra.

Pręt umocowany jest dokładnie na środku swej długości zapomocą mocnego uchwytu, przytwierdzonego do stołu [1]). Jedna część pręta, zakończona cienkim krążkiem tekturowym lub korkowym (krążek jest do końca pręta przyklejony), wsunięta jest do rury, drugą część możemy pocierać wzdłuż (pręt drewniany lub metalowy suknem lub skórą posypaną żywicą, szklany — suknem zwilżonem wodą lub alkoholem), powodując podłużne drganie pręta (dość wysoki ton). Drga-



Rys 34.

nia te poprzez krążek udzielają się słupowi powietrza, zawartego w rurze. Przez zamknięcie drugiego końca rury tłokiem (korek przyklejony do laseczki szklanej lulb umocowany na drucie) zmuszamy falę powietrza do odbicia się. Dla uwidocznienia powstających w odpowiedniem położeniu tłoka fal stojących, do rury wsypana jest niewielka ilość drobnego i lekkiego proszku (np. nasienie widłaka-lycopodium, lub sproszkowany korek). Pocierając od czasu do czasu (dość lekko!) pręt, przesuwamy tłok do chwili, aż tworzące się w prawidłowych odstępach gromady proszku staną się najbardziej wyraźne. Zapomocą linji mierzymy odległość D między najbardziej odległemi od siebie gromadami wyraźnie ukształtowanemi (z dokładnością do 1 mm) i liczymy ilość m zawartych między niemi odstępów. Przez podzielenie D przez m otrzymujemy długość pół-fali w powietrzu, czyli

$$\frac{D}{m} = l = \frac{\lambda}{2}, \text{ skąd } \lambda = 2l.$$

Drgający podłużnie pręt o długości L, zamocowany w połowie swej długości, posiada węzeł w punkcie zamocowania i strzałki w obu końcach. Oczywiście, długość fali w pręcie równa jest $2L$.

Na mocy wzoru $v = n\lambda$, oznaczając przez N częstość drgań podłużnych pręta, wspólną dla niego i powietrza w rurze, przez V —

---

[1]) Można umocować pręt nie w jednem, lecz w dwu miejscach — punkty zamocowania muszą leżeć wówczas dokładnie w odległościach $^1/_4$ długości pręta od jego końców; strzałka znajduje się w środku pręta i w obu jego końcach, węzły w punktach umocowania, częstość drgań dwukrotnie większa i długość fali = L.

prędkość głosu w pręcie, przez v — prędkość głosu w powietrzu w temperaturze t^0 C z przeciętną wilgotnością, mamy

$$v = N \cdot 2l \text{ i } V = N \cdot 2l,$$

czyli $$\frac{V}{v} = \frac{L}{l}, \qquad \text{skąd} \qquad V = v \frac{L}{l}.$$

Prędkość głosu w powietrzu suchem w 0^0 C wynosi okrągło

$$v_0 = 331 \frac{\text{m}}{\text{sek}},$$

wobec tego $$v = 331 \sqrt{1 + 0{\cdot}004\, t}$$

i wreszcie

$$V = 331 \sqrt{1 + 0{\cdot}004 t} \frac{L}{l} \frac{\text{m}}{\text{sek}} = 33100 \sqrt{1 + 0{\cdot}004 t} \frac{L}{l} \frac{\text{cm}}{\text{sek}}.$$

(temperaturę odczytujemy na pobliskim termometrze).

W teorji sprężystości dany jest wzór $v = \sqrt{\frac{e}{d}}$, gdzie v = prędkość rozchodzenia się fal w ośrodku, którego masa właściwa jest d, a e = spółczynnik sprężystości dla odkształcenia danego ośrodka przy rozchodzeniu się badanych fal. Wobec tego, że odkształcenie w naszym pomiarze jest wydłużaniem się i kurczeniem pręta, $e = E$ (moduł Younga). Wobec tego dla naszego pręta

$$V = \sqrt{\frac{E}{d}}, \quad \text{skąd } E = V^2 d = v^2 \frac{L^2}{l^2} d.$$

Wyrażając v w cm/sek, gęstość bezwzględną d — w g/cm^3, otrzymujemy E w jednostkach bezwzględnych *C. G. S.*

$$E = 33100^2 (1 + 0{\cdot}004\, t) \frac{L^2}{l^2} d \text{ dyn/cm}^2,$$

zaś w jednostkach praktycznych

$$E = \frac{33100^2 (1 + 0{\cdot}004\, t) L^2}{981 \cdot 10^5 \quad l^2} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}.$$

Masę właściwą d badanego pręta oznaczamy z niewielkiej próbki na wadze Jolly'ego (str. 30), lub korzystamy z podanej jej wartości.

Błąd graniczny:

$$\Delta E = E\left(2\frac{\Delta L}{L} + 2\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta d}{d}\right).$$

Uwagi: 1) rura Kundta winna być suchą, równie jak używany do niej proszek. W razie potrzeby oczyszczenia rury, należy to uczynić zawczasu, nie bezpośrednio przed pomiarem, z powodu łatwego elektryzowania się szkła przez potarcie i wzmożenia zdolności przyciągania do ścianek lekkiego proszku. Proszek winien być wysuszony i przechowywany w szczelnie zamkniętem naczyniu.

2) Dla wytworzenia „figur Kundta" wystarcza b. mała ilość proszku. Zupełnie dostateczną jej ilość otrzymamy, wsypując pewną jego ilość do rury i usuwając większą jego część przez postawienie na chwilę pionowo rury otworem na dół. Najdrobniejsze części, trzymające się ścian i wolno opadające wzdłuż rury, stanowią najlepszy do wytworzenia figur materjał.

3) Wytwarzanie drgań w pręcie przez pocieranie należy wykonywać z siłą zmienną. Chwytając lekko rurę przez sukno wpobliżu węzła, pociągamy ręką wzdłuż, stopniowo ściskając rurę (jednak dość lekko) w ruchu ku końcowi. Po kilku próbach powinno się otrzymać pożądany wynik, w przeciwnym razie przyczyna niepowodzenia może leżeć w niedokładnem zamocowaniu pręta w połowie jego długości (wzgl. w $^1/_4$ od końców).

4) Przyjmujemy, że drganie cząsteczek powietrza w rurze zmiata proszek z tych miejsc, gdzie tworzą się strzałki, gromadząc go w węzłach, jakkolwiek w literaturze uzasadnia się również zdanie wręcz przeciwne. Oczywiście, dla pomiaru $\lambda = 2l$ różnica zdań nie jest przeszkodą.

§ 35. Wyznaczanie stosunku $k = \frac{c_p}{c_v}$ zapomocą rury Kundta (rys. 34).

Jeżeli rura posiada urządzenie w postaci wtopionych zboku bocznych rurek lub przepuszczonych przewodów przez krążek w końcu pręta i przez tłok, można, zmierzywszy uprzednio $\lambda = 2l$ dla powietrza, przepuścić przez rurę jakiś inny gaz (np. CO_2); najlepiej z przyrządu Kipp'a: rozwodniony HCl i marmur [1]) i zmierzyć nowe $\lambda' = 2l'$ dla badanego gazu. Mamy, oczywiście,

[1]) Otrzymywany CO_2 należy naprzód przepuścić przez płóczkę z wodą (w celu usunięcia domieszek soli, kwasów lub zasad), następnie przez płóczkę z H_2SO_4 conc. (w celu usunięcia wilgoci) oraz zwrócić uwagę na to, by gaz badany całkowicie wyparł zawarte w rurze powietrze.

$$v = N\lambda = N\,.\,2l = \sqrt{k\frac{p}{d}} \text{ (dla powietrza)}$$

oraz $$v' = N\lambda' = N\,.\,2l' = \sqrt{k'\frac{p}{d'}} \text{ (dla } CO_2\text{)},$$

skąd $$\frac{l}{l'} = \sqrt{\frac{k\,d'}{k'\,d}} \quad i \quad k' = k\left(\frac{l'}{l}\right)^2 \frac{d'}{d},$$

gdzie $K = 1{\cdot}40$ (dla powietrza), $\frac{d'}{d} = 1{\cdot}53$ (gęstość CO_2 względem powietrza), ostatecznie

$$k' = 2{\cdot}14\left(\frac{l'}{l}\right)^2.$$

Błąd graniczny:

$$\Delta k' = 2k'\left(\frac{\Delta l'}{l'} + \frac{\Delta l}{l}\right).$$

§ 36. Zadania do Rozdziału IV.

1. Drut stalowy długości 1275 mm o przekroju 0,36 mm^2 wydłuża się pod obciążeniem 9 Kg o 1,6 mm. Obliczyć współczynnik elastyczności drutu. (Odp.: 19922 Kg/mm^2).

2. Jaką długość musi mieć drut (lub sztaba) ołowiany zwisający swobodnie wdół, aby własny jego ciężar mógł go rozerwać? Cięż. wł. ołowiu = 11,4 G/cm^3, granica wytrzymałości = 2 Kg/mm^2.

3. Pewien gatunek cegły rozkrusza się pod ciśnieniem 90 Kg/cm^2. Jak wysoką wieżę można zbudować z tej cegły, jeśli mury jej mają mieć wszędzie tę samą grubość? Wymagane jest 8-krotne bezpieczeństwo; ciężar wł. cegły = 1,6 g/cm^3. (Odp.: 70,4 m).

5. Na podstawie tabeli V i IX oblicz, z którego z wymienionych tam metalów można zrobić najdłuższy drut, nieprzerywający się pod własnym ciężarem.

6. Kula z kości słoniowej o masie 400 g spada na płaską poziomą płytę stalową z wysokości 100 cm i odbija się na wysokość 80 cm. Ile ciepła wytworzyło się podczas uderzenia? (Odp.: Strata energji kuli = 400 g (100—80) = 8000 ergów, zatem ilość ciepła = 8.10— . 0,24 cal.).

7. Ta sama kula uderza o tę samą płytę z prędkością v m/sec pod kątem padania 45^0. Jaki będzie kąt odbicia φ kuli? (Rozw. Prędkość v rozkładamy na 2 składowe: równoległą v_1 i prostopadłą v_2 do płyty, przyczem $v_1 = v_2 = \frac{v}{\sqrt{2}}$. Po odbiciu pierwsza nie ulegnie zmianie, druga zmniejszy się i osiągnie wartość v'_2, przyczem $\frac{400\,v'^2_2}{2} = 80\%\,.\,\frac{400\,v_2^2}{2}$, skąd $v'_2 = \frac{2}{\sqrt{5}}\,v_2$. Dla szukanego kąta φ mamy:

$\operatorname{tg}\varphi = \frac{v_1}{v_2}$, a więc wkońcu $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Kąt odbicia nie zależy więc od prędkości przed uderzeniem).

*8. Zgięta sprężysta taśma metalowa, prostując się, podrzuca pionowo na wysokość 2,5 m kawałek ołowiu o masie 150 g. Ile pracy zużyto na zgięcie tej taśmy, jeśli 10⁰/₀ jej zużyte zostało na pokonanie tarć wewnętrznych w jej materjale? (Rozw. Niech szukana praca $= L$; wówczas: $90\%. L = 250$ cm 150.981 dyn, skąd $L = \frac{1}{9}. 15.25.981.10^3$ ergów).

*9. Rurkę szklaną długości l cm, z jednego końca zamkniętą, zanurzamy otwartym końcem w wodzie. Obliczyć wysokość x cm słupa wody w rurce, jeśli odległość między otwartym końcem rurki a zwierciadłem wody wynosi a cm. Stan barometru wynosi b cm rtęci. (Rozw.: Ciśnienia wyrazimy w cm słupa wody; wówczas b cm rtęci równoważne jest $13b = c$ cm słupa wody. Mamy wtedy: $a + c = x + p$, gdzie p jest prężnością zamkniętego w rurce powietrza; ale wg. pr. Boyle'a-Mariotte'a: $\frac{p}{c} = \frac{l}{l-x}$, skąd: $x^2 - (l + a + c)x + al = 0$. Ponieważ jeden z pierwiastków tego równania jest $> l$, przeto rozwiązanie zadania stanowi tylko drugi pierwiastek, a mianowicie mniejszy, który też w istocie jest $< l$).

*10. Do wysokiego naczynia z rtęcią zanurzono rurkę szklaną, otwartą na obu końcach, tak głęboko, że tylko a cm wystaje z rtęci. Następnie zamknięto górny otwór i uniesiono rurkę w górę. Jak wysoko przy stanie barometru b cm (rtęci) zatrzyma się rtęć w rurce nad poziomem w naczyniu, jeśli zamknięte powietrze zwiększy swoją objętość n-krotnie? (Rozw.: $x + p = b$ oraz $p = \frac{b}{n}$ gdzie x jest szukaną wysokością, a p — ciśnieniem powietrza zamkniętego w rurce po jej podniesieniu. Długość a podana jest więc w tekście niepotrzebnie).

*11. W szklanej U — rurce znajduje się rtęć. Powierzchnie rtęci znajdują się z początku na tym samym poziomie M; stan barometru $b = 75$ cm rtęci. Jedno ramię rurki jest zamknięte i zawiera nad rtęcią powietrze, które zajmuje część rurki o długości $a = 15$ cm; drugie ramię jest dłuższe i otwarte. Do ramienia otwartego wlewamy tyle rtęci, aby powierzchnia jej wzniosła się o $c = 20$ cm nad poziom M. O ile podniesie się rtęć nad ten poziom w ramieniu zamkniętem? (Rozw.: $x + p = c + b$; $\frac{p}{b} = \frac{a}{a-x}$, gdzie p jest ciśnieniem zamkniętego w rurce (po dolaniu rtęci) powietrza. Porównaj rozw. zad. 9).

12. Jak zmieni się prędkość głosu w powietrzu, jeżeli zmniejszymy jego objętość dwukrotnie, nie zmieniając temperatury? (Odp.: Pozostanie bez zmiany, albowiem zarówno gęstość jak i ciśnienie wzrosły dwukrotnie).

13. Jak musimy zmienić naprężenie struny skrzypcowej, chcąc podwyższyć jej ton o tercję? (Odp.: Musimy ją rozciągnąć $\frac{5}{4}$ razy więcej).

14. Posiłkując się wzorem: $v = k\sqrt{\frac{E}{d}}$ oraz tabelami V i IX, oblicz, w którem z wyszczególnionych tam ciał dźwięk rozchodzi się z największą prędkością.

15. Ciepło właściwe c_p powietrza przy stałem ciśnieniu wynosi 0,241 kal/g. Obliczyć ciepło właściwe jego c_v przy stałej objętości, jeśli prędkość głosu w powietrzu w temperaturze 0⁰ C wynosi 331m/sek.

16. Wykazać, że prawo Boyle-Mariotte'a $pv = c$ (c — stały współczynnik) może być dla małych zmian ciśnienia p zastąpione przez prawo Hooke'a $v=v_0 - ap$ (a oraz v_0 — stałe współczynniki). (Rozw.: Niechaj ciśnienie p wzrośnie o przyrost Δp; z prawa B.-M. mamy wówczas: $v_1 = \frac{c}{p + \Delta p}$, a z prawa Hooke'a: $v_2 = v_0 - a(p + \Delta p)$; odejmując jedno od drugiego, znajdziemy:

$$(v_1 - v_2) = \frac{c}{p + \Delta p} - [v_0 - a(p + \Delta p)];$$

jeśli $\Delta p \longrightarrow 0$, to $(v_1 - v_2) \longrightarrow \frac{c}{p} - (v_0 - ap)$,

a zatem $(v_1 - v_2) \longrightarrow (v - v) = 0$, c. b. d. d.).

17. Dwie struny jednakowej długości, z których jedna jest żelazna a druga miedziana, są jednakowo mocno naciągnięte i wydają jeden ton. Znaleźć stosunek ich średnic. Gęstość żelaza wynosi 7,8, a miedzi 8,9. (Odp.: Stosunek $= \sqrt{\frac{8,9}{7,8}}$).

18. Obliczyć długość fali tonu zasadniczego gamy współczesnej (γ = 435 drgań na sek) w powietrzu (w temperaturze 0°), w wodzie i w żelazie.

ROZDZIAŁ V.

CIEPŁO.

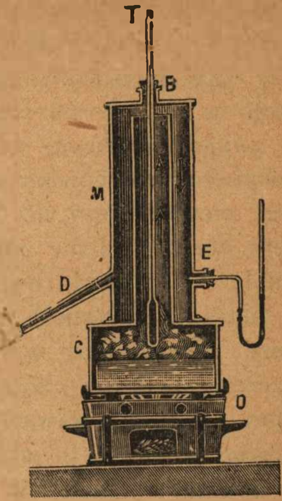
§ 37. Sprawdzanie termometru i odczytywanie barometru (rys. 35).

Tak zwane „punkty stałe" termometru zmieniają z biegiem czasu swe położenie skutkiem zmian wewnętrznych, zachodzących w szkle. Sprawdzanie termometru i obliczanie poprawki, którą przy dokładnych obserwacjach temperatury trzeba uwzględniać, odbywa się, jak następuje:

1. Zanurzamy termometr (jak najgłębiej) do czystego śniegu lub do naczynia z czystą wodą i topniejącym lodem (dużo lodu!). Niechaj termometr wskazuje — zamiast 0° — temperaturę t_0 (jeśli jest ona niższa niż 0°, to liczymy ją ujemnie). Lód, wzgl. śnieg muszą być czyste; domieszki mogłyby spowodować obniżenie temperatury topnienia.

2. Umieszczamy termometr przy pomocy korka w pokrywie metalowego naczynia z wodą — tak, jak to wskazuje rys. 35, przedstawiający naczynie to w przekroju. Doprowadzamy wodę w naczyniu do wrzenia, podstawiając pod nie zapalony palnik, i odczytujemy

temperaturę t_1, którą nasz termometr wskazuje (ponad korek powinien wystawać jak najkrótszy słupek rtęci). Termometr nie powinien przytem zanurzać się w wodzie, albowiem ta ostatnia może posiadać temperaturę wyższą (przegrzanie wody). Podwójne ścianki naczynia chronią parę w wewnętrznej rurze przed oziębianiem i skraplaniem się; temperatura prawdziwa termometru τ jest więc temperaturą pary wodnej nasyconej pod tem ciśnieniem, które w danej chwili panuje w pokoju laboratoryjnym. Ciśnienie to odczytujemy na barometrze (patrz niżej); odpowiadającą mu temperaturę τ pary wodnej nasyconej (czyli temperaturę wrzenia wody) — w tab. XIII. Oznaczając przez w wartość prawdziwą (w stopniach Celsjusza) jednej działki (t. zn. jednego „stopnia") naszego termometru, znajdziemy teraz:



Rys. 35.

$$w = \frac{\tau}{t_1 - t_0}.$$

Jeśli więc zbadany i sprawdzony w ten sposób termometr użyty będzie następnie do pomiaru temperatury i jeśli wskaże on temperaturę np. ϑ', to prawdziwa temperatura ϑ wynosi:

$$\vartheta = (\vartheta' - t_0) \cdot \frac{\tau}{t_1 - t_0}$$

3. Odczytywanie barometru. Przed odczytaniem stanu barometru doprowadzić poziom rtęci w naczyńku u dołu do właściwej wysokości. Zwykle służy do tego śruba; kręcąc ją za główkę, podnosimy lub opuszczamy dno naczyńka, póki poziom rtęci nie dotknie kolca umieszczonego na stałej wysokości. Przy odczytywaniu poziomu rtęci w rurze barometrycznej (stanu barometru) posiłkujemy się rękawkiem metalowym, obejmującym rurę w górnej jej części i dającym się przesuwać wzdłuż tejże. Rękawek posiada dwa wycięcia po przeciwnych stronach rury; górne brzegi tych wycięć są na jednym poziomie. Ustawiamy rękawek tak, aby wierzchołek wypukłego menisku rtęci leżał na jednej wysokości z górnemi brzegami tych wycięć. (Umieścić za rurką barometru białą kartkę). Przesuwając rę-

kawek, należy zawsze oko trzymać na poziomie obu wspomnianych brzegów wycięć. Położenie rękawka odczytujemy na skali, umieszczonej obok (nonjusz!); jest to właśnie „stan barometru". Od odczytanego w ten sposób stanu barometru należy jednak jeszcze o d j ą ć t. zwaną „poprawkę na temperaturę": temperatura w pokoju laboratoryjnym jest bowiem naogół wyższa niż 0^0 C; ciężar właściwy rtęci jest więc mniejszy, niż 13,59, a więc wysokość słupa rtęci, wydźwigniętego przez ciśnienie zewnętrzne, nieco za duża. Tabela XI pozwala znaleźć poprawki (wyrażone w milimetrach) dla danej temperatury i danej (odczytanej) wysokości słupa rtęci w barometrze. Temperaturę odczytujemy wprost na termometrze, który zazwyczaj umieszczany jest tuż obok barometru. Jeśli znaleziona temperatura lub stan barometru zawarte są pomiędzy dwiema sąsiadującemi wartościami w tabeli, to właściwą wartość poprawki znaleźć możemy, interpolując; przeważnie jednak jest to zbyteczne, zwłaszcza, jeśli obserwacja barometru ma służyć do wyznaczenia temperatury wrzenia wody: ta ostatnia zmienia się bowiem bardzo powoli wraz z ciśnieniem. Stan barometru, otrzymany po odjęciu wspomnianej poprawki, nazywamy „stanem barometru, poprawionym na 0^0" lub „zredukowanym do 0^0". (Rozszerzalność skali możemy prawie zawsze pominąć — jest ona bardzo mała).

Poprawiony stan barometru b_0 możemy też wyznaczyć ze wzoru

$$b_0 = b_t\,(1 - \alpha t),$$

gdzie b_t jest stanem barometru odczytanym, $\alpha = 0{,}00018$ współczynnikiem rozszerzalności (objętościowym) rtęci, a t — odczytaną temperaturą. Właściwie należałoby napisać:

$$b_0 = \frac{b_t}{1 + \alpha t},$$

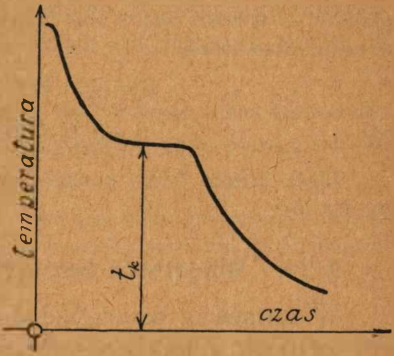
jednakże różnica między temi dwiema wartościami, która wynosi — jak to łatwo znaleźć — $b_t \cdot \frac{(\alpha t)^2}{1 + \alpha t}$ jest wobec małości α tak nieznaczna, że niema potrzeby jej uwzględniać, występuje ona bowiem dopiero w 6-ej cyfrze rezultatu, por. str. 6, wzór 3.

§ 38. **Wyznaczanie temperatury krzepnięcia ciał** (rys. 36).

Jeśli mamy do czynienia z ciałem, które w stanie ciekłym jest przezroczyste, a podczas krzepnięcia mętnieje (np. parafina), lub z którego wydzielają się wyraźnie widoczne kryształki, np. naftalina, to obserwację wykonywamy wprost, ogrzawszy uprzednio badane ciało do zupełnego stopienia się i odczytując następnie temperaturę krzep-

nięcia cieczy na termometrze, który do niej jest zanurzony; ciecz należy przytem ciągle mieszać.

Jeśli jednak krzepnięcie ciała nie jest wprost widoczne dla oka (np. metale i ich stopy), to obserwujemy z zegarkiem w ręku proces stygnięcia stopionego uprzednio całkowicie ciała, notując np. co $^1/_2$ minuty (w razie potrzeby częściej) temperaturę, odczytaną na zanurzonym do stygnącej cieczy termometrze. Z chwilą, gdy rozpocznie się proces krzepnięcia, temperatura pozostawać będzie dłuższy czas bez zmiany (ciepło utajone!); zacznie ona znowu spadać po całkowitem skrzepnięciu ciała. Proces stygnięcia przedstawiamy graficznie (na papierze milimetrowym; temperatury jako rzędne, czasy jako odcięte). Otrzymamy wykres mniej więcej taki, jak na rys. 36; temperatura t_k wyobraża na nim właśnie temperaturę krzepnięcia.



Rys. 36.

Tygiel, w którym znajduje się badane ciało, zwykle jest grafitowy (może też często być porcelanowy lub ze specjalnego szkła, t. zw. „pyrexu"); „kulka" termometru umieszczona jest przeważnie w małem naczyńku, np. żelaznem, zabezpieczającem ją od zgniecenia przez krzepnące ciało (np. jeśli jest ono metalem); naczyńko to zawiera zwykle trochę parafiny, rtęci i t. p. — dla lepszego przewodzenia ciepła.

Przeważnie potrzebna będzie poprawka błędu, spowodowanego przez to, że prawie cały słupek rtęci w termometrze wystaje i to dość wysoko ponad tygiel, zatem będzie on wskazywał temperaturę za niską. Umieśćmy w tym celu termometr pomocniczy T_2 obok termometru głównego T_1 tak, aby kulka tego pierwszego znajdowała się mniej więcej na wysokości poziomu rtęci w termometrze głównym (dobrze więc będzie przesuwać nieco termometr T_2 w czasie obserwacji). Odczytujemy i notujemy temperatury na termometrze T_2. Przypuśćmy, że termometr ten wskazywał podczas krzepnięcia średnio temperaturę t_2, gdy jednocześnie termometr główny wykazywał temperaturę t_1. Wówczas średnią temperaturę słupa rtęci, wystającego ponad tygiel, możemy przyjąć mniej więcej na: $t = {}^1/_2 \cdot (t_1 + t_2)$. Niechaj np. słup rtęci termometru T_1 wystaje ponad tygiel, poczynając od kreski, odpowiadającej temperaturze ϑ, wówczas długość wystającej części wynosi $(t_1 - \vartheta)$ stopni. Prawdziwa temperatura krzepnięcia t_k różni się od t_1 tylko nieznacznie; gdyby cały wystający słup rtęci posiadał temperaturę t_k, to długość jego, która

wynosiłaby wówczas $(t_k - \vartheta)$, byłaby jednak większa, niż obecnie, gdy średnia temperatura jego jest $\frac{1}{2} \cdot (t_1 + t_2)$. A mianowicie:

$$(t_k - \vartheta) = (t_1 - \vartheta)\left[1 + \alpha\left(t_1 - \frac{t_1 + t_2}{2}\right)\right],$$

gdzie $\alpha = 0{,}00016$ jest t. zw. „pozornym współczynnikiem" rozszerzalności rtęci w szkle. Stąd mamy:

$$t_k = (t_1 - \vartheta)\,[1 + 0{,}00008 \cdot (t_1 - t_2)] + \vartheta,$$

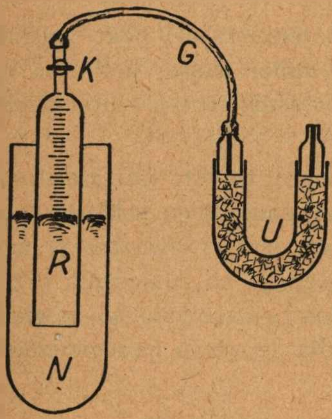
lub

$$t_k = t_1\,[1 + 0{,}00008\,(1 - \vartheta) \cdot (t_1 - t_2)]\,.$$

(Jeśli kreska ϑ leży poniżej kreski zerowej termometru, to, oczywiście, liczymy $\vartheta < 0$).

§ 39. **Wilgotność bezwzględna** (rys. 37).

Wilgotnością bezwzględną powietrza nazywamy masę pary wodnej, zawartą w jednostce objętości (powietrza). Wyrażamy ją zwykle w g/m^3.



Rys. 37.

Niewielką rurkę szklaną (najlepiej w kształcie *U*, rys. 37) napełniamy jakąś substancją silnie higroskopijną (np. kryształkami $CaCl_2$), zatykamy z obu stron szczelnie doszlifowanemi koreczkami szklanemi, zaopatrzonemi w rurki z wąskim przelotem, i ważymy dokładnie (masa m_1). Następnie przepuszczamy przez rurkę (powoli!) pewną odmierzoną objętość powietrza v i ważymy jeszcze raz (masa m_2); stosunek:

$$W = \frac{m_2 - m_1}{v}$$

jest właśnie szukaną wilgotnością bezwzględną.

Określoną objętość V powietrza odmierzamy, jak następuje. Szklana rurka miarowa R z podziałką na cm^3 zanurzona jest dolnym (otwartym) końcem w dość głębokiem naczyniu N z rtęcią; górny jej koniec połączony jest z rurką U zapomocą przewodu (rurki gumowej) G. K jest to kran trójdrożny, przy pomocy którego możemy R łączyć albo z U, albo z powietrzem zewnętrznem; w tym ostatnim wypadku U jest oddzielone od powietrza.

1) Ustawiamy kran K tak, aby połączyć R z U, i podnosimy stopniowo naczynie N, wtłaczając rtęć do R; odczytujemy przytem prze-

pchniętą przez *U* objętość powietrza (różnica między początkowym i końcowym poziomem rtęci w *R*).

2) Łączymy kranem *K* rurę *R* z powietrzem otaczającem (odcinając jednocześnie połączenie z *U*) i opuszczamy naczynie *N*. Po zrównaniu się poziomów w *N* i *R* powtarzamy znowu tę samą manipulację, co pod 1. Powtarzamy to kilkakrotnie, poczem zdejmujemy gumkę *G* z koreczka rurki *U*, ważymy i t. d.

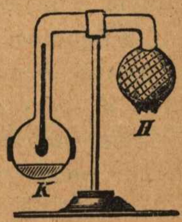
Przeloty w koreczkach rurki *U* muszą być wąskie, aby powietrze przechodziło przez nią powoli, i miało czas oddać całą swoją wilgoć chlorkowi wapnia, wypełniającemu rurkę.

Wilgotność powietrza waha się wogóle w dość szerokich granicach; potrzeba jednak około 1000 cm^3 powietrza, aby w rurce *U* osadziło się kilka do kilkunastu miligramów pary wodnej.

§ 40. **Wilgotność względna** (rys. 38).

Wilgotnością względną nazywamy stosunek ilości pary wodnej, znajdującej się aktualnie w pewnej objętości powietrza, do tej ilości pary, która potrzebna byłaby, aby nasycić tę samą objętość w tej samej temperaturze. Do pomiaru służą t. zw. psychrometry oraz higrometry różnych konstrukcyj, z których tu opiszemy higrometr Daniella (rys. 38).

Dwie kuliste bańki szklane, każda o pojemności kilkunastu cm^3 i połączone rurką, zawierają pewną ilość łatwo lotnej cieczy — np. eteru etylowego. Jedna z nich owinięta jest kawałkiem muślinu, druga jest częściowo pozłocona lub posrebrzona na zewnętrznej stronie (przed pomiarem, ewentualnie zlekka przetrzeć pozłotę gałgankiem wolnym od tłuszczu, tak, aby silnie błyszczała); wewnątrz tej bańki i odpowiedniej części rurki znajduje się termometr. Przelewamy przez odpowiednie nachylenie całego przyrządu wszystek eter do ostatnio wspomnianej bańki, stawiamy przyrząd w zwykłem położeniu, poczem zwilżamy muślin wodą, lub lepiej benzyną, eterem — wogóle cieczą szybko ulatniającą się. Ciecz ta paruje, oziębia bańkę *H*, owiniętą muślinem, oraz zawartą wewnątrz niej parę nasyconą eteru; ta ostatnia skrapla się we wspomnianej bańce, odpowiednia jej część wyparowuje zato z bańki pozłoconej, oziębiając zkolei znajdujący się w niej eter, a wkońcu i powietrze, otaczające bańkę z zewnątrz. Razem z powietrzem oziębia się i zawarta w niem para wodna, aż



Rys. 38.

w pewnym momencie zacznie się ona skraplać, i pozłota na kulce zmatowieje. W tym momencie odczytujemy temperaturę t_1 na termometrze wewnątrz bańki: jest to zarazem w przybliżeniu temperatura warstwy powietrza, przylegającego bezpośrednio do bańki, a więc jest ona też zarazem „temperaturą rosienia" — t. j. tą temperaturą, przy której para wodna, znajdująca się aktualnie w powietrzu, staje się parą nasyconą. Z tabeli XII możemy odczytać, jaką masę właściwą d_1 posiada para nasycona w tej temperaturze. Niechaj temperatura pokojowa, odczytana wpobliżu na jakimś innym termometrze, wynosi t_2: para nasycona posiadałaby w tej temperaturze masę właściwą d_2 (tabela XII). Dzieląc, otrzymamy wilgotność względną w:

$$w = \frac{d_1}{d_2}.$$

Wyrażamy ją zwykle w procentach. Przeważnie wynosi ona powyżej 50%. Przy 30% powietrze wydaje się już suche.

W celu łatwiejszego zauważenia momentu zmatowienia pozłoty można po niej zlekka muskać suchym i czystym kawałkiem waty, pendzelkiem i t. p. Powtórzyć pomiar kilka razy i wziąć średnią!

Głównem źródłem błędów jest niezupełna zgodność temperatury pary, kondensującej się na pozłocie z temperaturą wnętrza bańki: ta ostatnia jest nieco niższa. Istnieją higrometry z metalowemi ściankami, które szybciej przewodzą ciepło; błąd jest przez to mniejszy; jednym z najlepszych jest higrometr Alluarda.

Wilgotność względną można też znaleźć, wyznaczając najpierw wilgotność bezwzględną (§ poprzedni) i dzieląc ją przez masę właściwą d_2 pary nasyconej w temperaturze pokojowej t_2.

Nie nachylać się zbytnio nad higrometrem, a zwłaszcza nie *wydychać powietrza* z płuc w kierunku higrometru!

§ 41. Gęstości par.

Para, której prężność w dostatecznej mierze niższa jest od prężności w stanie nasycenia w tej samej temperaturze, podlega prawom gazów doskonałych, i to w tym większym stopniu, im bardziej jej warunki fizyczne oddalone są od stanu nasycenia. Praktycznie prężność, wynosząca około 80% prężności w stanie nasycenia w danej temperaturze, jest całkowicie wystarczającą, by parę w tym stopniu nienasyconą uważać za gaz doskonały.

Rozpatrując pewną masę gazu w temperaturze t^0 i pod ciśnieniem p mm rtęci, oznaczmy jej objętość przez $v_{t,p}$.

Na mocy praw Gay-Lussac'a i Boyle-Mariotte'a możemy napisać

$$v_{t,p} = v_{0,p}(1 + \alpha t) \quad \text{i} \quad \frac{v_{0,p}}{v_{0,760}} = \frac{760}{p},$$

skąd

$$v_{t,p} = v_{0,760}(1 + \alpha t)\frac{760}{p} \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Masa właściwa (gęst. bezwzględna) gazu o masie m, w temp. t^0 i pod ciśnieniem p wyraża się wzorem (z określenia)

$$d_{t,p} = \frac{m}{v_{t,p}} \quad \text{g/cm}^3,$$

a w warunkach normalnych ($t^0 = 0$, $p = 760$ mm).

$$d_{0,760} = \frac{m}{v_{0,760}} \quad \text{g/cm}^3,$$

czyli na mocy (1):

$$d_{0,760} = \frac{m}{v_{t,p}}(1 + \alpha t)\frac{760}{p} = d_{t,p}(1 + \alpha t)\frac{760}{p}, \quad \ldots \quad (2)$$

skąd, oczywiście,

$$d_{t,p} = d_{0,760}\frac{1}{(1 + \alpha t)}\frac{p}{760}.$$

Zwykle przez gęstość gazu rozumie się gęstość (względną) jego w stosunku do powietrza lub wodoru, czyli stosunek masy gazu do masy powietrza lub wodoru w tej samej objętości i w tych samych warunkach temperatury i prężności.

Masa właściwa (gęstość bezwzględna) powietrza w warunkach normalnych wynosi

$$D_{0,760} = 0{\cdot}0012928 \quad \text{g/cm}^3,$$

wodoru zaś

$$D^H_{0,760} = 0{\cdot}00008985 \text{ g/cm}^3,$$

skąd wynika, że gęstość (względna) powietrza względem wodoru = 14·39.

Oznaczając przez δ gęstość danego gazu, wzgl. powietrza, zaś przez δ_H — gęstość jego względem wodoru, mamy, na mocy (2)

$$\delta = \frac{d_{t,p}}{D_{t,p}} = \frac{d_{0,760}}{D_{0,760}} = \frac{m}{v_{t,p}} \frac{(1+\alpha t)760}{0{\cdot}001293\, p} \quad . \; . \; . \; . \quad (3)$$

oraz

$$\delta_H = \frac{d_{t,p}}{D^H_{t,p}} = \frac{d_{0,760}}{D^H_{0,760}} = \frac{m}{v_{t,p}} \frac{(1+\alpha t)\,760}{0{\cdot}00008985\; p} \quad . \; . \; . \quad (3')$$

oczywiście:

$$\frac{\delta}{\delta_H} = \frac{1}{14.39}.$$

Niech M i M_1 oznaczają masy cząsteczkowe dwóch ciał, n—liczbę cząsteczek zawartych w 1 cm^3 ich par nienasyconych w temp. t^0 i pod ciśnieniem p (prawo Avogadry), d i d_1 ich masy właściwe (gęst. bezwzgl.) w tychże warunkach temperatury i ciśnienia; mamy, oczywiście:

$$d = nM \quad \text{i} \quad d_1 = nM_1$$

$$\frac{d}{d_1} = \frac{M}{M_1} = \frac{\delta}{\delta_1} = \frac{\delta_H}{H}.$$

Niech znaczek $_1$ odnosi się do wodoru,

wobec tego $\quad M_1 = 2{\cdot}016,\; d_{1H} = 1$ i $\delta_1 = \dfrac{1}{14{\cdot}39}$

oraz

$$\frac{1}{14{\cdot}39} : \delta = 2{\cdot}016 : M,$$

skąd

$$M = 29{\cdot}01 \,.\, \delta \text{ (względem powietrza)} \quad (4)$$

$$1 : \delta_H = 2{\cdot}016 : M,$$

skąd

$$M = 2{\cdot}016 \,.\, \delta_H \text{ (względem wodoru)} \,. \quad (4')$$

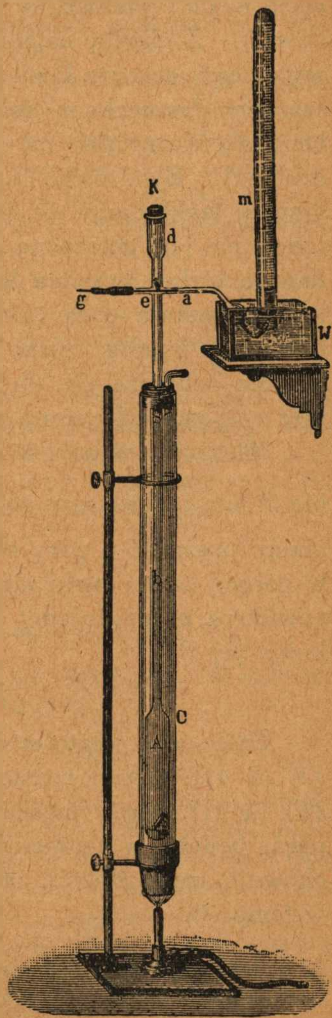
Znając masę pary m i jej objętość $v_{t,p}$ w temperaturze t i pod ciśnieniem p, możemy na podstawie wzoru (3), wzgl. (3') obliczyć jej gęstość względem powietrza i względem wodoru oraz jej masy właściwe (gęstości bezwzględne) w temp. t i pod ciśnieniem p i w warunkach normalnych. Na podstawie (4), wzgl. (4'), możemy wyznaczyć ciężar cząsteczkowy pary M.

§ 42. **Wyznaczanie gęstości pary metodą V. Meyera** (rys. 39).

Metoda ta, chętnie przez chemików stosowana dzięki swej prostocie, polega na zmierzeniu objętości $v_{t,p}$ wypartego przez m g pary powietrza oraz oznaczenia jego temperatury t^0 C i ciśnienia p.

Zbiornik A, pojemności około 100 cm^3, posiada dość wąski a długi (około 60 cm) przewód b, zamykany u góry korkiem gumowym K. Niedaleko wylotu od rurki b odchodzi boczny przewód a, odpowiednio wygięty i zanurzony swym końcem pod powierzchnię wody, znajdującej się w wanience W. Wylot rurki a można wstawić pod pionowo wstawioną rurkę miarową m, podzieloną na dziesiąte części cm^3, obok której zawieszony jest termometr. Badane ciało, znajdujące się bądź w małej flaszeczce z dotartym korkiem, bądź w zalutowanej rurce, znajduje się na początku pomiaru w górnej części rurki b, pod korkiem, podtrzymywane — zależnie od modelu przyrządu — albo przez szklaną pałeczkę g, mogącą się wsuwać lub wysuwać w dodatkowej bocznej rurce e tuż poniżej korka K (uszczelnionej zapomocą rurki gumowej), albo przez odpowiednio wygięty drucik, przepuszczony przez korek i dający się z łatwością obracać z zewnątrz.

Zbiornik A wraz ze znaczną częścią przewodu b znajduje się wewnątrz płaszcza również szklanego C, na którego dnie znajduje się ciecz (np. woda), którą doprowadzamy do wrzenia przy pomocy palnika Bunsena.



Rys. 39.

Ważymy pustą flaszeczkę wraz z korkiem (względnie pustą rurkę) z dokładnością do 0,1 mg — masa m_1. Napełniamy ją ciałem badanem (w niewielkiej ilości, gdyż powstała para nie powinna zająć objętości większej, niż na to pozwala pojemność zbiornika A) i zamykamy koreczkiem (wzgl. zalutowujemy), poczem ważymy: masa m_2.

Masę ciała da nam różnica $m_2 - m_1 = m$ g.

Zapalamy palnik i doprowadzamy do wrzenia ciecz w płaszczu C, umieszczamy ostrożnie flaszeczkę z badanem ciałem pod korkiem K, przytrzymując ją do czasu w tem położeniu w odpowiedni sposób. Wylot rurki bocznej a winien się znajdować pod swobodną powierzchnią wody w wannie. Stopniowe ogrzewanie się powietrza w zbiorniku A uwidocznia się przez bańki powietrzne, wydostające się przez rurkę a na powierzchnię wody. Rurkę miarową m napełniamy całkowicie wodą i wstawiamy otwartym końcem do wanny (położenie pionowe!). Z chwilą ustalenia się temperatury powietrza w zbiorniku wstawiamy otwarty koniec rurki a do wylotu rurki miarowej m i wpuszczamy flaszeczkę z ciałem na dno zbiornika A (dla uniknięcia rozbicia się flaszeczki, na dnie umieszczona jest wata azbestowa lub szklana). Gwałtowne rozszerzenie się ciała i powstanie pary przegrzanej (zakładamy, że temp. zbiornika, której wyznaczenie w tej metodzie nie jest potrzebne, wyższa jest od temp. normalnej wrzenia badanego ciała) wysadza koreczek (względnie rozsadza zatopioną rurkę) i powstała para (nienasycona!) wypiera równą swojej objętość powietrza poprzez rurkę boczną a do rurki miarowej m, gdzie powietrze ochładza się do temperatury otoczenia t, przyjmując objętość $v_{t,p}$ cm³, odczytaną na rurce.

Mierzymy wysokość słupa wody ponad poziomem wody w wannie H mm i wyrażamy go w mm słupa rtęci: $h = \frac{H}{13{\cdot}6}$ mm. Uwzględniamy prężność e pary wodnej, znajdującej się w stanie nasyconym w górnej części rurki miarowej m (tabl. — dla temp. t^0). Ciśnienie powietrza p znajdujemy, odczytując ciśnienie barometryczne (i redukując je) B_0

$$p = B_0 - h - e.$$

Znalezione wartości m, $v_{t,p}$, t i p wstawiamy do wzoru (3), wzgl. (3') (§ 41). Ciężar cząsteczkowy M znajdujemy na mocy (4), wzgl. (4') (§ 41). Błędy uwarunkowane są głównie założeniem, że badana para, będąca w temperaturze nieco wyższej od temp. wrzenia, zachowuje się podobnie jak gaz doskonały (właściwie jak powietrze w temp. t).

Pomijając błędy, nieznaczne zresztą, w oznaczeniu temp. t i ciśnienia p, wartość błędu granicznego obliczamy ze wzoru

$$\Delta M = 29{\cdot}01\,\delta \left(\frac{\Delta m}{v_{t,p}} + \frac{m}{v_{t,p}^2} \Delta v_{t,p} \right).$$

§ 43. Wyznaczanie gęstości pary metodą Dumas'a.

W metodzie tej wyznaczamy objętość $v_{t,p}$ m g pary przegrzanej w temperaturze t^0 C, będącej pod ciśnieniem p mm rtęci, równem ciśnieniu atmosferycznemu.

W uprzednio zważoną (masa m_1 g z dokładnością do 0,1 mg) cienkościenną kolbę kształtu kulistego, o pojemności od 100 — 200 cm³, zaopatrzoną w kolankowo zgiętą rurkę, której koniec wyciągnięty jest w ostrze (prześwit około 1 mm), nabieramy pewną ilość (kilka cm³) badanej cieczy. Uskuteczniamy to przez kolejne ogrzewanie kolby (np. ręką) i zanurzanie otwartego jej końca do cieczy podczas jej stygnięcia, do chwili, aż w kolbie znajdzie się dostateczna ilość cieczy. Umocowujemy kolbę (rurką do góry) w odpowiednich uchwytach (np. między dwa pierścienie zamocowywane na małym statywie).

Przy pomocy palnika zagrzewamy ciecz w kąpieli (może to być woda w garnku, jeżeli normalna temperatura wrzenia badanej cieczy jest niższą o jakie 15—20⁰ od temp. wrzenia wody, w przeciwnym razie używamy kąpieli np. olejnej). Gdy temperatura kąpieli jest wyższą o 15 — 20⁰ C od normalnej temp. wrzenia badanej cieczy, wstawiamy kolbę do kąpieli. Wytworzona para wydostaje się strumieniem przez wylot rurki, porywając ze sobą powietrze, początkowo znajdujące się w kolbie. Z chwilą, gdy ciśnienie wewnątrz kolby zrówna się z ciśnieniem zewnętrznem (poznamy to po tem, że płomień palnika, zbliżonego do wylotu rurki, przestanie się odchylać), ostrym płomieniem zatapiamy koniec rurki, odczytując jednocześnie temperaturę kąpieli na termometrze, zanurzonym wpobliżu kolby i gasimy palnik. Osuszamy kolbę i ważymy (masa m_2 g z dokładnością do 0,1 mg). Wobec tego, że masa zawartej w kolbie pary jest tego samego rzędu, co i masa powietrza w jej objętości, musimy przy ważeniu uwzględnić masę powietrza i stratę na wadze (por. str. 26). Oznaczając przez m_p — masę zawartego w kolbie przy pierwszem ważeniu powietrza, przez m'_p i m''_p — masy wypieranego przez nią powietrza, przez m_k — masę kolby pustej (wyłącznie szkło) oraz przez π_1 i π_2 — masy wypieranego przez odważniki powietrza, mamy:

$$m_1 - \pi_1 = m_k + m_p - m'_p, \qquad \text{skąd} \quad m_k = m_1 - m_p + m'_p - \pi_1$$

$$m_2 - \pi_2 = m_k + m - m''_p, \qquad \text{skąd} \quad m = m_2 - m_k + m''_p - \pi_2.$$

Oczywistem jest, że $m'_p = m''_p$, π_1 zaś mało się różni od π_2. Wstawiając zamiast m_k wartość z równania poprzedniego, otrzymujemy

$$m = m_2 - m^1 + m^p - m'/_p + \pi/_1 + m''/_p - \pi/_2 = m_2 - m_1 + m_p.$$

Dla wyznaczenia m_p, czyli masy powietrza zawartego w kolbie przy pierwszem ważeniu, określamy pojemność kolby. W tym celu nadpiłowujemy rurkę kolby przy samym jej końcu i zanurzamy ten koniec do naczynia z wodą o temperaturze pokojowej t'. Odłamując pod wodą nadpiłowany koniec, pozwalamy wodzie wtargnąć do wnętrza kolby i prawie całkowicie ją wypełnić (prężność pary badanej w temperaturze pokojowej jest zwykle bardzo mała). Osuszamy kolbę i ważymy ją na zwykłej wadze z dokładnością do 0,1 g (masa m_3). Pojemność kolby będzie

$$v = \frac{m_3 - m_1}{D_t}.$$

Masa właściwa (gęstość bezwzględna) powietrza w pracowni (nie suchego!) może być oznaczona jako 0,0012 g/cm³, wobec tego

$$m_p = v \, . \, 0{\cdot}0012 = \frac{m_3 - m_1}{D_{t'}} \, 0{\cdot}0012,$$

a masa pary
$$m = m_2 - m_1 + \frac{m_3 - m_1}{D_{t'}} \, 0{\cdot}0012.$$

Objętość, zajmowana przez parę w temperaturze t, pod ciśnieniem p, może być przyjęta równą v (z pominięciem rozszerzalności kolby), wobec czego masa właściwa (gęstość bezwzględna) pary wyrazi się wzorem

$$d_{t,p} = \frac{m_2 - m_1 + \frac{m_3 - m_1}{D_{t'}} \, 0{\cdot}0012}{\frac{m_3 - m_1}{D_{t'}}} = \frac{(m_2 - m_1) \, D_{t'} + (m_3 - m_1) \, 0{\cdot}0012}{m_3 - m_1},$$

gęstość jej względem powietrza

$$\delta = \frac{d_{t,p}}{D_{t,p}} = \frac{[(m_2 - m_1) \, D_{t'} + (m_3 - m_1) \, 0{\cdot}0012] \, 760 \, (1 + \alpha t)}{(m_3 - m_1) \, 0{\cdot}001293 \, . \, p},$$

a ciężar cząsteczkowy $M = 29{,}01 \, \delta$.

Ciśnienie p otrzymuje się po odczytaniu i zredukowaniu do 0° barometru.

Uwaga: 1) w razie potrzeby przemywamy kolbę alkoholem i eterem i suszymy;

2) w razie niezapełnienia kolby wodą po odłamaniu rurki, co jest dowodem, że powietrze nie zostało całkowicie przez parę wypędzone, należy pomiar powtórzyć od początku.

Błąd graniczny:

$$\Delta M = \frac{29{\cdot}01}{D_{t,p}} \left(\frac{\Delta m}{v} + \frac{m}{v^2} \Delta v \right).$$

§ 44. **Wyznaczanie średniego spółczynnika rozszerzalności linjowej ciał stałych.**

Spółczynnikiem rzeczywistym rozszerzalności linjowej ciała w temperaturze t^0 C nazywamy stosunek wydłużenia się ciała, odpowiadającego ogrzaniu go o 1° C (t. j. od t^0 do $(t + 1)^0$) do jego długości w 0° C. Wartość spółczynnika zmienia się zależnie od temperatury, mianowicie bardzo nieznacznie wraz z temperaturą wzrasta. Średnim spółczynnikiem rozszerzalności linjowej ciała w granicach temperatur od t_1^0 do t_2^0 nazywamy stosunek wydłużenia się jego, odpowiadającego ogrzaniu o 1° C, do długości ciała w 0° C, przy założeniu, że wydłużanie się to, w rozpatrywanych granicach temperatur, było jednostajne.

Oznaczając przez l_0, l_1 i l_2 — długości ciała w temperaturach 0^0, t_1^0 i t_2^0 C, średni spółczynnik rozszerzalności linjowej ciała α, między t_1^0 i t_2^0, dany jest, z założenia, przez wzór

$$\alpha\frac{t_2}{t_1} = \frac{l_2 - l_1}{l_0\,(t_2 - t_1)} \cong \frac{l_2 - l_1}{l_1\,(t_2 - t_1)}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

(Z powodu słabej rozszerzalności ciał stałych, długości ciała w temp. 0^0 i t_1^0 nieznacznie się ze sobą różnią, wobec czego z dostatecznem przybliżeniem możemy w mianowniku nieznane l_0 zastąpić przez mierzone l_1).

Rozpatrując powyższy wzór, widzimy, że szczególną dokładnością winien się odznaczać pomiar przyrostu długości $l_2 - l_1$. W przeciętnych warunkach l_1 oznacza długość ciała w temperaturze pokojowej t_1, l_2 wyraża zazwyczaj długość ciała w temperaturze wrzenia wody (w niektórych przyrządach, zaopatrzonych w piecyki oporowe elektryczne, temperatura t_2 może być znacznie wyższą i mierzy się bezpośrednio termometrami), różnica więc $t_2 - t_1$ wyraża liczbę rzędu 100; z drugiej strony rzadko przekraczana jest długość dla pręta metalowego około 50 cm. Jak widać na tabl. V wartości współczynników rozszerzalności linjowej dla przeciętnych metali zawarte są między 1 a 3 stutysięcznemi. Wobec tego przyrost długości w tych warunkach jest rzędu jednego milimetra i zmierzenie tego przyrostu winno być wykonanem zapomocą odpowiednio czułego przyrządu, np. komparatora (§ 7), sferometru (§ 5), klina zaopatrzonego w podziałkę i nonjusz mikrometru z okularem mikrometrycznym (§ 68), lub przy użyciu metody Poggendorffa (§ 10), i t. p.

A) Badane ciało w postaci pręta lub rury długości około 50 cm znajduje się wewnątrz szklanej lub porcelanowej rury, na który nawinięty jest drut nikielinowy. Wewnątrz rury leży termometr (opór drutu tak jest dobrany, że przy danem napięciu temperatura nie osiąga granicy wskazań termometru). Rura porcelanowa z uzwojeniem otoczona jest warstwą azbestu. Na końcach badanego pręta, zlekka wystających z pieca, znajdują się dwie kreski, nacięte na metalu. Rurę wraz z badanym prętem możemy, korzystając z odpowiedniej podstawki, umieścić pod mikroskopem komparatora. Pomiar wykonywamy w sposób następujący: nastawiamy skrzyżowanie nitek mikroskopu kolejno na obie kreski (unikając martwego ruchu śruby komparatora przez kręcenie korbą zawsze w jedną stronę). Niech odczyty będą n_1 i n'_1. Odczytujemy wskazanie termometru i notujemy temperaturę początkową t_1. Wyznaczamy zapomocą przyłożonej linji dłu-

gość pręta l_1 z dokładnością do 1 mm. Przepuszczamy prąd przez uzwojenie pieca elektrycznego i z chwilą ustalenia się temperatury odczytujemy ją (t_2) oraz nastawiamy kolejno skrzyżowanie nitek mikroskopu na obie kreski. Odczyty n_2 i n'_2. Mamy więc $n'_1 - n_1 = l_1$ i $n'_2 - n_2 = l_2$ z dokładnością, na jaką pozwala nonjusz komparatora.

Wstawiając otrzymane wartości do wzoru (1), znajdujemy $\alpha \frac{t_2}{t_1}$.

B) Pręty z różnych metali, o długości 20 cm, osadzone są w rurkach szklanych, przez które możemy przepuszczać prąd wody lub pary. Pręty z rurkami nie są związane sztywno, lecz mają możność swobodnego wydłużania się (uszczelnienie zapomocą rurek gumowych). Pręty wystają nieco z oprawek i zakończone są półokrągło. Badany pręt wstawiamy do przyrządu, składającego się z deski, na której w jednym końcu znajduje się pozioma śruba mikrometryczna o skoku np. $^1/_2$ mm z tarczą podzieloną np. na 500 części (co pozwala na odczytywanie przesunięć z dokładnością do 0,001 mm) i nieruchomym wskaźniku. W drugim końcu deski, na odpowiedniej wysokości stojakach, może się obracać w panewkach oś z przytwierdzonemi do niej dwoma ramionami: krótkiem — o które opiera się koniec rozszerzającego się pręta, i długiem, grającem rolę wskaźnika, którego ostrze w położeniu zerowem (w temperaturze t_1) znajduje się nawprost rysy, zrobionej w nieruchomo ustawionem lusterku. Woda, względnie para przepływająca przez rurkę, napotyka przed wejściem do niej i po wyjściu z niej termometry. Za temperaturę pręta przyjmujemy średnią arytmetyczną wskazań obu termometrów.

Przepuszczamy strumień wody przez rurkę zawierającą badany pręt, oparłszy go uprzednio jednym końcem we wgłębienie na końcu śruby mikrometrycznej, drugim zaś we wgłębienie na krótkiem ramieniu wskaźnika. Śrubę mikrometryczną wkręcamy lub wykręcamy tak, by ostrze wskaźnika zlewało się ze swym obrazem w lusterku na poziomie rysy. Notujemy, z chwilą ustalenia się temperatur, temperatury t'_1 i t''_1 na obu termometrach. Temperatura początkowa $t^1 = \frac{t'_1 + t''_1}{2}$. Odczytanie na śrubie mikrometrycznej niech będzie n_1. Przepuszczamy przez rurkę strumień pary z kociołka, w którym zagotowujemy wodę. Po ustaleniu się temperatur (t'_2 i t''_2 i $t_2 = \frac{t'_2 + t''_2}{2}$) przez kręcenie śrubą mikrometryczną doprowadzamy wskaźnik do poprzedniego położenia, z którego został odchylony na skutek rozszerzenia się pręta. Odczytanie śruby mikrometrycznej n_2. Oczywiście, wydłużenie wynosi

$n_2 - n_1$. Mierzymy długość pręta z dokładnością do $^1/_2$ mm — l_1. Uzyskane wartości wstawiamy do wzoru (1), zastępując w nim, oczywiście, $l_2 - l_1$ przez $n_2 - n_1$.

Błąd graniczny:

$$\Delta \alpha = \alpha \left[\frac{\Delta (l_2 - l_1)}{l_2 - l_1} + \frac{\Delta l_1}{l_1} + \frac{\Delta (t_2 - t_1)}{t_2 - t_1}\right].$$

C) Rurkę z badanego metalu — dług. ok. 50 cm, średnicy ok. 1 cm — zamocowujemy jednym końcem nieruchomo w odpowiednim uchwycie, należącym do aparatu; drugi koniec jest podparty, ale może się swobodnie wydłużać. Dotyka on (lub ewent. umocowana na rurce blisko niego nasadka) jednego (krótszego) ramienia dźwigni, której drugie — znacznie dłuższe — ramię służy jako wskazówka, przesuwająca się wzdłuż skali. Przepuszczając przez rurkę parę (o temperaturze t_2) z kociołka z gotującą się wodą, spowodujemy wydłużenie się rurki; wielkość wydłużenia $(l_2 - l_1)$ odczytamy na skali. Jeśli musimy ją najpierw wycechować, to wsuwamy w tym celu między krótsze ramię dźwigni a przylegający doń swobodny koniec rurki płytkę o znanej grubości d (zmierzyć mikrometrem!) — jeśli wskazówka przesunie się przytem o n kresek, to jedna działka skali odpowiada wydłużeniu $= \frac{d}{n}$.

Długość l_1 mierzymy od swobodnego końca (lub nasadki) rurki do punktu, w którym rurka wystaje z uchwytu (umocować rurkę najpierw prowizorycznie — „na przymiarkę" — zrobić na niej znaczek we wspomnianym punkcie, wyjąć, zmierzyć l_1 i dopiero wtedy umocować na dobre!). Cała metoda jest mało dokładna: głównem źródłem błędu są straty ciepła wzdłuż rurki i płynąca stąd niepewność jej temperatury t_2; wobec tego niema racji dokonywać pomiaru l_1 ze specjalną precyzją — wystarczy dokładność do 1 mm na 50 cm. Podczas pomiaru odczekać, aż położenie wskazówki na skali ustali się!

§ 45. **Wyznaczanie spółczynnika rozszerzalności rtęci** (rys. 40).

Na mocy określenia masy właściwej ciała (gęstości bezwzględnej)

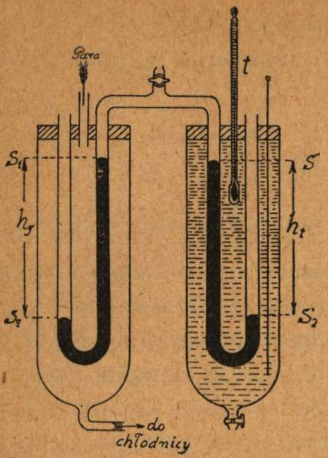
$$v_0 d_0 = v_t d_t = v_T d_T = m,$$

czyli

$$\frac{v_0}{v_t} = \frac{d_t}{d_0}$$

lub

$$\frac{v_0}{v_T} = \frac{d_T}{d_0} \quad \dots\dots\dots \quad (1)$$



Rys. 40.

(gdzie v_0, v_t i v_T oznaczają objętości ciała w temperaturach 0^0, t^0 i T^0, d_0, d_t i d_T — odpowiednie gęstości bezwzględne, a m — masę ciała).

Z drugiej strony, również na mocy określenia, spółczynnik rozszerzalności objętościowy wyraża się wzorem:

$$\alpha = \frac{v_t - v_0}{v_0 t'},$$

skąd
$$v_t = v_0 (1 + \alpha t) \quad . \quad . \quad (2)$$

Porównywując ze sobą powyższe zależności, możemy napisać

$$\frac{d}{t} = \frac{d_0}{1 + \alpha t} \text{ i } d_T = \frac{d_0}{1 + \alpha T} \quad (3)$$

Dwie rurki szklane o średnicy wewnętrznej około 1 cm, zgięte w kształcie litery U połączone są ze sobą rurką poprzeczną, zaopatrzoną w kurek. Każda z U-rurek otoczona jest płaszczem szklanym, przyczem przez jeden z nich przepuszczamy parę wodną (temp. wrzenia wody T), w drugim zaś znajduje się woda (temp. t). Obie rurki napełnione są rtęcią w takiej ilości, by po utworzeniu próżni (poprzez kurek) we wspólnej części połączonych rurek, różnice poziomów rtęci w obu U-rurkach wynosiły około 50 cm. Oznaczając różnice poziomów rtęci w temperaturach T i t przez h_T i h_t, ciśnienie panujące we wspólnej części obu U-rurek przez p, ciśnienie atmosferyczne przez P_t, przyśpieszenie ziemskie przez g, możemy napisać

$$p + h_T d_T g = p + h_t d_t g = P,$$

skąd
$$h_T d_T = h_t d_t .$$

Na mocy wzorów (3)

$$\frac{h_T}{h_t} = \frac{d_t}{d_T} = \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha t}$$

i ostatecznie
$$\alpha = \frac{h_T - h_t}{h_t T - h_t t}.$$

W celu ogrzania jednej z U-rurek parą wodną, zapalamy palnik pod kociołkiem napełnionym wodą (wodowskaz!), który połączony

jest z górną częścią płaszcza. Dolna część płaszcza łączy się z chłodnicą, w której skrapla się przepływająca para wodna i ścieka do odpowiedniego naczyńka. Zanim woda w kociołku się zagotuje, ustawiamy katetometr (§ 6). Regulujemy płomień palnika, by wrzenie było spokojne. Po przepuszczeniu pary wodnej przez płaszcz w ciągu 15—20 minut, nastawiamy lunetę katetometru na górny poziom rtęci ogrzewanej rurki (uprzednio należy lekko przechylić drewnianą podstawę w płaszczyźnie obu U-rurek w celu przywrócenia wypukłości menisków, spłaszczonych nieco na skutek zwiększenia się ciśnienia w rurce łączącej obie rurki). Notujemy odczyt S_1 z dokładnością, na którą pozwala nonjusz katetometru (np. do $^1/_{20}$ lub $^1/_{50}$ mm). (Uwaga: przed każdym odczytem należy skorygować w razie potrzeby położenie lunety na poziom, uwidoczniany przez pęcherzyk libelli, zapomocą śruby przy lunecie). Powtarzamy te czynności przy poziomie dolnym. Odczyt S_2. Wysokość słupka rtęci ogrzewanego przez parę wodną (w temp. T)

$$h_T = S_1 - S_2.$$

Po wymieszaniu wody w płaszczu drugim zapomocą mieszadła, odczytujemy temp. początkową wody t_1 (z dokładnością do $^1/_{10}{}^0$) i odczytujemy położenia lunety nastawionej na górny i dolny poziom rtęci o temperaturze zbliżonej do temp. otoczenia.

$$h_t = S'_1 - S'_2.$$

Odczytujemy temp. końcową wody, jak wyżej: t_2. Jako temperaturę t bierzemy średnią arytmetyczną

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Dla wyznaczenia temp. T wrzenia wody odczytujemy ciśnienie barometryczne i redukujemy je do 0^0, poziomu morza i 45^0 szerokości geograficznej (§ 37, 3).

Z tablicy XIII bezpośrednio lub zapomocą interpolacji znajdujemy szukaną temp. wrzenia wody z dokładnością do $^1/_{10}{}^0$, którą przyjmujemy jako temp. ogrzewanego słupka rtęci.

Błąd graniczny:

$$\Delta\alpha = \alpha\left[\frac{\Delta(h_T - h_t)}{h_T - h_t} + \frac{\Delta h_t}{h_t} + \frac{\Delta(T-t)}{T-t}\right].$$

§ 46. **Wyznaczanie spółczynnika prężności powietrza przy pomocy termometru gazowego** (rys. 41).

Równanie gazu doskonałego ma postać

$$pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t),$$

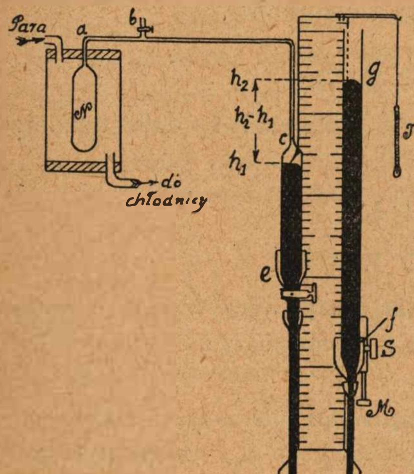
gdzie p i p_0 oznaczają prężności danej masy gazu w temperaturach t^0 i 0^0, v i v_0 — odpowiednie objętości gazu, α — termiczny spółczynnik prężności (rozszerzalności) gazu doskonałego. Rozpatrując daną masę gazu w temperaturach t_1 i t_2, możemy napisać

$$p_0 v_0 = \frac{p_1 v_1}{1 + \alpha t_1} = \frac{p_2 v_2}{1 + \alpha t_2},$$

skąd

$$\alpha = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{p_1 v_1 t_2 - p_2 v_2 t_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Szklany zbiornik N, pojemności około $^1/_2$ litra, połączony jest zapomocą rurki włoskowatej *abc* z umocowaną na stałe przy skali rurką szklaną *d*, swym dolnym końcem wkitowaną w stalową oprawę *e*, która ze swej strony łączy się wężem gumowym, poprzez stalową oprawę *f* z rurką szklaną *g*. Rurka *g* może przesuwać się wzdłuż skali lustrzanej na saneczkach. Zamocowanie uskuteczniamy zapomocą śruby zaciskowej *S*, drobne ruchy — przez obracanie śruby mikrometrycznej *M*.



Rys. 41.

Naczynie N, zawierające pewną ilość suchego powietrza, otoczone jest płaszczem szklanym P, zaopatrzonym w dwa otwory: górny i dolny. Górny otwór połączony jest rurką z kociołkiem z wrzącą wodą, dolny — z chłodnicą. Przykrywa płaszcza P zaopatrzona jest w dodatkowy otwór, przez który wchodzi termometr T, który pozwala na odczytanie temperatur t_1 i t_2. W punkcie *b* rurki włoskowatej przylutowana jest bocznica z kurkiem, pozwalająca na wprowadzenie dowolnego gazu do termometru (przy pomiarach

nie dotykamy jej wcale). W punkcie c rurki włoskowatej wtopione jest czarne ostrze o (szklane). Przez doprowadzenie poziomu rtęci, znajdującej się w utworzonym w ten sposób manometrze, do zetknięcia się z ostrzem odcinamy stałą objętość powietrza, zawartego w zbiorniku N i rurce włoskowatej abc. Wpobliżu słupków rtęci manometru zawieszony jest termometr T', na którym odczytujemy temperatury rtęci t'_1 i t'_2. Całość związana jest z trójnogiem zaopatrzonym w śruby XYZ, pozwalające na dowolne nachylanie przyrządu, w celu nastawienia skali pionowo (pion na nitce ze skalą).

Zaczynamy pomiar od ustawienia skali pionowo (śruby XYZ), (przed każdym odczytem sprawdzamy to położenie i w miarę potrzeby korygujemy). Zwolniwszy śrubę zaciskową S przez podnoszenie, wzgl. opuszczanie ruchomego kolanka manometru, doprowadzamy do zetknięcia się ostrza o z jego odbiciem na powierzchni rtęci. Odczytujemy położenia obu powierzchni rtęci manometru na skali lustrzanej, pamiętając o ustawieniu oka na jednym poziomie z wierzchołkiem menisku i jego odbiciem w skali (paralaksa patrz —). Odczyt poziomu rtęci części nieruchomej manometru h, części ruchomej — h_1, notujemy temperaturę t_1 (z dokładnością do 0.1°), wskazywaną przez termometr, umieszczony przy zbiorniku N i temperaturę t'_1 (z dokładnością do 1°), wskazywaną przez termometr, zawieszony przy manometrze. Zapalamy palnik pod kociołkiem (wodowskaz!) i doprowadzamy wodę, w nim zawartą, do wrzenia. Wobec ogrzania się powietrza w zbiorniku N, poziom rtęci w nieruchomej części manometru obniży się. Zmniejszamy płomień palnika, w celu otrzymania jednostajnego strumienia pary i przez podnoszenie ruchomej części manometru utrzymujemy poziom rtęci w pobliżu ostrza o. Od chwili ustalenia się obu poziomów, przepuszczamy parę wodną przez płaszcz P w ciągu ok. 10 minut i odczytujemy, jak wyżej, poziom rtęci w części ruchomej manometru — h_3, doprowadziwszy uprzednio menisk do zetknięcia się z ostrzem o (sprawdzić pion!). Odczytujemy temperaturę t'_2, wskazywaną przez termometr, zawieszony przy manometrze i gasimy palnik. Należy natychmiast opuścić ruchomą część manometru do położenia pierwotnego, by nie dopuścić do przedostania się rtęci do zbiornika N. Temperaturę powietrza w zbiorniku N otrzymamy pośrednio, odczytując stan barometru i wprowadzając poprawkę temperaturową. Niech sprowadzone do 0° ciśnienie barometryczne wynosi B_0. Sprowadzając to ciśnienie do poziomu morza i 45° szerokości geograficznej, przez dodanie 0,5 mm, otrzymujemy ciśnienie, zredukowane do 0° i ciężkości normalnej 90,45° $(B_0 + 0{,}5)$ mm. W tabl. — znajdujemy

bezpośrednio lub zapomocą interpolacji, temperaturę t_2 wrzenia wody, odpowiadającą temu ciśnieniu. Różnice poziomów rtęci $h_1—h$ i $h_2—h$ sprowadzamy do 0^0 (spółczynnik rozszerzalności rtęci = 0,000181) na mocy wzorów:

$$h' = \frac{h_1 - h}{1 + 0{\cdot}000181\, t'_1} \quad \text{i} \quad h'' = \frac{h_2 - h}{1 + 0{\cdot}000181\, t'_2}.$$

Pomiar miał być wykonany w stałej objętości. Pomijając b. nieznaczną objętość kanału rurki włoskowatej, której temperatura nie uległa dużej zmianie, zbiornik szklany N rozszerzył się, ogrzewając się od temp. t_1 do t_2. Przyjmując dla szkła wartość spółcz. rozszerzalności objętościowej = 0,000025,

$$v_2 = v_1\, [1 + 0{,}000025(t_2 - t_1)] \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Jeśli we wzorze (1) zastąpimy p_1 przez $B_0 + h'$ (lub $B_0 - h'$), p_2 przez $B_0 + h''$, oraz uwzględniając wzór (2), otrzymujemy

$$\alpha = \frac{(B_0 + h'')\,[1 + 0{,}000025(t_2 - t_1)] - (B_0 + h')}{(B_0 + h')t_2 - (B_0 + h'')[1 + 0{,}000025(t_2 - t_1)]t_1}.$$

Błąd graniczny (przybliżony):

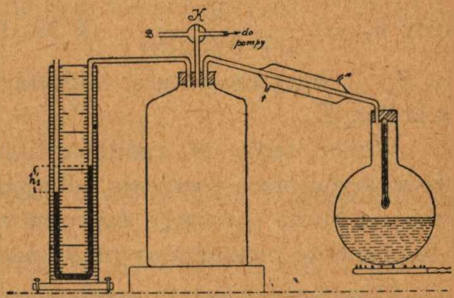
$$\Delta\alpha = \alpha \left[\frac{\Delta(h'' - h')}{h'' - h'} + \frac{t_2\,.\,\Delta(B_0 + h') + t_1\,.\,\Delta(B_0 + h'')}{t_2\,(B_0 + h') - t_1\,(B_0 + h'')}\right].$$

§ 47. **Wyznaczanie temperatury wrzenia wody przy różnych ciśnieniach** (rys. 42).

Parowanie cieczy odbywa się, jak wiadomo, w każdej temperaturze; prężność pary nasyconej jest ściśle funkcją temperatury. Zamiana cieczy w parę odbywa się kosztem dostarczanego z zewnątrz ciepła, w ilości, odpowiadającej ciepłu parowania. Przy dostatecznem ogrzaniu cieczy, możemy ją doprowadzić do wrzenia, t. j. do stanu zupełnego wzburzenia cieczy w głębi i na powierzchni, przy którem ciecz, kosztem dostarczanego z zewnątrz ciepła, zamienia się w parę. Temperatura, odpowiadająca wrzeniu przy danem ciśnieniu, nosi nazwę temperatury wrzenia (lub punktem wrzenia) przy danem ciśnieniu. Istotna temperatura wrzącej cieczy jest jednak różną, w zależności od głębokości zanurzenia termometru w cieczy, jak również od rodzaju naczynia, które ją zawiera i od zdolności do t. zw. przegrzania się. Natomiast temperatura pary nasyconej, ponad powierzchnią wrzącej cie-

czy, jest stałą dla cieczy pod danem ciśnieniem. To też pomiar temperatury wrzenia winien być wykonany przy odpowiedniem położeniu zbiornika rtęci termometru, mianowicie, w możliwie dużej odległości od chłodniejszych ścianek naczynia, ponad powierzchnią swobodną cieczy.

Parulitrowa kolba szklana *Z* o dość długiej szyi, napełniona do połowy wodą destylowaną i osłonięta od dołu siatką azbestową, ustawiona jest na pierścieniu, ponad palnikiem gazowym regulowanym. Wylot szyi zamknięty jest szczelnie korkiem gumowym, przez który przechodzi rurka szklana, prowadząca do chłodnicy *C*. W dolnej części korka umocowana jest górna część termometru *T*. Temperatury z łatwością odczytujemy poprzez ściankę szyi, zapomocą lupy oceniamy $^1/_5$ część podziałki (przypuszczając, że termometr ma podziałkę co $^1/_2{}^0$, odczytujemy z dokładnością do $^1/_{10}{}^0$). Rura, przechodząca przez korek zamykający szyję kolby, przechodzi w chłodnicę, lekko nachyloną w kierunku kolby, chłodzoną prądem wody z wodociągu i kończy się wylotem



Rys. 42.

wewnątrz zbiornika kilkulitrowego *R*, służącego jako regulator ciśnień i bezpiecznik przeciw ewentualnemu dostaniu się wody do manometru. Zbiornik ten zamknięty jest również gumowym korkiem o trzech otworach: przez jeden z nich przechodzi wyżej wspomniana rurka od chłodnicy, przez drugi — rurka, prowadząca do manometru *M*, przez trzeci wreszcie jedno z ramion kranu trójdrożnego *K*, którego dwa pozostałe połączone są z jednej strony z atmosferą, z drugiej zaś z pompą (ssąco-tłoczącą ręczną lub ssącą wodną). Możemy więc, mając stale połączoną kolbę (przez chłodnicę i zbiornik zabezpieczający) z manometrem, zapomocą kranu dowolnie łączyć przyrząd z pompą lub powietrzem otaczającem.

Manometr *M* składa się z *U* rurki, o wysokości ramion około 50 cm, umocowanej przy skali milimetrowej na desce, której położenie pionowe możemy regulować zapomocą śrub (położenie to wskazuje pion).

Pomiar wykonywamy w porządku następującym:

1) ustawiamy pionowo manometr;

2) przepuszczamy strumień wody przez chłodnicę;

3) zapalamy palnik pod kolbą, połączywszy uprzednio przez kran trójdrożny wnętrze przyrządu z atmosferą i doprowadzamy wodę do wrzenia. W międzyczasie odczytujemy stan barometru i sprowadzamy go do zera (§ 37, 3). Niech wartość jego wynosi B_0 mm. Ciśnienie wskazywane przez manometr jest, oczywiście, 0. Prężność pary w kolbie $p_1 = B_0$.

Temperatura wrzenia wody — T_1.

4) przez połączenie z puszczoną w ruch pompą zmniejszamy ciśnienie o 20 — 40 mm (różnica poziomów w manometrze niech będzie h'_1 mm, sprowadzając ją do 0^0, po odczytaniu temperatury otoczenia t^0, znajdujemy zredukowaną do 0^0 wartość, wskazywaną przez manometr $h_1 = \frac{h'_1}{1 + 0{\cdot}000181\, t}$ (§ 37, 3). Prężność w kolbie będzie $p_2 = B_0 - h_1$, temperatura, odczytana na termometrze, umieszczonym w kolbie, T_2.

Wobec tego, że zmniejszyliśmy ciśnienie, temperatura wrzenia obniżyła się nieco i wrzenie odbywa się zbyt gwałtownie. Przez przykręcenie kurka gazowego doprowadzamy wodę do spokojnego wrzenia i tę czynność powtarzamy przy każdej zmianie ciśnienia na mniejszą;

5) mierzymy kolejno szereg temperatur wrzenia i prężności pary, dochodząc do granicy, na jaką pozwala budowa manometru i termometru, notując poszczególne T_3, T_4, T_5 i t. d. i p_3, p_4, p_5 i t. d.;

6) zamykamy połączenie kolby z pompą i kolejno, na odpowiednio krótki czas, łączymy ją z powietrzem atmosferycznem, w tych samych, mniej więcej, odstępach ciśnień, znajdując szereg wartości T i p.

7) wszystkie wartości zapisujemy w kolumnach — wynik przedstawiamy graficznie, oznaczając np. kółkami spostrzeżenia, otrzymywane przy prężnościach malejących, krzyżykami — przy wzroście prężności. Na tym samym wykresie przedstawiamy wartości z tablicy — (oś rzędnych obieramy jako temperatury, oś odciętych — jako prężności).

§ 48. Uwagi ogólne o pomiarach kalorymetrycznych.

Dział ciepła, zajmujący się badaniem metod pomiarów *ilości ciepła*, wymienianych przez poszczególne części układu ciał, podczas ich przemian fizycznych lub chemicznych, nosi nazwę kalorymetrji. Przyrządy, do tego celu służące, nazywamy kalorymetrami.

Jednostkę ciepła stanowi ilość ciepła, potrzebna do ogrzania masy 1 g wody dystylowanej o 1^0 C w granicach od $14,5^0$ do $15,5^0$ C, wyrażonych w skali wodorowej. Nosi ona nazwę kalorji piętnastostopniowej, krótko: kalorji (inaczej — kalorja mała, kalorja gramowa, gramstopień), w odróżnieniu od jednostki 1000 razy większej, kalorji dużej lub kilogramowej, rzadziej używanej. Ciepłem właściwem ciała w temp. t nazywamy ilość ciepła, potrzebną do ogrzania 1 g danego ciała o 1^0 C w okolicach temp. t. Ciepło właściwe ciał nie jest stałe, lecz zmienia się nieznacznie wraz z temperaturą. Zakładając, że w granicach temperatur od t_1^0 do t_2^0 ciepło właściwe ciała o masie m g pozostaje niezmiennem i oznaczając przez a ilość ciepła pobraną lub wydzieloną przez ciało przy zmianie jego temperatury od t_1^0 do t_2^0 C, mamy

$$C_{t_1-t_2} = \frac{Q}{m\,(t_2 - t_1)},$$

gdzie $C_{t_1-t_2}$ wyraża ciepło właściwe średnie ciała w granicach od t_1^0 do t_2^0 C.

Jakkolwiek ciepło właściwe wody — jak i innych ciał — zmienia się wraz z temperaturą, przyczem wartość jego podlega zmianie rzędu kilku jednostek trzeciego znaku dziesiętnego we wszystkich przemianach cieplnych, zachodzących w naszych pomiarach, przyjmiemy z dostatecznem przybliżeniem wartość ciepła właściwego wody jako stałą i równą 1.

Pojemnością cieplną lub wartością cieplną ciała (równoważnikiem wodnym) nazywamy ilość ciepła, potrzebną do ogrzania danego ciała o 1^0 C. Pojemność cieplna ciała wyznaczona jest przez iloczyn masy ciała m przez jego ciepło właściwe c. Dla układu złożonego z szeregu ciał (np. kalorymetr, mieszadło, termometr i t. d.) o masach m_1, m_2, m_3 i t. d. i ciepłach właściwych c_1, c_2, c_3 i t. d., pojemność jego cieplną W wyrazi się wzorem

$$W = m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3...$$

Przy wyprowadzaniu wzorów kalorymetrycznych należy wyjść z założenia, że ilość ciepła utracona przez jeden układ jest całkowicie pobrana przez drugi, straty zaś zachodzące podczas przemiany (np. na promieniowanie i przewodnictwo) winny być uwzględnione przez dodatkowe obserwacje zachowywania się układów pod względem cieplnym (temperatura).

W pomiarach kalorymetrycznych największą trudność stanowi zmniejszenie do minimum strat na promieniowanie, przewodnictwo, parowanie cieczy i t. d., nie dających się bezpośrednio wyznaczyć, oraz na dokładnem odczytaniu właściwych temperatur. W przeciętnych pomiarach tego typu zachodzi zwykle zmiana temperatury, wobec tego błędy wartości bezwzględnych wskazań termometru (stosuje się w dokładnych pomiarach termometry o skali dowolnej Beckmanna), poprawka na położenie pionowe (z powodu ciśnienia słupka rtęci na zbiornik i zwiększanie jego pojemności) oraz poprawka na wystający słupek rtęci (wobec małych różnic w temperaturach badanego ośrodka i otoczenia) mogą być całkowicie pominięte. Również pominiemy, jako zbyt małą, poprawkę na „spóźnianie się" termometru oraz poprawkę termometru rtęciowego na skalę wodorową (z braku danych w przeciętnych warunkach). Wyznaczanie punktów zasadniczych termometru stanowi zagadnienie osobne, to też zazwyczaj (w razie potrzeby) możemy skorzystać z danych, uwidocznionych w t. zw. świadectwie termometru. Temperatury odczytujemy z unikaniem paralaksy (§ 6, str. 12), oceniając dziesiąte części najmniejszej podziałki na oko.

§ 49. **Wyznaczanie ciepła właściwego ciał stałych zapomocą kalorymetru wodnego** (metoda mieszania) (rys. 43).

Badane ciało jednorodne o masie m g i cieple właściwem szukanem c, ogrzane do temperatury T^0 wrzucamy do naczynia kalorymetrycznego (zaopatrzonego w mieszadło) o masie m_1 g i cieple właściwem c_1, napełnionego wodą (lub w wypadku łączenia się chemicznego ciała z wodą — inną cieczą o cieple właściwem znanem c_2) w ilości m_2 g. Jeżeli przez w oznaczymy pojemność cieplną termometru, przez t i θ — temperatury początkową i końcową wody (wzgl. cieczy, zastępującej wodę w naczyniu kalorymetrycznem), możemy ułożyć t. zw. bilans cieplny, przy założeniu, że całkowita ilość ciepła, utracona przez ciało, pobrana jest przez układ, złożony z naczynia kalorymetrycznego (z mieszadłem), wody i termometru:

$$mc(T - \theta) = (m_1c_1 + m_2c_2 + w)(\theta - t),$$

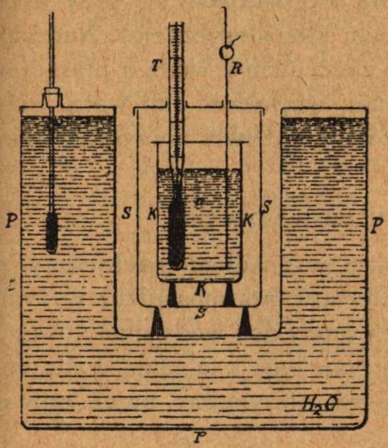
skąd

$$c = \frac{(m_1c_1 + m_2c_2 + w)(\theta - t)}{m(T - \theta)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

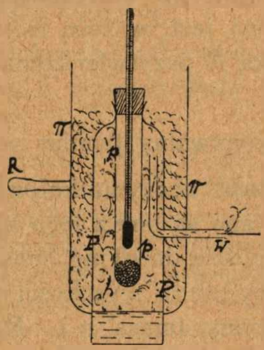
gdzie w wypadku wody przyjmujemy $c_2 = 1$ (oczywiście ciepło wła-

ściwe c ciała, wyznaczone jest w ten sposób w granicach temperatur od θ^0 do T^0).

Dokładność pomiaru zależy od dokładności wyznaczenia temperatur. Temperaturę początkową t wody odczytujemy bezpośrednio przed wrzuceniem do niej badanego ciała. Ponieważ zazwyczaj ciało



Rys. 43.



Rys. 44.

ogrzewamy parą wodną, dla wyznaczenia temp. T, należy odczytać stan barometru i po wprowadzeniu poprawek (§ 37, str. —) z tabl. — wziąć temp. T wrzenia wody. Wyznaczenie temperatury końcowej wody θ nastręcza pewne trudności, gdyż z powodu ogrzewania się układu pobierającego ciepło (kalorymetr, woda, termometr i t. d.) zachodzi strata ciepła przez przewodnictwo i promieniowanie, tem większa, im znaczniejszą jest różnica temperatur kalorymetru i otoczenia i im dłuższym jest okres ogrzewania się wody i kalorymetru.

Straty te sprowadza się do minimum, ustawiając naczynie kalorymetryczne na złym przewodniku ciepła (np. na trzech kołcach z kości, na krzyżu z rozpiętych nici lub na korku) i polerując części metalowe w celu zmniejszenia zdolności emisji ciepła w otoczenie. Zazwyczaj naczynie kalorymetryczne K wstawione jest w naczynie szersze (wypolerowane) S, to zaś ze swej strony wstawione jest do t. zw. płaszcza kalorymetrycznego P, mającego podwójne ścianki, pomiędzy które zwykle nalewa się wody, dla zwiększenia pojemności cieplnej osłony i zmniejszenia w ten sposób jej wrażliwości na raptowne zmiany temperatury otoczenia. Cały układ od góry zasłania się drewnianą lub tekturową przykrywą, zaopatrzoną w otwory, przez które prze-

chodzi rączka mieszadła R i termometr T, i ustawia się bądź zdala od grzejnika, w którym ogrzewamy badane ciało, bądź też zasłania ekranem z dychtu, oklejonego cynfolją.

Grzejnik (rys. 44) składa się zazwyczaj z metalowej próbówki p, wstawionej do nieco szerszego naczynia P, które napełniamy wodą, zaopatrzonego w rurkę wylotową W dla wydostającej się przy wrzeniu pary wodnej (wrzenie pod ciśnieniem atmosferycznem). Naczynie to otacza płaszcz π, przestrzeń między naczyniem z wodą a płaszczem wypełniona jest, w celu izolacji cieplnej, wojłokiem lub watą. Ucho lub rączka R przytwierdzona do płaszcza umożliwia unoszenie grzejnika.

Wykonywamy pomiar w porządku następującym:

1) suche naczynie kalorymetryczne z mieszadłem (zakładamy, że wykonywane są one z tego samego materjału, np. mosiądzu) ważymy z dokładnością do 10 mg (masa m_1). Nalewamy doń wody dystylowanej do połowy lub $^2/_3$ wysokości naczynia i ponownie z tą samą dokładnością ważymy (masa n_1). Masę wody m_2 otrzymamy przez odjęcie wyżej otrzymanych liczb

$$m_2 = (n_1 - m_1) \text{ g};$$

2) wstawiamy naczynie kalorymetryczne, zawierające odważoną ilość wody, do płaszcza i całość zasłaniamy przykrywą, bacząc, by rączka mieszadła i termometr, który należy umocować w statywie, swobodnie się mieściły w otworach i by przy ruchu mieszadła termometr go nie dotykał (jak również i ścian naczynia kalorymetrycznego);

3) zapaliwszy palnik pod grzejnikiem, napełnionym wodą, wrzucamy do wnętrza próbówki badane ciało w możliwie największej ilości (korzystnem jest użycie ciała w postaci ziarnistej, co zmniejsza do minimum czas wyrównania się temperatur ciała i wody, a przez to zmniejsza wartość poprawki na promieniowanie i przewodnictwo) i trzymamy je tam, od chwili zagotowania się wody, w ciągu 15 — 20 minut. (Wrzenie wody konstatujemy po wydostawaniu się pary wodnej przez rurkę wylotową grzejnika);

4) po wymieszaniu dokładnem wody w kalorymetrze zapomocą mieszadła odczytujemy temperaturę początkową wody t, zauważamy czas i bezpośrednio po tem, usuwając przykrywę kalorymetru, wrzucamy ogrzane ciało do wody (jeżeli mieszadło jest w postaci

otoczonej drutem siatki mosiężnej — na uniesioną do poziomu wody siatkę), kładziemy zpowrotem przykrywę i mieszając starannie wodę, śledzimy wskazania termometru. Notujemy najwyższą temperaturę θ_1 i czas na zegarku, oraz temperaturę θ_2, jaką wskazywać będzie termometr po 10 minutach. Niech ogrzewanie się wody w kalorymetrze od temp. t do temp. θ_1 trwało k minut;

5) wyjmujemy termometr, strząsamy zeń wodę do kalorymetru i ważymy z poprzednią dokładnością (kalorymetr, mieszadło, woda i ciało — masa n_2 g). Masa ciała $m = (n_2 - n_1)$ g;

6) odczytujemy stan barometru i redukujemy odczyt do 0^0 (§ 37 str. 60). W tablicy XIII znajdujemy temp. T wrzenia wody, odpowiadającą panującemu ciśnieniu.

7) wyznaczamy pojemność cieplną w termometru. W tym celu odważamy w kalorymetrze niewielką ilość m'_2 g wody ($m'_2 = n'_1 - m_1$). Mierzymy temp. początkową wody t'. Ogrzewamy zlekka (np. ręką lub przez zanurzenie zbiornika rtęci termometru do grzejnika) termometr o kilkanaście stopni, notujemy jego temperaturę najwyższą T' i natychmiast zanurzamy go do wody w kalorymetrze. Po dokładnem wymierzaniu wody notujemy temp. końcową wody θ'. Pojemność cieplną termometru otrzymamy, wstawiając znalezione wartości do wzoru

$$w = \frac{m'_2(\theta' - t')}{(T' - \theta')}.$$

8) Wyznaczamy poprawkę na stratę ciepła przez kalorymetr (przewodnictwo, promieniowanie, parowanie i t. d.), który będąc ogrzany powyżej temp. otoczenia, utracił w ciągu k minut pewną ilość ciepła, co spowodowało obniżenie się temperatury wody w kalorymetrze o ϑ^0. Nietrudno jest obliczyć ϑ. W ciągu 10 minut kalorymetr oziębił się (p. 4) o $(\theta_1 - \theta_2)$, posiadając w tym okresie średnią temperaturę $\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)$ przy temp. otoczenia t^0. Wobec tego, przyjmując, że temp. otoczenia t nie uległa w ciągu $(K + 10)$ minut zmianie i że spadek temperatury jest tu proporcjonalny do różnicy temperatur i czasu

$$\vartheta = \frac{k}{10}(\theta_1 - \theta_2)\frac{\left(\frac{\theta_1 + t}{2} - t\right)}{\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - t\right)}.$$

Wobec tego, że θ_1 mało się różni od θ_2 (kalorymetr jest w tym celu osłonięty), przyjmiemy w mianowniku $\theta_1 = \theta_2$,

skąd
$$\vartheta = \frac{k}{10}(\theta_1 - \theta_2)\frac{(\theta_1 - t)}{2(\theta_1 - t)} = \frac{1}{2}\,\frac{k}{10}(\theta_1 - \theta_2).$$

Za temperaturę końcową pomiaru kalorymetrycznego przyjmujemy więc nie θ_1, lecz

$$\theta = \theta_1 + \vartheta = \theta_1 + \frac{1}{2}\,\frac{k}{10}(\theta_1 - \theta_2).$$

Znalezione wartości wstawiamy do wzoru (1)

$$c = \frac{(m_1 c_1 + m_2 . 1 + w)(\theta - t)}{m(T - \theta)}.$$

Przy pomiarach mniej dokładnych można pominąć manipulacje, opisane wyżej pod 7 i 8, i przyjąć, że $w = 0$, oraz że θ jest temperaturą odczytaną wprost na termometrze.

Pomijając błędy nieznaczne przy wyznaczaniu m_1, m_2, m i w, błąd graniczny wyniku, spowodowany błędami w oznaczaniu temperatur, będzie

$$\Delta c = c \left[\frac{\Delta(\theta - t)}{(\theta - t)} + \frac{\Delta(T - \theta)}{(T - \theta)} \right].$$

§ 50. Wyznaczenie ciepła właściwego cieczy metodą Andrewsa.

Poprzednio opisana metoda mieszania daje możność wyznaczyć ciężar właściwy cieczy dwojakim sposobem: albo ciecz pomieszczamy w zbiorniku (którego pojemność cieplną osobno wyznaczamy) i traktujemy zbiornik z badaną cieczą, jak ciało stałe w zadaniu poprzedniem, lub też kalorymetr napełniamy raz wodą, drugi raz cieczą badaną, i ogrzewając, jak wyżej, odpowiednie ciało oraz wrzucając je kolejno do obu cieczy, przez wyznaczenie pojemności cieplnej ciała znajdujemy ciepło właściwe badanej cieczy kalorymetrycznej. Innemi słowy, mając wyznaczoną wartość mc ze wzoru (1) (str. 82), szukamy wartości c_2.

W metodzie Andrewsa posługujemy się t. zw. termoforem lub kaloryferem. Jest to przyrząd, podobny w zasadzie do termometru, składający się z dość dużego (kula o średnicy około 3 cm) zbiornika szklanego na rtęć, zakończonego rurką włoskowatą (może być ona otwartą u góry lub zatopioną, jak w termometrze). Rurka, którą podnosi się rtęć w kaloryferze, jest w jednem miejscu rozszerzona; poniżej i powyżej rozszerzenia znajdują się wytrawione na szkle kreski.

Termofor, ogrzany uprzednio, oddaje stałą ilość ciepła $W(T_1 - T_2)$ przy oziębianiu się od pewnej temperatury T_1 do temp. T_2, wtedy, gdy rtęć, kurcząc się, przesuwa się od jednej kreski do drugiej (pojemność zbiornika i rozszerzenie na rurce włoskowatej tak są dobrane, by górna kreska odpowiadała mniej więcej 80^0 C, dolna 25^0 C).

Wyznaczamy, jak w zadaniu poprzedniem, masy kalorymetru m_1 i wody m_2. Ogrzewamy termofor nad siatką azbestową, osłaniającą płomień palnika Bunzenowskiego lub w łaźni powietrznej do chwili, aż poziom rtęci w termoforze przekroczy górną kreskę i gasimy pło-

mień. Odczytujemy, po wymieszaniu wody, jej temperaturę początkową t. W chwili mijania przez rtęć górnej kreski notujemy na zegarku czas (wskazówka sekund!) i zanurzamy termofor do wody i bądź nim, bądź też zapomocą mieszadła dokładnie mieszamy wodę. W chwili mijania przez rtęć dolnej kreski, wyjmujemy z wody termofor (resztce przylgniętej do termoforu wody pozwalamy ściec do kalorymetru) i nie przestając mieszać wodę w kalorymetrze, śledzimy wskazania termometru, stwierdzając, że temperatura czas jakiś jeszcze wzrasta do wartości θ.

Notujemy najwyższą temperaturę θ_1, oraz czas (niech podnoszenie się temperatury od t do θ^0. trwało k minut) i mieszając ciągle, czekamy 10 minut, poczem w końcu 10-ej minuty odczytujemy temperaturę θ_2. Poprawkę ϑ otrzymamy (por. str. 85) z równania $\vartheta = \frac{1}{2}\frac{k}{10}(\theta_1 - \theta_2)$ i za temperaturę θ, wchodzącą jako temperatura końcowa, przyjmiemy

$$\theta = \theta_1 + \vartheta = \theta_1 + \frac{1}{2}\frac{k}{10}(\theta_1 - \theta_2).$$

Pojemność termometru w wyznaczamy dodatkowo lub zupełnie pomijamy, wobec dość dużej pojemności kalorymetru z wodą, względnie badaną cieczą.

Przyjmując, że ciepło właściwe wody = 1, mamy

$$(m_1c_1 + m_2 + w)(\theta - t) = W(T_1 - T_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Powtarzamy wszystkie powyższe czynności, zastępując wodę badaną cieczą (w tej samej mniej więcej objętości), wyznaczając masę cieczy m'_2 (c. wł. cieczy szukane x), temperaturę wody początkową t' i osiągniętą w chwili wyjmowania termoforu θ'_1. Obliczamy poprawkę temperaturową $\vartheta' = \frac{1}{2}\frac{k'}{10}(\tau'_1 - \tau'_2)$; jak wyżej $\theta' = \theta'_1 + \vartheta'$ oraz

$$(m_1c_1 + m'_2x + w)(\theta' - t') = W(T_1 - T_2).$$

Z powyższych dwóch równań kalorymetrycznych znajdujemy x

$$x = \frac{(m_1c_1 + m_2 + w)}{m'_2}\frac{(\theta - t)}{\theta' - t'} - \frac{m_1c_1 + w}{m'_2}.$$

Pomijając w ocenie błędu niewielkie, w stosunku do pojemności cieplnej wody, pojemności m_1c_1 i w, błąd graniczny wyznaczymy ze wzoru

$$\Delta x = x\left[\frac{\Delta m_2}{m_2} + \frac{\Delta m'_2}{m'_2} + \frac{\Delta(\theta - t)}{\theta - t} + \frac{\Delta(\theta' - t')}{\theta' - t'}\right].$$

Przy pomiarach mniej dokładnych przyjmujemy $w = 0$, i pomijamy też obliczanie poprawki ϑ; zegarek staje się wówczas niepotrzebny, a najwyższe odczytane na termometrze temperatury wprowadzamy wprost do równania (1) i (2) jako θ, wzgl. θ'.

§ 51. **Wyznaczanie ciepła topnienia lodu.**

Ogrzewane ciało stałe wykazuje wzrost temperatury do czasu aż się nie zacznie topić; od tej chwili przez cały okres topnienia, pomimo stałego dopływu ciepła z zewnątrz, temperatura obu faz, stałej i ciekłej, nie zmienia się, zaczyna się natomiast podnosić od chwili całkowitego stopnienia się ciała stałego i zamiany jego na ciecz. Ciepło pobrane przez ciało podczas topnienia jest utajonem, gdyż termometr w niem zanurzony zmian żadnych nie wykazuje. W odniesieniu do jednostki masy, mamy określenie: ciepłem topnienia L ciała w temperaturze θ nazywamy ilość ciepła, którą należy dostarczyć jednostce masy tego ciała, będącego w stanie stałym w temp. θ, w celu przeprowadzenia go w stan cieczy w tej samej temperaturze. L wyrażamy w kalorjach gramowych dla 1 g ciała, θ — oznacza temperaturę topnienia ciała pod ciśnieniem normalnem. Ciepło topnienia oddawane jest przez ciało w całości podczas jego krzepnięcia, to jest zmiany fazy ciekłej na stałą.

Ciepło topnienia ciała może być z łatwością wyznaczone zapomocą metody mieszania. Jeżeli temperatura topnienia ciała wyższą jest od temperatury cieczy kalorymetrycznej (ew. wody), to ciało topimy przez ogrzewanie i w stanie roztopionym wlewamy do naczynia kalorymetrycznego. Ciało krzepnie, oddając kalorymetrowi swoje ciepło krzepnięcia (= c. topnienia). W razie, jeżeli temp. topnienia ciała jest niższą od temperatury cieczy kalorymetrycznej (jak w wypadku lodu i wody), to wrzucamy ciało do kalorymetru w postaci stałej, gdzie topiąc się, oddaje swoje ciepło topnienia. W wypadku lodu, z łatwością układamy bilans ciepła, oznaczając przez: L — ciepło topnienia lodu, m — masę lodu, m_1 — masę kalorymetru (z mieszadłem), c_1 — ciepło właściwe materjału, z którego zrobiony jest kalorymetr (i mieszadło), m_2 — masę wody w kalorymetrze, c_2 — ciepło właściwe wody (= 1), t_1 — temperaturę początkową wody w chwili wrzucania do niej lodu, t_2 — temperaturę końcową wody po całkowitem stopieniu się lodu (najniższą z obserwowanych) i ϑ — poprawkę na pochłanianie ciepła z otoczenia (ujemną)

$$mL + m \cdot 1 \cdot (t_2 + \vartheta) = (m_1 c_1 + m_2 \cdot 1)\,[t_1 - (t_2 + \vartheta)],$$

skąd
$$L = \frac{(m_1 c_1 + m_2)\,[t_1 - (t_2 + \vartheta)]}{m} - (t_2 + \vartheta).$$

Do zważonego uprzednio kalorymetru wlewamy wodę i wyznaczamy jej masę. Kawałek czystego lodu (około 50 g) obmywamy wodą i suszymy przy pomocy bibuły (kilka warstw). Po dokładnem wymieszaniu wody i ustaleniu się temperatury w kalorymetrze odczytujemy ją (t_1), notujemy czas na zegarku, bezpośrednio po tem wrzucamy przygotowany kawałek lodu do kalorymetru i mieszamy wodę, obserwując ciągle termometr. Notujemy najniższą temperaturę (końcową) t_2 i czas (niech woda w kalorymetrze oziębiała się k minut). Po upływie 10 minut odczytujemy ponownie temperaturę t'_2, nie zaprzestając mieszania wody. Obliczamy poprawkę na pochłanianie ciepła z otoczenia ϑ (por. str. 85).

$$\vartheta = \frac{1}{2}\,\frac{k}{10}\,(t_2 - t'_2)$$

(poprawka będzie miała, oczywiście, znak ujemny). Ważymy kalorymetr ze stopionym lodem i z różnicy mas wyznaczamy masę m lodu. Otrzymane wartości wstawiamy do wzoru na L.

Bardzo dobre wyniki daje następujące urządzenie: w dwóch dodatkowych naczyniach mamy niewielkie zbiorniki, otoczony każdy płaszczem. W jednym z nich znajduje się mieszanina lodu (lub śniegu) z solą, w drugim — sam lód. Kładziemy najpierw kawałek wybrany lodu do naczynia zimniejszego. Stopiona na powierzchni woda zamarza. Przenosimy ten kawałek zapomocą drewnianych szczypiec do koszyczka z siatki mosiężnej (której masę wyznaczamy: m'_1) i wkładamy do naczynia otoczonego czystym lodem (0°), gdzie pozostaje do chwili przenoszenia koszyczka wraz z lodem do kalorymetru. Do wzoru będzie wchodziła, oczywiście ze znakiem — po prawej stronie ilość ciepła pobrana przez koszyczek $0{,}093 \cdot m'_1\,(t_2 +)\vartheta$

Błąd graniczny (z pominięciem pojemności kalorymetru i poprawki ϑ).

$$\Delta L = L\left[\frac{(t_1 - t_2)\,\Delta m_2 + m_2\,\Delta t_1 + (m_2 - m)\,\Delta t_2 + t_2\,\Delta m}{m_2\,(t_1 - t_2) - m\,t_2} + \frac{\Delta m}{m}\right].$$

Przy pomiarach mniej dokładnych obliczanie poprawki ϑ pomijamy; przyjmujemy więc, że $\vartheta = 0$; obserwacje z zegarkiem stają się wówczas zbędne.

§ 52. **Wyznaczanie ciepła parowania wody.**

Przy ogrzewaniu cieczy temperatura jej wzrasta do chwili wrzenia. Odtąd, pomimo dalszego stałego dopływu ciepła z zewnątrz, temperatura jej się nie zmienia, pozostając na poziomie charakterystycznym dla danej cieczy przy danem ciśnieniu. Temperaturę tę nazywamy, w wypadku parowania ponad powierzchnią wrzącej cieczy ciśnienia 760 mm, temperaturą normalną wrzenia. Ciepło pobierane przez ciecz na zamianę ją w parę, jest utajonem, gdyż termometr w nią zanurzony żadnej zmiany nie wykazuje, pomimo dopływu energji cieplnej z zewnątrz. W odniesieniu do jednostki masy cieczy mamy określenie: ciepłem parowania L ciała w temperaturze θ nazywamy ilość ciepła, którą należy dostarczyć jednostce masy tego ciała, będącego w stanie ciekłym w temp. θ, by go doprowadzić do stanu pary nasyconej w tej samej temperaturze. L wyrażamy w kalorjach gramowych, dla 1 g masy ciała θ oznacza zazwyczaj temperaturę wrzenia pod ciśnieniem normalnem, t. j. 760 mm rtęci. Ciepło parowania oddawane jest przez ciało w całości podczas jego skraplania, t. j. zmiany fazy gazowej (pary) na ciekłą.

Ciepło parowania wody wyznaczamy przy użyciu kalorymetru wodnego, który ogrzewa się kosztem oddawanego przez skraplającą się parę ciepła skraplanie (= ciepłu parowania). Ponieważ para wpuszczana do chłodnicy jest zazwyczaj w celu osuszenia przegrzewaną i oddaje kalorymetrowi ilość ciepła mierzoną iloczynem jej masy przez ciepło właściwe ($c_p = 0{,}47$) i różnicę temperatur, jak również oziębia się po skropleniu, już jako woda do temperatury końcowej układu, uwzględniamy te wielkości w bilansie ciepła. Oznaczając przez: L — ciepło parowania wody, m — ilość skroplonej pary, c_p = ciepło właściwe pary, m_1 — masę kalorymetru z mieszadłem, wężownicą i przykrywą (jeśli te części są wykonane z tego samego metalu), c_1 — c. wł. metalu, z którego zrobiony jest kalorymetr (i części jego), m_2 — masę wody w kalorymetrze, T — temperaturę przegrzanej pary, t — temperaturę początkową wody (bezpośrednio przed przepuszczeniem pary przez chłodnicę w kalorymetrze), θ — temperaturę końcową wody (najwyższą z obserwowanych) i ϑ — poprawkę na promieniowanie, przewodnictwo i t. d., mamy, z pominięciem ciepła, pobranego przez termometr:

$$m c_p (T - 100) + m L + m \cdot 1 \cdot [100 - (\theta + v)] =$$
$$= m_1 c_1 (\theta + \vartheta - t) + m_2 \cdot 1 \cdot (\theta + \vartheta - t),$$

skąd wyznaczamy

$$L = \frac{(m_1 c_1 + m_2)(\theta + \vartheta - t)}{m} - c_p (T - 100) - [100 - (\theta + \vartheta)].$$

(Porównaj uwagę na str. 89 u dołu oraz 92).

Przyrząd składa się z kociołka wraz z przegrzewaczem i kalorymetru, do którego może być zanurzona wężownica, lub wogóle chłodnica, w której skrapla się para przepuszczona z kociołka. Rura, stanowiąca przewód dla pary, otoczona jest azbestem (w celu izolacji elektrycznej), na który nawinięto odpowiedniej długości i przekroju drut oporowy (nikielina), ze swej strony otoczony w celu izolacji cieplnej grubszą warstwą azbestu. Przez włączenie kontaktu w sieć ogrzewamy rurę, której temperatura winna wynosić wówczas kilkanaście stopni powyżej 100^0. Termometr kalorymetru ma podziałkę co $^1/_2{}^0$, termometr wskazujący temperaturę przegrzanej pary — co 1^0.

Pomiar wykonywamy w następującym porządku:

1) ważymy pusty kalorymetr z mieszadłem, wężownicą i przykrywą (m_1) z dokładnością do 10 mg, upewniwszy się, że przedmioty ważone są suche;

2) napełniwszy kalorymetr (z umieszczonemi w nim wężownicą i mieszadłem) wodą w takiej ilości, by powierzchnia jej nie dochodziła do brzegów kalorymetru i nałożywszy przykrywę, wyznaczamy masę kalorymetru (z częściami) z wodą. Różnica wyników ważenia daje nam masę wody (m_2);

3) napełniamy kociołek (wzgl. kolbę) wodą i zapalamy pod nim silny palnik Bunzenowski. Obserwujemy od czasu do czasu termometr umieszczony w rurze przegrzewacza. Z chwilą wskazania przezeń temperatury bliskiej 100^0 C, włączamy kontakt przegrzewacza w sieć elektryczną. Niebawem temperatura zacznie się podnosić i osiągnie pewną wartość, mało zmienną w czasie;

4) wymieszawszy dokładnie wodę w kalorymetrze, odczytujemy na termometrze, zanurzonym do wody, temperaturę początkową wody t (oceniając na oko piąte części podziału, t. j. odczytując z dokładnością do $^1/_{10}{}^0$) i bezpośrednio potem łączymy przewód doprowadzający parę z wylotem (odpowiednim!) wężownicy. Notujemy czas i temperaturę T_1 przegrzewacza;

5) nie przestając poruszać mieszadłem, czekamy do chwili, aż temperatura wody w kalorymetrze nie podniesie się o mniej więcej

20 — 25° (t. j. do $t + 20°$, wzgl. $t + 25°$). Odczytujemy temperaturę na termometrze przegrzewacza T_2. Za temperaturę przegrzanej pary przyjmiemy $\frac{T_1 + T_2}{2} = T$. Usuwamy przewód grzejnika i ciągle mieszając wodę, obserwujemy wskazania termometru. Notujemy wartość najwyższą temperatury θ i czas, w którym została osiągnięta. Różnica czasów (k minut) daje nam okres ogrzewania się wody. Po 10 minutach notujemy temperaturę kalorymetru nieco niższą θ'. Poprawka na stratę ciepła $\vartheta = \frac{1}{2} \frac{k}{10} (\theta - \theta')$ (patrz str. 85);

6) ważymy kalorymetr (z mieszadłem, wężownicą, przykrywą i skroploną parą) i z różnicy między wynikami poprzedniego i ostatniego ważenia, wyznaczamy masę skroplonej pary, m.

Otrzymane wartości wstawiamy do wzoru na L.

Błąd graniczny obliczymy ze skróconego wzoru, w którym pominiemy pojemność cieplną kalorymetru ($m_1 c_1$), poprawkę ϑ i błąd w wyznaczeniu m_2.

$$\Delta L = \frac{m_2}{m} \Delta (\theta - t) + \frac{m_2}{m^2} (\theta - t) \Delta m + c_p \Delta (T - 100) + \Delta (100 - \theta).$$

U w a g i: 1) Jakkolwiek przegrzewanie pary stanowi dodatkowe źródło błędu, z powodu niezbyt pewnej oceny temperatury T, jednak usunięcie w przegrzanej parze kropelek wody, nie biorących udziału w procesie oddawania ciepła parowania (dla wody b. dużego), przemawia za stosowaniem tego sposobu.

2) We wzorze na L przyjęto temperaturę skraplania się (= wrzenia) wody = 100° C, niezależnie od ciśnienia, panującego w danem miejscu w chwili pomiaru. Jak widać z tabl. —, błąd mógłby wynieść co najwyżej kilka dziesiątych stopnia. Wobec małej dokładności wyznaczania temperatury T i innych źródeł błędów o wartości większej, uproszczenie to jest usprawiedliwionem.

Jeśli chcemy zadowolić się pomiarem, dokonanym tylko „zgrubsza", to możemy pominąć wyznaczanie poprawki ϑ (jakkolwiek jest ona tu większa, niż w doświadczeniach, opisanych w §§ 49, 50, 51) oraz zrezygnować z przegrzewania pary. Otrzymamy wówczas zamiast równania (1) równanie prostsze:

$$L = \frac{(m_1 c_1 + m_2)(\theta - t)}{m} - (100 - \theta).$$

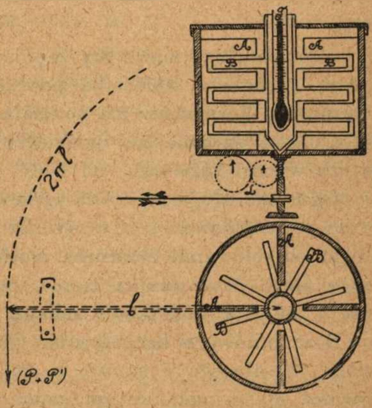
§ 53. **Wyznaczanie mechanicznego równoważnika ciepła zapomocą przyrządu Christiansena** (rys. 45).

W układzie, w którym praca mechaniczna zostaje całkowicie zamieniona w ciepło, istnieje ścisła proporcjonalność między ilością pracy włożonej, a ilością otrzymanego kosztem jej ciepła. Spółczynnik proporcjonalności nosi nazwę mechanicznego równoważnika ciepła. Jest to (w układzie bezwzględnym miar) ilość ergów, odpowiadająca 1 kalorji normalnej lub (w układzie ciężarowym) ilość kilogramometrów odpowiadająca 1 kalorji kilogramowej. Pamiętając, że 1 Kg = 1000 G = 981 . 10^3 dyn, 1 m = 100 cm (i co zatem idzie 1 Kgm = 981 . 10^5 ergów) oraz że 1 kal. kilogramowa = 1000 kaloryj gramowych, znajdujemy stosunek między wartościami równoważnika w obu układach

$$1 \frac{\mathrm{Kgm}}{\mathrm{kal.\,kg}} = \frac{981 \cdot 10^5}{1000} \frac{\mathrm{erg}}{\mathrm{kal.\,gr}} = 981 \cdot 10^2 \frac{\mathrm{egr}}{\mathrm{kal.\,gr}}.$$

Zasada pomiaru jest następująca: wyznaczamy (w odpowiednich jednostkach) ilość pracy, włożoną za pośrednictwem tarcia, w układ, w którym ilość ciepła została zwiększona kosztem włożonej pracy. Stosunek tych wielkości daje nam mechaniczny równoważnik ciepła.

Cylindryczny zbiornik mosiężny, zaopatrzony w cztery rzędy skrzydełek *A*, umocowanych wewnątrz niego (po cztery w każdem z nich, co 90⁰), może obracać się, dzięki osadzeniu na osi wirownicy. System skrzydełek *B* w trzy rzędy (po 8 w każdem z nich, osadzonych na wspólnej osi, co 45⁰), osadzony jest wewnątrz zbiornika tak, że przy obracaniu nim zapomocą korby i przy użyciu odpowiedniej przekładni, zbiornik obraca się z dużą prędkością kątową wtedy, gdy system środkowy skrzydełek *B* utrzymuje się nieruchomo (skrzydełka nieruchome *B* wchodzą dokładnie w przerwy między skrzydełkami ruchomemi *A*). Zbiornik napełniony jest wodą i zamknięty przykrywą, przez którą przechodzi termometr *T*, wskazujący zmiany temperatury układu. Środkowy system skrzydełek *B*, osadzony na osi obrotu zbiornika, połączony jest sztywno z lekkiem ramieniem drewnianem, którego ruch ograniczony jest przez obejmujące je widełki. Do końca ramienia przymocowany jest cienki i mocny sznurek, przerzucony przez blok i obciążony szalką i ciężarkami [1]). Przy obracaniu naczynia czynimy to z taką prędkością, by ramię utrzymywało się stale w środku widełek (w rzeczywistości będzie ono wykonywało nieprawidłowe wahania w obie strony położenia środkowego). Nadmienić trzeba, że wówczas jedynie napięty sznurek jest prostopadły do ramienia. Przy tym obrocie tarcie obu systemów, ruchomego i nieruchomego, i wody wywiązuje



Rys. 45.

---

[1]) W praktyce doskonałą okazała się linka, używana do wędek.

ciepło w ilości równoważnej pracy, włożonej na pokonanie tego tarcia. Nietrudno jest obliczyć wartość tej pracy. Dla uproszczenia rozumowania przyjmiemy (co nie zmieni w zasadzie istoty rzeczy), że obraca się system środkowy skrzydełek, wobec nieruchomego zbiornika, poruszany siłą $(P + P')g$ dyn, (gdzie P oznacza obciążenie w g, naprężające sznurek i utrzymujące ramię nieruchomo, P' — dodatkowe obciążenie pokonywające siłę tarcia w bloku), na drodze $n \cdot 2\pi \cdot l$ cm (gdzie n oznacza ilość obrotów, l — długość ramienia, mierzoną od osi obrotu do miejsca przymocowania sznurka). Praca wykonana

$$L = (P + P')\, g\, 2\pi\, l\, n \text{ ergów,}$$

lub

$$L = \frac{(P + P')\, 2\pi\, l n}{100} \text{ Kgm.}$$

Wartości, wchodzące do wyrażenia na L, otrzymujemy z pomiaru, i tak: P dobieramy tak, by obracając korbą wirownicy z częstością 2—3 razy na sek, koniec ramienia wahał się w środkowej części widełek (wówczas w ciągu 5—10 minut możemy zazwyczaj otrzymać wzrost temperatury dostateczny); l mierzymy zapomocą przyłożonej skali z dokładnością do $^1/_2$ mm; n odczytujemy na liczniku obrotów, P' wyznaczamy osobno. Z drugiej strony znajdujemy pojemność cieplną układu, złożonego z naczynia (mosiężnego), wraz z obu systemami skrzydełek i przykrywą oraz wody (pojemność cieplną termometru pomijamy) przez zważenie zbiornika pustego i napełnionego wodą. Niech zbiornik (z częściami) waży m_1 g (c. wł. c_1). Woda zawarta w nim — m_2 g. Pojemność cieplna układu $= m_1 c_1 + m_2$.

Temperatury mierzymy zapomocą termometru, zanurzonego do połowy, mniej więcej, głębokości zbiornika poprzez rurkę, stanowiącą oś systemu nieruchomego skrzydełek. Termometr ma podziałkę co $^1/_{10}{}^0$, odczytujemy przy pomocy lupy dziesiąte części najmniejszej podziałki, t. j. z dokładnością do $^1/_{100}{}^0$. Wzrost temperatury wynosi zazwyczaj od 1—3^0 i trwa przez czas 5—10 minut. Jasnem jest, że w ciągu tak długiego czasu ogrzewający się układ straci znaczną część ciepła przez promieniowanie w otoczeniu i przewodnictwo (to ostatnie zmniejszone jest dzięki odizolowaniu zbiornika mosiężnego od osi i innych części przyrządu zapomocą złego przewodnika ciepła, np. kości). Wyznaczymy poprawkę na temperaturę ϑ, mierząc dodatkowo zmianę temperatury $t' - t$ w początku i końcu okresu np. 5-ominutowego bezpośrednio przed chwilą rozpoczęcia okresu właściwego pomiaru (trwającego k minut) i zmianę temperatury $\theta - \theta'$, zachodzącą w okresie również np. 5-iominutowym, mierzonym od chwili ukończenia okresu właściwego pomiaru (k-minutowego). Poprawkę ϑ obliczymy (na mocy rozważań na str. 85 § 49) ze wzoru:

$$\vartheta = \frac{k}{2}\left(\frac{t' - t}{5} + \frac{\theta - \theta'}{5}\right),$$

który daje średnią arytmetyczną strat ciepła dla k minut w okresach poprzedzającym i następującym po okresie właściwym pomiaru. Pozostaje do wyznaczenia wielkość tarcia P'. W tym celu po ukończeniu pomiaru zamiany pracy na ciepło, odwiązujemy sznurek od ramienia l i do swobodnego końca sznurka przymocowu-

jemy drugą szalkę, podobną do używanej we właściwym pomiarze. Umocowujemy blok w oddzielnym statywie i przerzucamy przez niego sznurek z szalkami na końcach, które obciążamy odważnikami tak, by masa każdej szalki wraz z obciążeniem równa była $\frac{1}{2} P\sqrt{2}$ [1]) (masy szalek są podane, lub wyznaczamy je osobno).

Znajdujemy najmniejsze obciążenie P_1' (odważnik położony na szalce, np. prawej), które spowoduje obrót bloka, pokonywając tarcia w nim zachodzące w warunkach takich samych, jak w doświadczeniu. Znajdujemy obciążenie P_2' drugiej szalki (np. lewej), powodujące obrót bloku.

$$P' = \frac{P'_1 + P'_2}{2}.$$

Mając wszystkie potrzebne wartości wstawiamy je do wzoru:

$$I = \frac{(P + P')\,g\,.\,2\pi\, l\, n}{(m_1 c_1 + m_2)\,(\vartheta + \delta - t)}\ \frac{\text{erg}}{\text{g . st}} = \frac{(P + P')\,2\pi\, l\, n}{100\,(m_1 c_1 + m_2)\,(\vartheta + \delta - t)}\ \frac{\text{Kgm}}{\text{kal. kg}}.$$

Pomiar wykonywamy w porządku następującym:

1) Zdjąwszy naczynie z osi przyrządu i usunąwszy pozostające w nim ewentualnie resztki wody, ważymy je na zwykłej wadze Robervala (z dokładnością do 0,5 g). Masa m_1.

2) Po napełnieniu zbiornika wodą o temperaturze pokojowej w dostatecznej ilości (woda powinna całkowicie pokryć system skrzydełek zbiornika) ważymy ponownie i z różnicy obu mas znajdujemy masę wody m_2.

3) Zakładamy na oś wirownicy zbiornik, umocowujemy na osi systemu nieruchomego skrzydełek ramię l, przerzucamy przez blok sznurek, idący od końca ramienia, blok ustawiamy na takiej wysokości i tak skierowany, by przy naprężeniu sznurka zajął on położenie poziome i prostopadłe do osi ramienia w jego położeniu środkowem pomiędzy widełkami (blok winien być ustawiony w płaszczyźnie pionowej, przechodzącej przez poziomą część sznurka), zawieszamy termometr dokładnie nad osią przyrządu i zanurzamy go do ½ głębokości zbiornika (nie powinien on dotykać ścianek rurki, do której jest włożony).

4) Próbując obracać przyrząd przy różnych obciążeniach szalki, dobieramy wreszcie takie, przy którem tempo utrzymane jest w mierze 2—3 obrotów korby na sekundę. Ustawiamy wszystkie kółka licznika obrotów na 0.

5) W dowolnej chwili (gdy wskazówka sekundowa zegarka przechodzi przez 0) odczytujemy wskazanie termometru t', po upływie np. 5 minut (podczas których przyrząd jest nieruchomy!) — temperaturę początkową właściwego pomiaru — t.

---

[1]) Z układu doświadczenia widać, że blok w równowadze jest pod działaniem dwóch sił równych co do wielkości P: poziomej wzdłuż części sznurka idącej do końca ramienia l, i pionowej, skierowanej do szalki z obciążeniem. Wypadkowa ich, równa $P\sqrt{2}$, przechodzi, oczywiście, przez oś bloku i warunkuje właśnie tarcie. Równe poprzedniemu tarcie otrzymamy również przy obciążeniu obu szalek, zawieszonych na bloku swobodnie, wynoszącym każde $\frac{1}{2} P\sqrt{2}$.

6) Bezpośrednio po tem obracamy korbę wirownicy w wypróbowanym uprzednio tempie, w ciągu 5—10 minut, i w końcu tego okresu odczytujemy temperaturę końcową θ. Notujemy wskazania licznika — n obrotów.

7) Po upływie dalszych np. 5-iu minut (przyrząd nieruchomy!) odczytujemy temperaturę θ_1. Obliczamy poprawkę ϑ.

8) Mierzymy długość ramienia l, ewentualnie ważymy szalką. Obciążenie P = masa szalki + masa użytych odważników.

9) Wyznaczamy siłę tarcia P' i znalezione wartości wstawiamy do wzoru na I, zakładając, że wskazania licznika obrotów są prawidłowe, i pomijając w obliczeniu błędu poprawkę ϑ, błąd graniczny wyniku będzie:

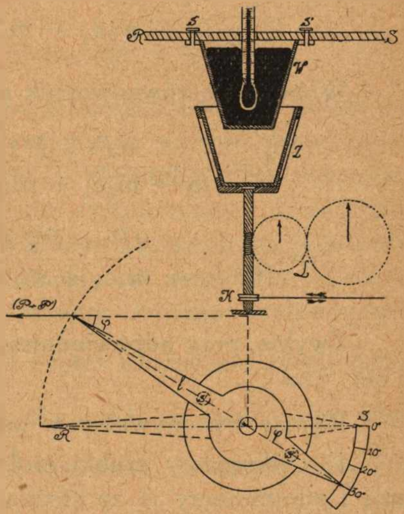
$$\Delta I = I\left[\frac{\Delta(P+P')}{P+P'} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta(m_1c_1+m_2)}{m_1c_1+m_2} + \frac{\Delta(\theta-t)}{\theta-t}\right].$$

§ 54. Wyznaczanie mechanicznego równoważnika ciepła zapomocą przyrządu Puluj'a (rys. 46)

W przyrządzie tym dwa stożki stalowe, wydrążone, o ściętych wierzchołkach, dotarte do siebie, ocierają się w szybkim ruchu obrotowym bocznemi powierzchniami, wywiązując ciepło. Cieczą kalorymetryczną jest tu rtęć. Zrównoważenie się tarcia następuje, jak poprzednio, przez napięcie sznurka, umocowanego do końca ramienia l, obciążeniem $(P + P')$.

Na żeliwnej ramie, przymocowanej do stołu, osadzone są dwie osi. Na jednej z nich może się obracać, przy pomocy rękojeści, koło rozpędowe wirownicy, na drugiej — małe kółko k, połączone z poprzedniem zapomocą rzemiennej transmisji. Podczas wirowania małego kółka k, wraz z nim obraca się osadzona na tej samej osi oprawa mosiężna zewnętrznego kółka stalowego Z, pozwalająca na nieznaczne, zapomocą 4-ch bocznych śrubek, przesuwanie osi stożka stalowego względem osi obrotu oprawy w razie potrzeby (zazwyczaj przyrząd jest wycentrowany i nie należy tych śrubek dotykać). Część osi między kółkiem k a dolną częścią oprawki mosiężnej jest nagwintowana i styka się z pierwszem (pozwalającem liczyć pojedyńcze obroty stożka) kółkiem zębatem licznika L. Oprawka mosiężna zewnętrznego kółka stalowego jest od niego pod względem cieplnym odizolowana (zapomocą pierścieni ebonitowych i kości). Wewnętrzny, nieruchomy stożek w, daje się zdejmować (do ważeń). Do górnej jego części przymocowane jest na śrubach moletowych $s's''$, lekkie ramię drewniane RS, do którego końca (przez niewielki otworek) przymocowany jest lekki i mocny sznurek, przepuszczony przez blok i zakończony szalką. Drewniane ramię zaopatrzone jest w otwór przed osią obrotu stożka,

przez który przechodzi termometr, zawieszony nad układem stożków. Ramię to ma postać krążka w części przylegającej do stożka, po obu stronach wydłuża się w kształt wskazówek, do końca jednej z nich R przytwierdzony jest wzmiankowany już sznurek, druga S przesuwać się może wzdłuż skali, dzielonej na stopnie. Blok ustawiamy w takiem miejscu, by przy ustawieniu mniejszej wskazówki na podziałce 30^0, naprężony sznurek był równoległy do prostej, łączącej oś obrotu stożka z osią obrotu koła rozpędowego (zero podziałki leży na tej prostej). Podczas obrotu stożka zewnętrznego występuje tarcie między powierzchnią boczną jego a powierzchnią nieruchomego stożka wewnętrznego. Wszystkie siły tarcia, występujące na powierzchni styczności obu stożków, dają się zastąpić parą sił F, o ramieniu r (= promieniowi). Przy obrocie o kąt φ przebyta droga wynosi $r\varphi$, a wykonana praca $= 2 Fr\varphi$. Stożek wewnętrzny jest, jak wiadomo, unieruchomiony, dzięki działaniu siły $(P + P')$ (t. j. wagi kulki i odważników + siły tarcia w bloku) na ramię o długości $l \sin \alpha$ (jeśli przez l oznaczymy długość wskaźnika, dłuższego od osi obrotu do punktu zaczepienia sznurka, a przez α oznaczymy kąt, jaki przy dobranem obciążeniu i prędkości obrotów tworzy duża wskazówka z równoległą do prostej, łączącej dwie osi (= kątowi pomiędzy małą wskazówką a tą prostą). Równoważący tarcie stożków moment $= (P + P') l \sin \alpha = 2 Fr$. Wykonana praca $2 Fr\varphi = (P + P') l \varphi \sin \alpha$.



Rys. 46.

Jeżeli ilość wykonanych obrotów jest n (kąt $\varphi = n \cdot 2\pi$), całkowita praca tarcia równa jest

$$L = (P + P') g \cdot 2\pi \cdot l \cdot n \cdot \sin \alpha \text{ ergów},$$

gdzie P i P' wyrażono w gramach, l w cm, g wartość przyśpieszenia ziemskiego.

Włożona praca zamieniona jest na ciepło. Układ, pobierający ciepło, stanowią: oba stożki stalowe, rtęć i termometr. Wobec tego że stożek dolny, ruchomy, umocowany jest raz na zawsze na osi (jest do-

kładnie wycentrowany), podana jest zazwyczaj jego pojemność cieplna q. Jeżeli stożek górny (nieruchomy) waży m_1 g, ciepło właściwe stali c_1, masa rtęci wynosi $m_2 g_1$, ciepło właściwe rtęci C_2, pojemność cieplna termometru W, temperatura początkowa układu t, końcowa θ, poprawka na stratę ciepła w otoczenie ϑ, ilość ciepła, pobrana przez układ, wynosi

$$Q = (q + m_1 c_1 + m_2 c_2 + w)(\theta + \vartheta - t) \text{ gst.}$$

Wobec tego równoważnik mechaniczny ciepła wyrazi się wzorem

$$I = \frac{(P + P')\, g \,.\, 2\pi\, l\, n \sin\alpha}{(q + m_1 c_1 + m_2 c_2 + w)(\theta + \vartheta - t)} \frac{\text{erg}}{\text{gst}} =$$

$$= \frac{(P + P')\, 2\pi\, l\, n \sin\alpha}{100\,(q + m_1 c_1 + m_2 c_2 + w)(\theta + \vartheta - t)} \frac{\text{kgm}}{\text{kal. kg}}.$$

Zwykle, przy odpowiedniem dobraniu obciążenia szalki, $\alpha = 30^0$, i $\sin \alpha = {}^1/_2$.

Pomiar wykonywamy w porządku następującym:

1) Odkręcamy śrubki moletowe, przytrzymujące drewniane ramię i zdejmujemy je ze stożka. Ważymy stożek górny (nieruchomy) na zwykłej wadze Robervala z dokładnością do 0,5 g (masa m_1).

2) Napełniamy stożek ten rtęcią prawie całkowicie i ważymy. Różnica mas da nam masę rtęci m_2.

3) Wkładamy jeden stożek w drugi, owinąwszy uprzednio stożek z rtęcią arkusikiem bibułki (typu papierosowego), wykrajanej tak, by tworzyła powierzchnię nieco mniejszą od powierzchni stożka (rozwiniętą), a to w celu ujednostajnienia ruchu obrotowego. Przykręcamy śrubkami drewniane ramię i zakładamy sznurek na blok. Ustawiamy blok tak, by sznurek napięty był poziomy i równoległy do osi przyrządu w położeniu małego wskaźnika na 30^0.

4) Przez próbne obracanie stożka dobieramy takie obciążenie, przy którem wykonywając 2 — 3 obroty na sekundę koła rozpędowego wirownicy, mały wskaźnik odchylił się do podziałki 30^0. Ustawiamy wszystkie kółka zębate licznika na 0.

5) W dowolnej chwili (wskazówka sekundnika na 0!) odczytujemy temperaturę t', po 5 minutach np. (podczas których przyrząd pozostaje nieruchomy!), temperaturę początkową właściwego pomiaru t.

6) Bezpośrednio potem zaczynamy obracać korbę wirownicy

w odpowiedniem tempie, bacząc, by mały wskaźnik wahał się co najwyżej w granicach 1—2^0, w ciągu 3—4 minut. Notujemy czas, w którym termometr wskazał najwyższą temperaturę θ. Niech okres ogrzewania się układu od t^0 do θ^0 trwał k minut. Po 5 minutach np. odczytujemy (przy unieruchomionym przyrządzie!) temperaturę θ'. Poprawka ϑ dana jest przez wzór (§ 53) $\vartheta = \frac{k}{2}\left(\frac{t'-t}{5} + \frac{\theta-\theta'}{5}\right)$.

7) Wyznaczamy siłę P' tarcia w bloku, jak w § 53.

8) Wyznaczamy pojemność cieplną termometru w. Nie mając do dyspozycji kalorymetru (§ 49), wyznaczymy tę wartość przez zmierzenie zanurzanego do rtęci w stożku — zbiornika rtęci termometru, który zazwyczaj ma kształt prawie cylindryczny. Zmierzymy więc zapomocą śruby mikrometrycznej średnicę zewnętrzną jego przy samym końcu (d_1 mm) i w miejscu, do którego był zanurzony (d_2 mm). Za średnią średnicę zbiornika przyjmiemy średnią arytmetyczną $d = \frac{d_1 + d_2}{2}$. Zmierzymy długość części zanurzonej termometru b mm. Objętość średnia (wspólna dla szkła i rtęci) jest więc $v = \frac{\pi d^2}{4} b$ mm^3 lub $0{,}001 \frac{\pi d^2}{4}$ cm^3. Zważywszy, że ciepło właściwe szkła $= 0{,}19$, gęstość szkła przeciętnie 2,5 (masa więc 1 cm^3 szkła wynosi 2,5 g, pojemność cieplna jego $2{,}5 . 0{,}19 = 0{,}47$), oraz że c. wł. rtęci $= 0{,}0333$, gęstość rtęci 13,55 (i pojemność cieplna 1 cm^3 rtęci $= 13{,}55 \times 0{,}0333 = 0{,}45$), możemy przyjąć dla układu, złożonego z części szklanej i rtęci, pojemność cieplną średnią $\frac{0{,}47 + 0{,}45}{2} = 0{,}46$ na 1 cm^3. Wobec tego znajdujemy pojemność cieplną termometru w dla zanurzonej części o objętości v cm^3:

$$w = 0{,}001 . 0{,}46 . \frac{\pi d^2}{4} b.$$

9) Za P przyjmujemy (jak w poprzedniem zadaniu) masę odważników łącznie z masą szalki (którą w razie, gdy nie jest podana, należy wyznaczyć). Długość wskaźnika dłuższego l wyznaczamy z dokładnością do 1 mm, n odczytaliśmy na liczniku, $\sin \alpha = \sin 30^0 = 1/2$, pojemność cieplna stożka zewnętrznego jest podana i wynosi q, w tablicy V znajdujemy ciepło właściwe stali c_1 ($= 0{,}114$) i rtęci c_2 ($= 0{,}0333$). Wszystkie dane wstawiamy do wzoru na I.

W obliczeniu błędu granicznego, pominiemy błędy w wyznaczaniu w, q, n, ϑ.

$$\Delta I = I\left[\frac{\Delta(P+P')}{P+P'} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta \sin\alpha}{\sin\alpha} + \frac{\Delta(m_1c_1+m_2c_2)}{m_1c_1+m_2c_2} + \frac{\Delta(\theta - t)}{\theta - t}\right].$$

§ 55. Wyznaczanie stosunku $k = \frac{C_p}{C}$ dla powietrza metodą Clement'a i Desormes'a (rys. 47).

Pewna masa gazu, będąca pod ciśnieniem p_1, zajmuje przy temperaturze bezwzględnej T_1 objętość v_1. Jeśli pozwolimy rozważanej masie gazu rozprężyć się adiabatycznie (t. zn. bez wymiany ciepła z otoczeniem), zwiększy ona swą objętość o Δv, przyjmując wartość większą v_0 i, zmieniając swą prężność o $\Delta_a p$, będzie teraz pod ciśnieniem mniejszem p_0, przy temperaturze niższej T_0. Następnie możemy, nie zmieniając objętości gazu[1]), pozwolić mu się ogrzać do temperatury pierwotnej T_1 przez pobranie potrzebnej na to ilości ciepła z otoczenia; prężność jego wzrośnie wówczas do p_2, różniąc się od prężności pierwotnej p_1 o wartość $\Delta_i p$. Jak widać z rys. 48, przejście ze stanu I przez II do III możemy zastąpić rozprężeniem się izotermicznem (w temp. T_1), przy którem gaz przechodzi bezpośrednio ze stanu I do III. Te trzy stany kolejne możemy przedstawić w kolumnach tabelki:

$$\begin{array}{ccccc} \text{I} & & \text{II} & & \text{III} \\ v_1 & < & v_0 & = & v_0 \\ p_1 & > & p_0 & < & p_2 \\ T_1 & > & T_0 & < & T_1 . \end{array}$$

Przejście ze stanu I do II, jest, według założenia, adiabatycznem, możemy więc zastosować wzór Poisson'a: $pv^k = constans$. Przejście ze stanu I do III możemy, z drugiej strony, uważać jako przemianę izotermiczną (w temp T_1), podlegającą prawu Boyle'a - Mariotte'a $pv = Constans$. Uskuteczniając szereg przeróbek algebraicznych z układem dwu równań

$$p_1 v_1^k = p_0 v_0^k , \qquad p_1 v_1 = p_2 v_0$$

dochodzimy do wzoru

$$k = \frac{lg\frac{p_1}{p_0}}{lg\frac{p_2}{p_0}},$$

w którym p_1 i p_2 zastępujemy wartościami

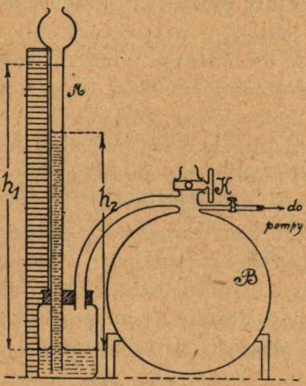
$$p_1 = p_0 + h_1 dg \qquad p_2 = p_0 + h_2 dg.$$

---

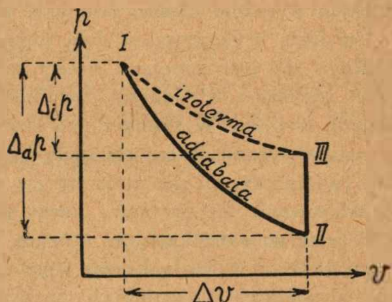
[1]) Zmiana objętości przy ogrzewaniu się gazu do temperatury otoczenia jest bardzo nieznaczna, mierzy się ona bowiem objętością słupka cieczy manometrycznej, znikomo małej w porównaniu do pojemności całego balonu. Przy użyciu czułego aueroidu zmianę tę możnaby uczynić jeszcze mniejszą.

gdzie p_0 obieramy jako ciśnienie atmosferyczne, panujące w chwili pomiaru, h_1 i h_2 oznaczają różnice poziomów cieczy w manometrze, a d i g — gęstość cieczy i wartość przyśpieszenia ziemskiego (wszystko w układzie C. G. S.). Rozwijając w szereg wyrażenie $lg\,(1 + x) = x - \frac{x'}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots$, gdzie x jest małe w stosunku do 1 i biorąc pierwszy wyraz rozwinięcia, otrzymujemy

$$k = \frac{\frac{h_1 d g}{p_0}}{\frac{(h_1 - h_2)\, d g}{p_0}} = \frac{h_1}{(h_1 - h_2)}.$$



Rys. 47.



Rys. 48.

Znacznie prościej otrzymujemy ten wzór, oznaczając (rys. 48)

$$p_1 - p_0 = \Delta_a p$$
$$p_1 - p_2 = \Delta_i p$$

$pv^k = A$ (adiabata); $pv = I$ (izoterma), gdzie A i I oznaczają pewne wartości stałe, skąd dla małych Δv

$$\Delta_a p = - kAv^{-k-1} \Delta v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$\Delta_i p = - Iv^{-2} \Delta v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Dzieląc stronami równania Poisson'a i Boyle'a-Mariotte'a, otrzymujemy

$$\frac{A v^{-k}}{I v^{-1}} = 1,$$

przeto po podzieleniu stronami (1) i (2) mamy

$$k = \frac{\Delta_0 p}{\Delta_i p} = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \quad \text{(wzór przybliżony Laplace'a).}$$

Balon szklany B pojemności kilkudziesięciu litrów, oklejony z zewnątrz cynfolją lub od wewnątrz posrebrzony w celu zmniejszenia zdolności promieniowania (wymiany ciepła z otoczeniem), zawierający nieco H_2SO_4 stęż. na dnie (dla osu-

szenia znajdującego się tam powietrza), połączony jest z pompką tłoczącą[1]) i manometrem i zaopatrzony jest w kurek K o dość szerokiem świetle. Gdy kurek K jest zamknięty, przy pomocy pompki zgęszczamy powietrze w zbiorniku. Nadmiar ciśnienia wewnątrz zbiornika wskazuje nam manometr. Zakręciwszy odpowiednie kurki, odcinające pompkę od zbiornika, czekamy kilka minut, aż temperatura zgęszczonego powietrza w zbiorniku zrówna się z temperaturą otoczenia (poziomy cieczy manometrycznej się ustalą i pozostają niezmienione w ciągu 2 — 3 minut). Odczytujemy różnicę poziomów i zapisujemy jako h_1.

Otwieramy kurek K na 1—2 sekund (tak długo, by ciśnienie wewnątrz zbiornika zrównało się z ciśnieniem atmosferycznem, lecz nic ponad to). Po zamknięciu kurka K, oziębiony przez rozprężenie się adiabatyczne gaz zacznie powoli się ogrzewać i po kilku minutach osiągnie znów temperaturę otoczenia (poziomy manometru się ustalą). Odczytujemy różnicę poziomów, jako h_2 i wstawiwszy obie wartości h_1 i h_2 do wzoru na K, obliczamy jego wartość dla każdego pomiaru, poczem, odrzucając wyraźnie błędne pomiary, wyznaczamy średnią z około 10 pomiarów.

Umyślnie wykonywamy dwa pomiary, przy których raz kurek był otwarty zbyt długo (h_2 jest mniejsze, a tem samem i k mniejsze), drugi raz zbyt krótko (h_2 jest większe i k większe), wyników tych, oczywiście, nie uwzględniamy przy obliczaniu średniej. Widzimy z powyższego, że w metodzie Clement'a i Desormes'a nie musimy wyznaczać ani ciśnienia barometrycznego, ani temperatury gazu i otoczenia (wystarczy, by nie zmieniły się one w ciągu jednego pomiaru) i obojętnem jest zastosowanie tej czy innej cieczy manometrycznej. Niezbędnem jest natomiast użycie gazu w warunkach, w których podlega on z dostatecznem przybliżeniem prawom gazów doskonałych oraz stosowania zmian objętości (a tem samem i prężności), niewielkich i trwających możliwie krótko.

Błąd graniczny pomiaru:

$$\Delta k = k\left[\frac{\Delta h_1}{h_1} + \frac{\Delta (h_1 - h_2)}{h_1 - h_2}\right].$$

§ 56. Zadania do Rozdziału V.

1. Termometr zanurzony do zamarzającej wody wskazuje temperaturę —1° C (zamiast prawdziwej 0° C), a umieszczony w parze nad wodą, gotującą się pod ciśnieniem 760 mm rtęci, wskazuje 102° C. Jaka jest prawdziwa temperatura powietrza w pokoju, jeśli ten sam termometr wskazuje w nim 15,5° C? Jaką temperaturę będzie on wskazywał bez błędu?

2. Przęsło mostu żelaznego posiada długość 50 m w temperaturze —20°. Jak wielka przerwa dzieli je od przęsła sąsiedniego, jeżeli w temperaturze 40° stykają się one z sobą? (Rozw.: $l_{-20} = l_0 [1 + \alpha \,.\, (-20)]$; $l_{+40} = l_0 [1 + \alpha \,.\, 40]$. stąd: $(l_{40} - l_{-20}) = l_0 \,.\, 60 \,.\, \alpha$, gdzie α = współcz. rozsz. linjowej. Ponieważ l_0 mało różni się od l_{-20}, przeto można z dostatecznem przybliżeniem przyjąć $(l_{40} - l_{-20}) = 50 \,.\, 60 \,.\, \alpha$).

3. Miarą mosiężną, sporządzoną w temp. 0°, zmierzono pewną długość w temp.

[1]) Można, oczywiście, stosować zamiast rozprężeń, sprężenia adiabatyczne, przy użyciu pompki ssącej (np. wodnej); manometr musi być tak zbudowany, by móc wskazywać wówczas ciśnienie mniejsze od atmosferycznego.

16^0 i znaleziono 1860,4 mm. Jaka jest prawdziwa długość mierzonego odcinka? (Odp.: 1860,972 mm).

4. Miara mosiężna i stalowa zgodne są ze sobą przy 10^0. Jakie będą ich wskazania w temp. 30^0 i -5^0? (Odp.: Przy 30^0 miara mosiężna będzie wskazywać mniejsze liczby, przy -5^0 — większe niż stalowa).

5. Ile wahnięć (połowicznych) wykona w ciągu doby w temp. 30^0 mosiężne wahadło sekundowe, sprawdzone przy 15^0? Współcz. rozsz. mosiądzu wynosi 0,0000192. (Odp.: Ok. 86387,56).

6. Sztaba metalowa posiada długość l_1 w temperaturze t_1; jaka będzie jej długość l_2 w temperaturze t_2? Współcz. rozsz. $= \alpha$. (Rozw.: $l_1 = l_0(1 + \alpha t_1)$; $l_2 = l_0(1 + \alpha t_2)$, stąd $l_2 = l_1 \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1}$; jednakże wobec małości α można zastosować prawie zawsze wzór uproszczony: $l_2 = l_1 [1 + \alpha (t_2 - t_1)]$; w istocie tworząc różnicę: $[1 + \alpha (t_2 - t_1)] - \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1}$ i sprowadzając ją do wspólnego mianownika, spostrzegamy, że dąży ona do zera wraz z $\alpha \longrightarrow 0$).

7. Naczyńko szklane, ważące 15 g, napełniono całkowicie rtęcią w temp. 0^0 i zważono: ważyło ono 271,5 g. Ile gramów rtęci wypłynie zeń, gdy je ogrzejemy do 25^0? (Odp: $\frac{25 \,.\, 256{,}5 \,.\, 0{,}000157}{1 + 25 \,.\, 0{,}000181}$, jeśli współcz. linjowy rozszerzalności szkła przyjmiemy $= 0{,}000008$).

8. Słup rtęci w barometrze posiada przy 0^0 długość 750 mm. Jaką długość będzie on posiadał pod temże ciśnieniem w temperaturze 30^0? Czy rozszerzalność szkła gra tutaj jaką rolę?

9. Acetometr (a więc areometr, którego skala nie pozwala odczytywać bezpośrednio gęstości cieczy) zanurzamy do cieczy, mającej temperaturę raz 0^0, raz 20^0, a wkońcu 50^0. W drugim wypadku areometr zanurzył się o m mm więcej, a w trzecim o n mm więcej, niż w pierwszym. Średnicę wystającej z cieczy części areometru mierzymy mikrometrem i obliczamy stąd, że przekrój jej wynosi q mm. Obliczyć współcz. rozsz. cieczy (pominąć rozszerzalność szkła areometru). (Rozw.: Oznaczając przez v_0, v_{20} i v_{50} objętości zanurzonej części areometru otrzymamy: $v_0 - v_{20} = mq$; $v_0 - v_{50} = nq$ oraz $v_0 = v_{20}(1 + 20\,\alpha)$; $v_0 = v_{50}(1 + 50\,\alpha)$ Rugując z tych 4-ch równań v_0, v_{20} i v_{50}, otrzymamy szukane α).

*10. Szklane naczynie zawiera 55 g rtęci przy 0^0, lecz tylko 54 g rtęci w temperaturze 120^0. Znaleźć współczynnik rozszerzalności szkła.

11. Temperatura pokoju o rozmiarach $4 \times 8 \times 10$ m^3 podniosła się z 0^0 na 25^0. Jak zmieniła się masa zawartego w nim powietrza, jeśli ciśnienie atmosferyczne wynosiło przez cały czas 760 mm rtęci? (Odp.: Zmniejszyła się o 37,4 kg).

12. W jakiej temperaturze pewna masa powietrza zajmuje objętość 136 cm^3 pod ciśnieniem 740 mm rtęci, jeśli to samo powietrze przy 8^0 pod ciśnieniem 750 mm zajmuje objętość 112 cm^3. (Odp.: $63{,}7^0$).

13. Podczas elektrolizy wytworzyło się 150 cm^3 gazu piorunującego, mającego temperaturę 25^0. Jaką objętość zajmowałby ten sam gaz przy 0^0?

14. W zamkniętem ramieniu szklanej rurki U znajduje się nad rtęcią powietrze; w drugiem, otwartem ramieniu rtęć wznosi się w temp. 17^0 o 25 mm wy-

żej, niż w tem pierwszem. Jak należy zmienić temperaturę powietrza w zamkniętem ramieniu, aby poziomy rtęci równały się? Stan barometru jest 755 mm. (Odp.: Należy obniżyć ją do 8^0 C).

15. Gazometry mieszkaniowe wskazują nie masę, lecz objętość zużytego gazu. Czy wobec tego istotna cena, którą płacimy za gaz jest (przy niezmienionej cenie za 1 m^3 gazu) ta sama w różnych porach roku? (Odp.: Jeśli temperatura gazu, przepływającego przez gazometr wynosi w zimie ok. 12^0 C, a w lecie ok. 25^0 C, to w lecie płacimy drożej w stosunku $\frac{273 + 25}{273 + 12} = 1{,}046$, a więc o 4,6% drożej).

16. Pewna ilość nienasyconej pary eteru etylowego zajmuje pod ciśnieniem 750 mm rtęci przy 15^0 C, objętość 35 cm^3. Jaką objętość zajmie ta sama ilość pary eteru w temp. 0^0 pod ciśnieniem 1 at?

17. Przy cechowaniu termometru powietrznego spostrzeżono, co następuje. Jeśli powietrze, zamknięte w bańce szklanej posiada temperaturę 18^0 C, to po doprowadzeniu go do pewnej przewidzianej objętości poziom rtęci w rurce otwartej jest o 69 mm wyższy, niż w zamkniętej; przy temperaturze 40^0 C różnica poziomów wynosi 129 mm. Stan barometru wynosił podczas pomiaru 721 mm. Ile wynosi współczynnik prężności α powietrza? (Odp.: $\alpha = \frac{1}{273}$).

18. Termometr rtęciowy, zanurzony dolnym końcem do gorącej cieczy, wskazuje temperaturę $t_1 = 225^0$, przyczem na wysokości powierzchni cieczy znajduje się kreska termometru, oznaczająca temperaturę $\vartheta = -5^0$. Termometr pomocniczy, umieszczony obok termometru głównego tak, że jego zbiornik znajduje się na wysokości końca słupka rtęci w termometrze głównym, wskazuje przytem $t_2 = 25^0$. Jaka jest prawdziwa temperatura t cieczy badanej? (Rozw.: Długość wystającego z cieczy słupka rtęci w termometrze głównym wynosi $l' = t_1 - \vartheta = 230$ stopni, średnia temperatura t' zaś = ok. $\frac{t_1 + t_2}{2} = 125^0$. Gdyby temperatura jego wynosiła wszędzie t, to długość l wynosiłaby: $l = l'[1 + \alpha(t - t')]$, gdzie α jest pozornym współczynnikiem rozszerzalności rtęci w szkle. Podstawiając wart. liczbowe, mamy: $l = 230\,[1 + 0{,}00016\,.\,(t - 125)]$; z drugiej strony $l = t - \vartheta$, a więc: $t + 5 = 230\,[1 + 0{,}00016\,(t - 125)]$. Ze względu na małość α możemy po prawej stronie przyjąć $t = t_1$, co w rezultacie daje: t = ok. 229^0).

*19. Kulę żelazną o masie $m = 50$ g i temperaturze $t = 400^0$ wrzucono do beczki napełnionej topniejącym lodem. Ile kg lodu roztopi ta kula?

*20. Do kalorymetru mosiężnego, ważącego 120 g i zawierającego 450 g wody w temperaturze 15^0 wprowadzono 17 g pary wodnej nasyconej, ogrzanej do 100^0, przyczem kalorymetr (wraz z wodą) ogrzał się do $37{,}3^0$. Ciepło właściwe mosiądzu = 0,092. Znaleźć ciepło skraplania pary wodnej.

*21. Znaleźć ciepło topnienia cyny, jeżeli masa 200 g ciekłej cyny w temp. 480^0, nalana do kalorymetru zawierającego 1 kg wody przy 15^0 podniosła temperaturę wody i kalorymetru do $22{,}4^0$. Wodny równoważnik kalorymetru = 100 g. Ciepło właśc. cyny tak w stanie stałym jak ciekłym = 0,06.

*22. Ile węgla drzewnego wypadnie spalić dla stopienia 60 kg ołowiu o temp. 20^0, jeżeli 1 kg tego węgla wydziela przy spalaniu 7000 kal, z których 70% mar-

nuje się w otoczeniu? Temp. topnienia ołowiu = 330°, ciepło właść. 0,03, a ciepło topnienia 5,8.

*23. Nie uwzględniając tarcia powietrza, obliczyć, z jakiej wysokości musiałaby spaść pewna masa lodu o temperaturze 0° C, aby wytworzone przytem ciepło wystarczyło do jej stopienia — w założeniu, że zostanie ono w całości pochłonięte przez lód. (Odp.: Z wysok. 356 m).

24. Do naczynia, zawierającego m_1 g wody o temp. t^0_1 wrzucono m_2 g lodu o temp. t_2 ($t_2 < 0$). Pomijając wpływ ciał otaczających, znaleźć, jaki będzie rezultat ostateczny następującej wymiany ciepła między temi ciałami? Ciepło właść. lodu = 0,5. (Rozw.: Są trzy możliwości: 1) cały lód się stopi; 2) cała woda zamarznie i 3) przypadek pośredni. Niechaj temperatura ostateczna wynosi t; wówczas mamy: w 1-ym wypadku $t > 0$ oraz $m_1(t_1 - t) = m_2(-0{,}5t_2 + 80 + t)$; w 2-gim wypadku $t < 0$ oraz $m_2(t - t_2) = m_1(t_2 + 80 - 0{,}5t)$; w 3-cim wypadku $t = 0$ oraz $m_1 t_1 = -m_2 t_2 + m \cdot 80$, gdzie m = ilości stopionego lodu; jeśli jednak okaże się, że $m < 0$, to wówczas $-m$ oznacza ilość zamarzniętej wody).

25. Obliczyć równoważnik wodny termometru, który po ogrzaniu go do 80° i po zanurzeniu do 400 g wody podnosi jej temperaturę z 16° na 16,75°. (Odp.: Równ. wodny = 4,74 g).

26. Ile ciepła Q potrzeba do ogrzania powietrza w pokoju o wymiarach $6 \times 6 \times 4$ m³ od 0° do 16° pod ciśnieniem 750 mm rtęci? (Rozw.: W miarę ogrzewania powietrze stopniowo uchodzi z pokoju; gdyby nie uchodziło ono zupełnie, ilość ciepła potrzebna do jego ogrzania wynosiłaby 700 kal; gdyby natomiast stale pozostawało ono w tej ilości, która pozostanie w pokoju przy końcu, wówczas potrzeba byłoby 660 kal; w rzeczywistości więc 660 kal $< Q <$ 700 kal).

27. Ile ciepła Q potrzeba do podwojenia prężności m g powietrza, zamkniętego w naczyniu o niezmiennej objętości, i mającego początkowo temperaturę 0° C? Stosunek c_p / c_v dla powietrza = 1,42. (Odp.: $Q = m \cdot 0{,}238 \cdot 1{,}42 \cdot t$ kal., gdzie t wyznacza się z równania $\frac{273 + t}{273} = 2$).

28. Ile lodu wytworzy się, jeżeli wrzucimy drobny kryształek lodu do naczynia, zawierającego 1000 g wody, przechłodzonej do —7° C? (Odp.: $\frac{700}{80} =$ = 87,5 g).

*29. Motor gazowy podnosi ciężar 450 kg na wysokość 20 m w ciągu 3 min. 20 sek. Wiedząc, że 40% pracy przepada bezużytecznie w transmisjach[1]), obliczyć: 1) dzielność motoru; 2) zużycie benzyny przy wykonaniu powyższej pracy, jeśli wydajność cieplna motoru wynosi 25%[2]), i jeśli ciepło spalania benzyny wynosi 9000 kaloryj na 1 litr. (Jako równoważnik 1 kalorji przyjąć 425 kgm). (Odp.: 0,944 HP; 0,031 litra).

*30. Maszyna parowa wypompowała w godzinę z szybu głębokiego na 10 m 85 400 hl wody, przyczem wypaliła 100 kg węgla. Jaka jest wydajność ogólna maszyny, jeżeli 1 kg węgla wytwarza przy spalaniu 8000 kaloryj? (Odp.: 25%[2])).

---

[1]) W rzeczywistości straty te wynoszą najwyżej kilkanaście %. [2]) W rzeczywistości jest ona zwykle mniejsza (dla masz. parowej znacznie mniejsza).

31. Słońce dostarcza kuli ziemskiej średnio ok. 1,95 kaloryj na 1 cm^2 w ciągu minuty. Co jest większe: czy energja, otrzymywana w ten sposób przez 1 km^2 powierzchni ziemi, czy energja wody, przepływającej w ciągu tego samego czasu korytem Wisły pod Warszawą, jeśli szerokość rzeki wynosi 360 m, średnia głębokość 1 m i średnia prędkość prądu 3 km na godzinę?

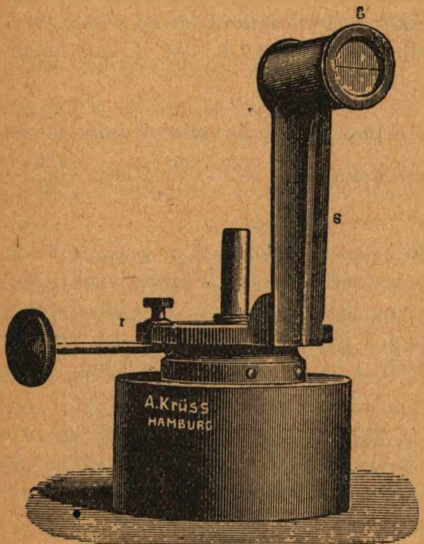
32. Jeden z największych znalezionych dotychczas kamieni meteorycznych (meteoryt z Otumpa nad rzeką Laplata, znaleziony w r. 1783) waży 15000 kg. Ile ciepła wytworzyło się naogół przy jego zatrzymaniu, jeśli przyjmiemy, że wpadał on w atmosferę ziemską z prędkością 40 km na sekundę (przeciętna prędkość meteorytów)?

ROZDZIAŁ VI.

OPTYKA.

§ 57. **O pomiarach fotometrycznych** (rys. 49).

Pomiar siły światła badanego źródła przez porównanie go ze źródłem, którego siłę światła przyjęto za jednostkę, nosi nazwę pomiaru fotometrycznego; przyrządy do tego celu służące nazywamy fotometrami. Zanim przystąpimy do opisu metod pomiarów z najczęściej używanemi typami fotometrów, przypomnimy określenia pojęć, któremi się musimy przy tem posługiwać.



Rys. 49.

Dzielność promieniowania świetlnego, cechę najbardziej charakterystyczną dla źródła światła, którą mierzyć możemy w zwykłych jednostkach dzielności (erg/sek, watt/sek, gst/sek i t. d.) lub oznaczamy jako wielokrotną dzielności, przyjętej za jednostkę (świeca, pyr), będziemy nazywali siłą światła danego źródła. W Niemczech, Austrji i Szwajcarji przyjęto za jednostkę siły światła świecę Hefnera—Altenecka (rys. 49) (HK), spalającą octan amylowy w płomieniu wysokości 40 mm, przy specjalnych, znormalizowanych szczegółach budowy tego wzorca. Inne zachodnio-europejskie państwa i Ame-

ryka od 1909 r. przyjęły wspólną jednostkę: 1 pentane candle = 1 american candle = 1 bougie décimale (= 1,11 Hefnerkerze), równą $^1/_{20}$ siły światła powierzchni 1 cm^2 krzepnącej platyny, która to jednostka (Violle), pomimo jej niepraktyczności, jest jedynie rzeczywiście stałą. W praktyce laboratoryjnej zazwyczaj używamy wzorców dalszego rzędu, np. wycechowanych żarówek [1]) (lampek elektrycznych), zasilanych prądem elektrycznym o przepisanem napięciu. Nazwa „świeca..." dla oznaczenia odpowiedniej jednostki siły światła jest nieodpowiednia, jednak dotąd proponowana od wielu lat nazwa jednostki „Pyr" nie została ani urzędowo, ani w praktyce przyjęta.

Innem pojęciem równie ważnem jest pojęcie oświetlenia czyli natężenia promieniowania świetlnego w danem miejscu. Jest to ilość energji świetlnej, przechodzącej w jednostkę czasu (sek) przez jednostkę powierzchni (cm^2), ustawionej prostopadle do promieni padających (w wypadku oświetlania danej powierzchni promieniami, których kąt padania równy jest α, oświetlenie proporcjonalne jest, zgodnie z prawem Lamberta, do $\cos \alpha$). Jednostką oświetlenia jest Lux: jest to oświetlenie elementu powierzchni, na którą pada prostopadle światło, wysyłane przez świecę (danego typu) z odległości 1 metra.

Zakreślając dookoła punktowego źródła światła o sile I dwie kule, o promieniach r_1 i r_2, i oznaczając przez E_1 i E_2 oświetlenia na obu kulach 1 cm^2 powierzchni, będziemy mieli zależności

$$E_1 = \frac{I}{4\pi r_1^2} \quad \text{i} \quad E_2 = \frac{I}{4\pi r_2^2},$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}.$$

[oświetlenia E_1 i E_2 będą wyrażone w Luxach (odpowiednio do jednostki siły światła, Hefner-luxach lub bougie-luxach) jeżeli siłę światła oznaczymy w świecach (danego typu), r — w metrach].

Z drugiej strony, przy użyciu odpowiedniego przyrządu, możemy uzyskać jednakowe oświetlenia danej powierzchni przez dwa różne źródła światła, wówczas mamy

$$E = \frac{I_1}{4\pi r_1^2} = \frac{I_2}{4\pi r_2^2},$$

skąd

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

[1]) Np. żarówkę normalną Fleminga.

Mając daną I_2 i wyznaczywszy doświadczalnie r_1 i r_2, możemy z łatwością znaleźć siłę światła nieznaną I_1.

Najistotniejszą trudność pomiarów fotometrycznych stanowi niejednakowe zabarwienie porównywanych źródeł światła, co ogromnie utrudnia ocenę jednakowego oświetlenia. W tych pomiarach należy mieć również na uwadze, że siła światła źródła nie jest jednakowa we wszystkich kierunkach, to też w dokładnych pomiarach wyznacza się siłę światła dla szeregu położeń źródła względem oświetlanej powierzchni.

§ 58. **Wyznaczanie siły światła żarówki i zdolności pochłaniania filtrów zapomocą fotometru Bunsena.**

Na t. zw. ławie optycznej, t. j. desce o odpowiednim przekroju poprzecznym, zaopatrzonej w podziałkę milimetrową na długości około 150 cm, mogą się przesuwać trzy podstawki, zaopatrzone we wskaźniki, z których środkowa dźwiga właściwy fotometr, dwie inne — wzorzec światła i badaną żarówkę.

Właściwy fotometr składa się z blaszanej, poczernionej zewsząd skrzynki, przez której środek wsunięta jest kartka papieru z tłustą plamką pośrodku. Strona skrzynki, zwrócona ku badanemu źródłu światła, zaopatrzona jest w wyżłobienia, w które wsuwane być mogą badane filtry, w postaci szybek z zadymionego szkła. Otwory, przez które światło pada z obu stron na kartkę papieru, są jednakowe. W celu umożliwienia obserwacji jednoczesnej obu stron kartki, w skrzynce znajdują się pod kątem ustawione lusterka. Ustawiamy środki obu źródeł światła i środek skrzynki fotometrycznej na jednej prostej, równoległej do ławy optycznej (przez podnoszenie lub opuszczanie trzonków, dających się umocować na żądanej wysokości śrubkami moletowemi).

Przedewszystkiem wyznaczamy siłę światła badanego źródła. W tym celu przesuwamy fotometr wzdłuż skali do chwili, aż plama na kartce papieru nie zniknie (starając się nie zwracać uwagi na ewentualne różnice zabarwienia), co będzie miało miejsce wtedy, gdy kartka oświetlona zostanie jednakowo przez oba źródła światła, t. zn. że ilości energji świetlnej padającej z każdej strony na kartkę (rozproszonej przez część białą, a częściowo przepuszczonej przez tłustą plamkę) są sobie równe. Pomiar ten wykonywamy kilkakrotnie, za każdym razem usuwając fotometr ze znalezionego położenia i ponownie go ustawiając. Przy założeniu, że jedna z żarówek była ustawiona

na podziałce 0, druga zaś w końcu skali na podziałce np. 150 (wskaźniki na podstawkach znajdują się na osi słupków, na których osadzone są skrzynka i oba źródła), znajdziemy, jako średnią z kilku pomiarów, odległość r_1 fotometru od nieznanego np. źródła światła I_1 i odległość $r_2 = 150 - r_1$ od znanego źródła światła I_2.

$$I_1 = I_2 \frac{r_1^2}{r_2^2} = I_2 \frac{r_1^2}{(150 - r_1)^2}.$$

W jakich jednostkach siły światła wyrażone będzie I_2, w takich znajdziemy siłę światła szukaną I_1.

Plamka nie znika nigdy jednocześnie z obu stron; przy dokładniejszych pomiarach należałoby osobno obserwować ją z prawa, osobno z lewa i przyjąć jako r_1 średnią geometryczną z otrzymanych wartości; naogół jednak różnica obu położeń ekranu jest tak nieznaczna, że można średnią geometryczną zastąpić przez średnią arytmetyczną.

W celu wyznaczenia zdolności pochłaniania światła (i częściowego odbicia!) szybki, zakładamy od strony I_1 szybkę Nr. 1. Wobec pochłonięcia przez nią pewnej ilości energji, trzeba będzie zbliżyć fotometr do źródła I_1. Oznaczmy znalezioną pozorną siłę światła żarówki I_1, osłoniętej przez szybkę Nr. 1, ze znalezionej średniej kilku kolejnych pomiarów, jak poprzednio, r'_1 i $(150 - r'_1)$, jako I'_1. Wówczas na mocy wzoru:

$$I'_1 = I_2 \frac{{r'_1}^2}{(150 - r'_1)^2}$$

obliczymy siłę światła pozorną I'_1.

Ilość pochłoniętej przez szybkę energji, wyrażoną w $\%$ otrzymamy z wzoru:

$$A_1 = \left(\frac{I_1 - I'_1}{I_1}\right) 100\% = \left(1 - \frac{I'_1}{I_1}\right) 100\%.$$

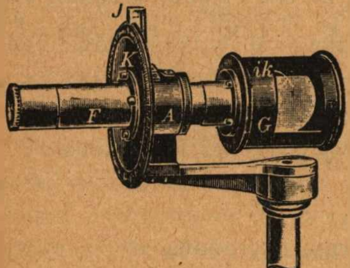
Wykonamy podobny pomiar dla następnych szybek pojedyńczych (Nr. 2, 3 i t. d.) i dla wybranej pary szybek, włożonej z tej samej strony fotometru.

Błąd graniczny wyniku:

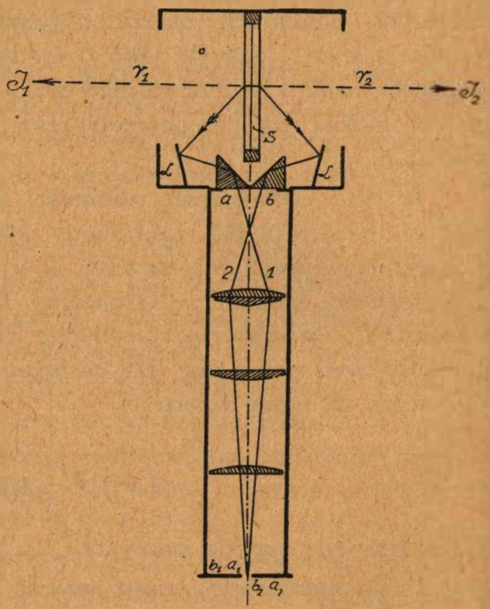
$$\Delta I_1 = 2 I_1 \left[\frac{\Delta r_1}{r_1} + \frac{\Delta (150 - r_1)}{150 - r_1}\right].$$

§ 59. **Wyznaczanie siły światła żarówki w zależności od napięcia i jej wydajności zapomocą fotometru Martensa lub Lummera-Brodhuna** (rys. 50, 50a, 51, 51a).

Przyrząd składa się z nieco dłuższej (2 — 3 metry) ławy optycznej, zazwyczaj metalowej, zaopatrzonej w podziałkę milimetrową, po której przesuwać się mogą na kółkach lub ślizgając się, saneczki, grające rolę podstawek pod badane źródła światła i skrzynkę fotometryczną. „Tłusta plama" fotometru Bunsena, zastąpiona tu jest przez układ pryzmatów i soczewek, dający bezporównania mniejsze błędy w ocenie jednakowego oświetlenia ekranu z obu stron.



Rys. 50.



Rys. 50 a.

Fotometr Martensa (rys. 50 i 50a) składa się z ekranu nieprzezroczystego S (płytka gipsu), który wiązki światła padające nań z obu stron możliwie całkowicie rozprasza. Część tego światła pada na lusterka, skierowujące światło ku wnętrzu rury, zakończonej okularem. Po przejściu poprzez przyprostokątne dwu pryzmatów położonych obok siebie i odbiciu się całkowitem od ich przeciwprostokątnych, promienie skierowane zostają tak, że wiązka pochodząca z prawej strony ekranu znajduje się w rurze po stronie lewej i odwrotnie. Dodatkowy pryzmat podwójny wpobliżu okularu czyni zespół wiązek zbież-

nym. Przez dobranie możliwie jednakowych warunków przebiegu obu wiązek światła (jednakowe wymiary luster i pryzmatów, jednakowe nachylenia, diafragmowanie), jednakowe oświetlenia obu stron ekranu dają się ocenić jako tło jednostajne w polu widzenia okularu. Przy dość drobnej różnicy tych oświetleń widzimy pole (w kształcie tarczy) przedzielone na połowy, niejednakowo jasne (linję rozgraniczającą oba pola ustawiamy na ostrość przez wsuwanie lub wysuwanie okularu). Ponieważ jednak całkowita symetrja własności optycznych, wymiarów i kątów jest niemożliwa, błąd z tego powodu powstający usuwamy, obracając skrzynkę fotometryczną po kilku pomiarach w danem położeniu, o 180° i wykonywając taką samą ilość pomiarów w nowem położeniu. Jeśli średnie arytmetyczne odczytów w obu położeniach skrzynki fotometrycznej (odwróconych względem siebie o 180°) oznaczymy przez r_1 i r'_1 oraz r_2 i r'_2 (gdzie r_2 i r'_2 otrzymano z różnicy pomiędzy odległością źródeł światła a r_1 wzgl. r'_1), to

$$I_1 = I_2 \frac{r_1 - r'_1}{r_2 - r'_2} \text{ [1]}.$$

W fotometrze Lummera-Brodhuna (rys. 51 i 51a) wiązki promieni, stanowiące część światła rozproszonego przez obie strony ekranu gipsowego, padają na przyprostokątne symetryczne względem pła-

---

[1]) Nietrudno uzasadnić ten wzór. Jeżeli w położeniu I skrzynki fotometrycznej oznaczymy przez r_1 odległość źródła światła I_1 od ekranu, przez A_1 część światła zaabsorbowaną przez układ, przez E_1 oświetlenie połowy pola widzenia odpowiadającą stronie ekranu oświetlonej przez I_1, i odpowiednie elementy po drugiej stronie oznaczymy przez I_2, r_2 A_2, E_2, możemy napisać:

$$E_1 + A_1 = k_1 \frac{I_1}{r_1^2} \quad \text{i} \quad E_2 + A_2 = k_2 \frac{I_2}{r_2^2},$$

gdzie k jest spółczynnikiem proporcjonalności charakterystycznym dla danej strony ekranu. Po odwróceniu skrzynki fotometrycznej o 180° i otrzymaniu nowych wartości r_1' i r'_2 mamy

$$E_2 + A_2 = k_2 \frac{I_1}{r'^2_1} \quad \text{i} \quad E_1 + A_1 = k_1 \frac{I_2}{r'^2_2}.$$

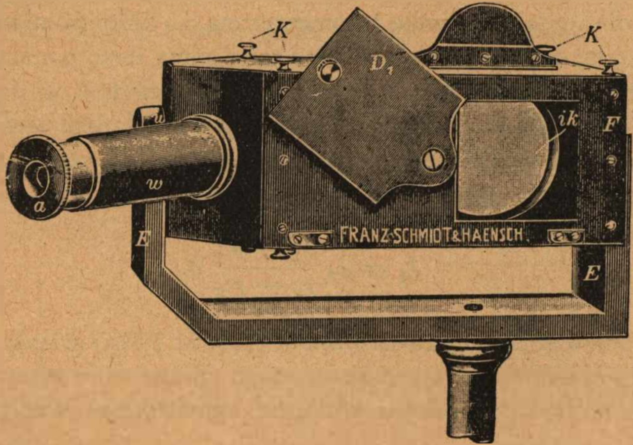
Z pierwszych dwóch równań mamy:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{(E_1 + A_1)\, r_1^2\, k_2}{(E_2 + A_2)\, r_2^2\, k_1}, \quad \text{z następnych dwóch:} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{(E_2 + A_2)\, r'^2_1\, k_1}{(E_1 + A_1)\, r'^2_2\, k_2}.$$

Przemnażając ostatnie równania stronami, otrzymujemy

$$\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{r_1^2\, r'^2_1}{r_2^2\, r'^2_2}, \quad \text{skąd} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1\, r'_1}{r_2\, r'_2}.$$

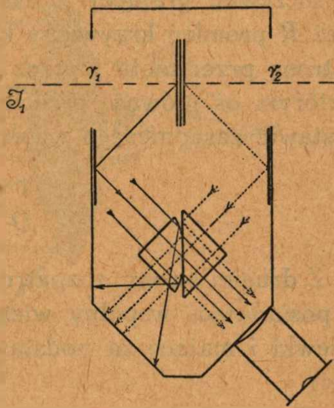
szczyzny ekranu ustawionych pryzmatów, skąd, po odbiciu się od ich przeciwprostokątnych, wychodzą bez rozszczepienia w kierunku t. zw. kostki fotometrycznej Lummera-Brodhuna. Kostka ta składa się z dwu pryzmatów prostokątnych, w jednym, z których przeciwprostokątna została oszlifowana w postaci powierzchni kulistej, prócz środkowej części płaskiej. Ta część płaska sklejona jest z przeciwprostokątną drugiego pryzmatu zapomocą balsamu kanadyjskiego. Promienie biegnące od obu stron ekranu rozpraszającego, po całkowitem odbiciu



Rys. 51.

się w pierwszych pryzmatach, padają normalnie na przyprostokątne obu pryzmatów składowych kostki i przenikają do jej wnętrza. Część promieni, trafiająca na część płaską oszlifowanego na okrągło pryzmatu, przechodzi bez przeszkód poprzez kostkę, druga ich część padająca z jednej strony na część kulistą jednego pryzmatu i na część nie stykającą się z tym pryzmatem przeciwprostokątnej drugiego, ulega całkowitemu odbiciu wewnętrznemu i bądź ulega pochłonięciu przez poczernione ścianki osłony fotometru, bądź trafia do lunety. Luneta skierowana jest wzdłuż wiązki środkowych promieni, przepuszczonych przez kostkę i wiązki w kształcie rurki, odbitego od przeciwprostokątnej całkowicie płaskiej. Przy niejednakowem oświetleniu obu stron ekranu, w polu widzenia spostrzegamy krążek (odpowiadający wiązce środkowej, idącej np. od lewej strony ekranu), otoczony pierścieniem (odpowiadającym wiązce biegnącej od strony prawej ekranu). Nastawiamy okular lunety na ostrość granicy obu pól i przez przesuwanie skrzynki fotometrycznej osiągamy zatarcie się różnic

oświetlenia krążka i pierścienia, czyli ujednostajnienie tła. Powtarzamy pomiar kilkakrotnie i obliczamy średnie arytmetyczne odczytanych odległości r_1 i r_2. Obracamy, jak w fotometrze Martensa, skrzynkę fotometryczną o 180° i, powtarzając pomiar tyleż razy, obliczamy średnie arytmetyczne odległości r'_1 i r'_2. Otrzymane w ten sposób wartości wstawiamy do wzoru (1), znajdując natężenie badanego źródła światła I_1. Oba fotometry, Martensa i Lummera-Brodhuna posiadają zazwyczaj urządzenie, pozwalające na badanie zmian siły światła od napięcia prądu elektrycznego. Woltomierz, połączony z końcówkami badanej żarówki, i amperomierz, włączony w obwód prądu, w którym znajduje się regulowana opornica, pozwalają odczytywać napięcia i natężenia prądu przy różnych położeniach korby opornicy. Iloczyn odczytanych woltów przez ampery da nam zużycie energji elektrycznej w wattach. Przez podzielenie liczby wattów, zużytych na otrzymanie odpowiadającej im siły światła badanej żarówki, otrzymamy ilość wattów, przypadającą na jedną świecę przy danem napięciu. Pomiar wykonywamy dla szeregu napięć (zależnie od ilości kontaktów opornicy), znajdując za każdym razem średnie z kilkakrotnych pomiarów r_1, r_2, r_1', r_2', dla obu położeń, odwróconych względem siebie o 180°, skrzynki fotometrycznej, notując ilość woltów i amperów przed każdą serją pomiarów i po niej w przygotowanych zawczasu rubrykach.



Rys. 51 a.

Badaniu poddajemy węglówkę, żarówkę zwykłą i ½-wattówkę, i otrzymane wyniki przedstawiamy graficznie, odkładając na osi odciętych napięcia, na osi rzędnych zaś siły światła (w świecach), zużytej energji (w wattach) i ilości wattów na świecę. Z przebiegu otrzymanych krzywych wyciągamy wnioski, dotyczące wydajności różnych typów żarówek.

§ 60. **Wyznaczanie promienia krzywizny soczewki metodą optyczną** (rys. 52 i 53).

Przedmiot o długości L (zazwyczaj jest to odległość między dwiema szparami równoległemi lub wycięciami w ekranie w kształcie krzyżów, oświetlonemi od tyłu przez żarówki), ustawiony symetrycznie względem głównej osi optycznej soczewki, tworzy po odbiciu się od przedniej powierzchni soczewki wypukłej zmniejszony urojony obraz l' w odległości a od punktu, w którym oś główna przecina powierzchnię soczewki, grającej tu rolę zwierciadła wypukłego. Oznaczając przez R promień krzywizny kulistej powierzchni soczewki, zwróconej w stronę przedmiotu i przez D — odległość przedmiotu od punktu, w którym oś główna przecina powierzchnię soczewki, możemy, na podstawie zasadniczego wzoru dla zwierciadeł kulistych, napisać:

$$\frac{1}{D}-\frac{1}{a}=-\frac{2}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Z drugiej strony, rozpatrując dwa równoramienne trójkąty podobne, posiadające wspólny wierzchołek w środku powierzchni kulistej soczewki i mające za podstawy obraz l' i przedmiot L, możemy napisać:

$$\frac{l'}{L}=\frac{R-a}{R+D} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Określając a z równania (1) $\left(a=\frac{RD}{R+2D}\right)$ i wstawiając tę do równania (2), otrzymujemy:

$$\frac{l'}{L}=\frac{R-\frac{RD}{R+2D}}{RD}=\frac{R}{R+2D} \quad \ldots\ldots (3)$$

skąd ostatecznie

$$R=\frac{2Dl'}{L-l'}\,[1] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

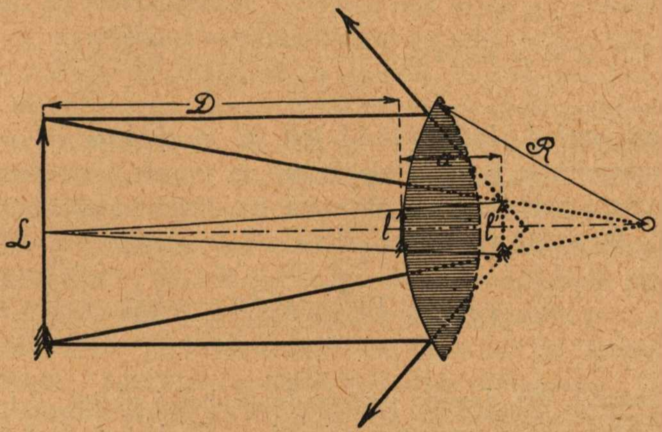
A. Wzór ten, stosowany przy użyciu oftalmometru Helmholtza, pozwala wyznaczyć promień krzywizny R po wymierzeniu odległości

---

[1]) Dla soczewki wklęsłej będziemy mieli $R=\frac{2Dl'}{L+l'}$.

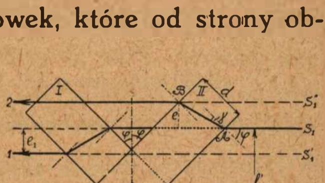
D i L bezpośrednio zapomocą taśmy centymetrowej, oraz wielkości obrazu l' — przez porównanie jej z wielkościami oznaczonemi i określenie dokładne jej wartości metodą interpolacji.

Układ dwu płytek szklanych płasko-równoległych o grubości d i spółczynniku załamania n obracać się może na wspólnej osi zapomocą śruby mikrometrycznej tak, że przy tym obrocie każda z płytek



Rys. 52.

ochyla się w przeciwne strony o jednakowe kąty φ, dające się zmierzyć na bębnie, podzielonym na stopnie i zaopatrzonym w nonjusz, pozwalający odczytywać $^1/_{10}{}^0$. Układ ten znajduje się w metalowej skrzynce i umieszczony jest przed objektywem lunety, związany z nią w sposób sztywny. Całość opiera się na trójnogu, pozwalającym na nadawanie lunecie różnych położeń. Otwór skrzynki, znajdującej się przed objektywem lunety, ustawiony jest nawprost szerszego nieco otworu w zasłonie blaszanej, w której symetrycznie względem środka otworu, znajdują się wzmiankowane wyżej otwory w kształcie szpar lub krzyżyków, oświetlonych zapomocą żarówek, które od strony obserwatora ukryte są poza dodatkowemi zasłonkami. W położeniu zerowem przyrządu (zero nonjusza na 0^0 lub 180^0) obie płytki leżą w jednej płaszczyźnie (ściślej, przednie ich powierzchnie w jednej, tylne—w drugiej płaszczyźnie), prostopadłej do głównej osi optycznej mierzonej soczewki. W tem położeniu ujrzymy odbicia punktów świecących na



Rys. 53.

ich właściwych miejscach. Jeżeli obrócimy płytki o kąt φ (obrócą się one o ten kąt w przeciwnych kierunkach), ujrzymy rozdwojenie każdego obrazu punktu, gdyż każda z płytek, na którą padają promienie pod kątem φ (zakładamy, że odległość układu płytek od obrazu jest dostatecznie wielką, by padające na nie promienie uważać jako równoległe), odchyla je w przeciwne strony o wielkość

$$e = d \sin \varphi \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} - \cos \varphi}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}.$$ [1]

Możemy nadać płytkom taki kąt φ, przy którym rozdwojone obrazy wewnętrzne pokryją się (t. zn. na prawo przesunięty obraz przez płytkę I pokryje się z obrazem na lewo przesuniętym przez płytkę II). Wówczas $e_1 + e_2 = l'$ i $e_1 = e_2$, mamy:

$$l' = 2d \sin \varphi \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} - \cos \varphi}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Z podanych dla danego przyrządu grubości płytek d i ich spółczynnika załamania n, możemy po zmierzeniu kąta φ, znaleźć l. Zazwyczaj jednak posługujemy się skalowaniem przyrządu, t. j. wyznaczeniem kątów φ_1, φ_2, φ_3 i t. d. dla różnych określonych długości, np. dla 4, 5, 6 i t. d. mm. Jeżeli kąt α, o który obróciliśmy płytki, odpowiada długości l, najbliższe zaś dlań wartości skalowania się np. φ_2 i φ_3, znajdujemy l' przez interpolację

$$l' = 5 + \frac{\alpha - \varphi_2}{\varphi_3 - \varphi_2} \text{ mm} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Pomiar wykonywamy w porządku następującym:

1) Badaną soczewkę, umocowaną w odpowiednim statywie, ustawiamy w odpowiedniej odległości od oftalmometru (niemniej niż

---

[1]) Nietrudno uzasadnić ten wzór. Oznaczmy przez γ kąt załamania w płytce padającego na nią pod kątem γ promienia. $\frac{\sin \varphi}{\sin \gamma} = n$ czyli $\sin \gamma \frac{\sin \varphi}{n}$. Odcinek drogi promienia ugiętego w płytce niech będzie AB. Mamy $e = AB \sin (\varphi - \gamma)$, oraz $AB = \frac{d}{\cos \gamma}$; wobec tego $e = \frac{d \sin (\varphi - \gamma)}{\cos \gamma} = \frac{d (\sin \varphi \cos \gamma - \cos \varphi \sin \gamma)}{\cos \gamma}$. Podstawiając zamiast $\sin \gamma$ oznaczoną uprzednio wartość $\sin \gamma = \frac{\sin \varphi}{n}$, oraz $\cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin \varphi}$, otrzymujemy szukany wzór.

2—3 metry zazwyczaj), środek jej na wysokości poziomo ustawionej lunety, na przedłużeniu jej osi.

2) Nastawiamy lunetę na ostrość widzenia odbitych obrazów punktów świetlnych, nastawiwszy uprzednio płytki na położenie zerowe (0^0 lub 180^0). Ujrzymy dwie pary punktów, z których musimy wybrać parę, przedstawiającą odbicie od przedniej strony soczewki. Pamiętając, że luneta obrazy odwraca, bez trudu znajdujemy właściwą parę. W wypadku soczewki płasko-wypukłej wybór jest tem ułatwiony, że odbicie od przedniej, wypukłej powierzchni jest znacznie mniejsze od odbicia od tylnej, płaskiej. Przez obrót soczewki dokoła osi pionowej i nachylanie jej dokoła osi poziomej (zapomocą nóżki nagwintowanej statywu) doprowadzamy wszystkie cztery obrazy punktów do jednego poziomu i do położenia symetrycznego jednej pary względem drugiej. Skrzynkę, zawierającą płytki, ustawiamy w ten sposób, by oś obrotu płytek (oś śruby obracającej!) była prostopadła do obrazu mierzonego l', w przeciwnym bowiem razie, przy obracaniu płytek rozdwojone obrazy poruszać się będą nie po jednej prostej, lecz po dwóch, i pokrycie się obrazów będzie niemożliwe.

3) Obracamy płytki aż do pokrycia się biegnących ku sobie wewnętrznych obrazów i odczytujemy na obu nonjuszach położenia kątowe (z dokładnością do $^1/_{10}{}^0$) φ_1 i φ_2. W celu usunięcia błędu asymetrji w budowie płytek, obracamy je w stronę przeciwną: odczytania będą φ'_1 i φ'_2. Kąt obrotu płytek będzie, oczywiście, wynosić dla nonjusza I-go, np. $\alpha' = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2}$, dla nonjusza II-go $\alpha'' = \frac{\varphi_2 + \varphi'_2}{2}$. Za kąt obrotu przyjmiemy średnią arytmetyczną $\alpha_I = \frac{\alpha' + \alpha''}{2}$. Obracamy płytki o 180^0 od pierwotnego położenia zerowego. Podobnie znajdujemy α_{II}. Średnia wartość będzie $\alpha = \frac{\alpha_I + \alpha_{II}}{2}$. Znalezioną wartość α wstawiamy do wzoru interpolacyjnego (6) [względnie do wzoru (5)], znajdujemy wartość l_1', mierzymy wielkość przedmiotu L, jeśli nie jest ona podana jako stała przyrządu (z dokładnością do $^1/_2$ mm), i odległość D_1 (z dokładnością do 10 mm), poczem wszystkie wartości podstawiamy do wzoru (4): $R_1 = \frac{2 D_1 l'_1}{L - l'_1}$.

Powtarzamy pomiar dla innej odległości: D_2, znajdując inne l'_2 i R_2. Obliczamy średnią arytmetyczną dwu pomiarów R, t. j. $R = \frac{R_1 + R_2}{2}$.

Błąd graniczny wyniku:

$$\Delta R = R\left[\frac{\Delta l'}{l'} + \frac{\Delta l'}{L - l'} + \frac{\Delta D}{D}\right].$$

B. Można zastąpić oftalmometr Helmholtza zwyczajną lunetą, ustawioną w środkowym otworze zasłony, zaopatrzonej w oświetlone, jak poprzednio, dwie symetrycznie położone szpary, i mierzyć rzut l (z dokładnością do $^1/_{10}$ mm) obrazu l' na skalę milimetrową (z podziałkami co $^1/_2$ mm), umocowaną stycznie do powierzchni odbijającej soczewki (prostopadle do jej głównej osi). Rozpatrując dwa równoramienne trójkąty podobne, których podstawy są l i l', mamy jeszcze jedną zależność

$$\frac{l'}{l} = \frac{D + a}{D} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

czyli

$$l' = l\,\frac{D + a}{D},$$

którą to wartość podstawiamy zamiast l' do wzoru (5) $R = \frac{2\,Dl'}{L - l'}$ lub jeszcze prościej do wzoru (4)

$$\frac{2l\,(R + D)}{L\,(R + 2\,D)} = \frac{R}{(R + 2\,D)};\quad 2lR + 2lD - RL = 0,$$

i ostatecznie

$$R = \frac{2\,Dl}{L - 2l}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Błąd graniczny wyniku:

$$\Delta R = R\left[\frac{\Delta l}{l} + \frac{2\,\Delta l}{L - 2l} + \frac{\Delta D}{D}\right].$$

§ 61. **Wyznaczanie ogniskowej soczewek na ławie optycznej** (rys. 54).

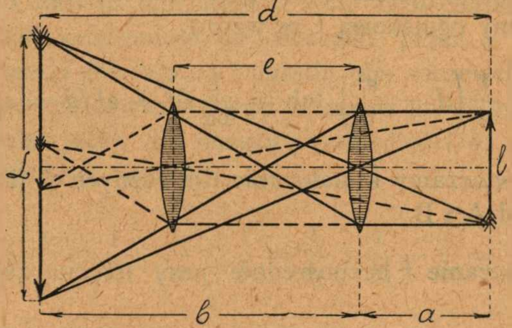
Na podstawkach, dających się przesuwać wzdłuż ławy, zaopatrzonych we wskaźniki, pozwalające odczytywać położenia przedmiotów na nich ustawionych, znajdują się: 1) źródło światła w postaci matowej żarówki, 2) przedmiot, oświetlony przez źródło światła, w postaci otworu w osłonie, przez którą przeciągnięto krzyż druciany

lub szereg otworów w ekranie w kształcie strzałki, 3) soczewka badana i 4) ekran biały o powierzchni matowej. Wszystkie części składowe ustawiamy tak, by ich środki znajdowały się na prostej, równoległej do ławy.

I. Soczewka zbierająca.

A. Wyznaczanie f z odległości przedmiotu i obrazu.

Przesuwając soczewkę między przedmiotem a ekranem (wygodnie jest umieścić je na podziałkach, wyrażonych okrągłemi liczbami)



Rys. 54.

tworzymy na nim rzeczywisty obraz przedmiotu (maximum ostrości!). Z odczytów położeń przedmiotu, obrazu i soczewki, wyznaczamy odległość przedmiotu a i obrazu b od soczewki i obliczamy ogniskową na zasadzie wzoru:

$$f = \frac{ab}{a+b} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Pomiar powtarzamy kilkakrotnie dla różnych a i b i obliczamy za każdym razem f. Średnia wartość $f = \dfrac{f' + f'' + f''' \ldots\ldots f^{(n)}}{n}$

B. Wyznaczanie f z wielkości przedmiotu i powiększonego obrazu.

Jak poprzednio tworzymy ostry obraz przedmiotu na ekranie. Zapomocą linijki mierzymy wielkości przedmiotu l i obrazu L (z dokład-

nością do $^1/_2$ mm), na skali zaś ławy optycznej odczytujemy odległość obrazu b. Obliczamy ogniskową f na zasadzie wzoru:

$$f = b\,\frac{l}{L+l} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Pomiar powtarzamy kilkakrotnie i obliczamy średnią, jak pod A.

C. Wyznaczanie f metodą Bessela.

Ustawiając ekran w odległości od przedmiotu $d > 4f$, znajdujemy dwa położenia soczewki, przy których tworzy się ostry obraz na ekranie. Oznaczając przez e odległość między obu położeniami soczewki, obliczamy ogniskową f ze wzoru:

$$f = \frac{1}{4}\left(d - \frac{e^2}{d}\right) \text{ lub } = \frac{1}{4d}(d+e)(d-e)\,^{1)} \; . \; . \; . \quad (3)$$

Pomiar powtarzamy kilkakrotnie dla różnych d (i e) i obliczamy średnią, jak pod A i B.

D. Wyznaczanie f bezpośrednie przy użyciu zwierciadła płaskiego.

Pomiędzy oświetlony przedmiot a zwierciadło płaskie ustawiamy soczewkę w odległości od przedmiotu równej mniej więcej f (wyznaczonej poprzednio). Normalna, wystawiona w środku zwierciadła, winna tworzyć niewielki kąt z główną osią soczewki w płaszczyźnie pionowej przechodzącej przez oś (zwierciadło może być nachylane dookoła osi poziomej). Obraz odbity od zwierciadła możemy w ten sposób rzucić na białą kartkę papieru, trzymaną w płaszczyźnie przedmiotu tuż pod lub nad nim. Odległość soczewki od przedmiotu da nam bezpośrednio f.

Pomiar powtarzamy kilkakrotnie i obliczamy średnią.

II. Soczewka rozpraszająca.

Pod warunkiem, że bezwzględna wartość zdolności zbierającej soczewki rozpraszającej jest mniejsza od zdolności soczewki zbierają-

---

[1]) Wzór ten daje się z łatwością wyprowadzić. Na mocy wzoru zasadniczego $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$, mamy $\frac{1}{a} + \frac{1}{d-a} = \frac{1}{f}$, skąd $a^2 - da + df = 0$. Rozwiązując to równanie kwadratowe względem a, znajdziemy 2 pierwiastki, których różnica wynosi $\sqrt{d^2 - 4df}$; jest to właśnie przesunięcie e.

cej, możemy powtórzyć pomiary poprzednie, opisane z układem, składającym się z obu tych soczewek, przyłożonych jedna do drugiej. Oznaczając przez f ogniskową soczewki zbierającej, przez f_1 — ogniskową systemu złożonego z soczewki zbierającej i rozpraszającej, przez f_2 szukaną ogniskową soczewki rozpraszającej, mamy (4)

$$f_2 = \frac{f f_1}{f - f_1} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (4)$$

Wzór ten z łatwością wyprowadzamy z zależności ogólnej między odległością przedmiotu (a) i obrazu (b) dla soczewki zbierającej, rozpraszającej i układu złożonego z obu. Oznaczając przez a niezmienną odległość przedmiotu od soczewki, przez b i b_1 odległości obrazu dla soczewki zbierającej i układu obu soczewek i zważywszy, że w wypadku rozpatrywania biegu promieni po załamaniu w samej soczewce rozpraszającej, dla obrazu w odległości b_1 urojony przedmiot znajduje się w b, mamy:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} \text{ i } \frac{1}{b_1} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2},$$

skąd otrzymujemy szukane równanie (4).

E. Jeden z najprostszych sposobów wyznaczenia ogniskowej soczewki rozpraszającej jest następujący. Soczewkę zbierającą ustawiamy w takiem położeniu na ławie α, by ostry obraz przedmiotu tworzył się na ekranie w β. Jeżeli pomiędzy miejsca na ławie α i β ustawimy soczewkę rozpraszającą w γ, ostry obraz przedmiotu utworzy się teraz na ekranie w miejscu δ. Wartości odczytane na ławie β γ i δ wstawiamy do wzoru

$$\varphi = -\frac{(\gamma - \beta)(\gamma - \delta)}{\beta - \delta} \quad \dots\dots\dots \quad (5)$$

Zważywszy, że dla soczewki rozpraszającej odległość przedmiotu $\alpha = -(\gamma - \beta)$, korzystając z wzoru ogólnego, napiszemy $-\frac{1}{(\gamma - \beta)} + \frac{1}{\gamma - \delta} = \frac{1}{\varphi}$, skąd bezpośrednio wynika wzór (5).

Pomiar powtarzamy dla różnych α, β i γ, znajdując za każdym razem odpowiednie δ. Obliczamy średnią arytmetyczną, jak wyżej.

Błąd graniczny pomiaru:

Do A: $\Delta f = f\left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}\right)$ (z pominięciem błędu sumy stałej $a + b$).

Do B: $\Delta f = f\left(\frac{\Delta b}{b} + \frac{L}{L+l} \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta L}{L+l}\right)$.

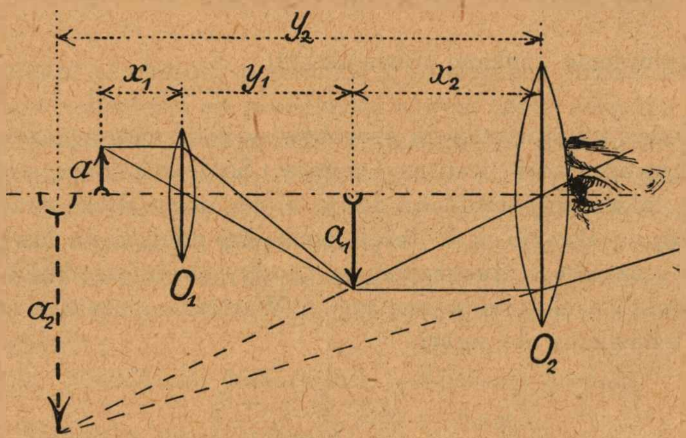
Do C: $\Delta f = \frac{\Delta e}{2}$.

Do E: $\Delta f = f\left[\frac{\Delta \beta}{\gamma - \beta} + \frac{\Delta \delta}{\gamma - \delta} + \frac{\Delta(\beta - \delta)}{\beta - \delta}\right]$ (z pominięciem błędu γ, jako miejsca dowolnego ustawienia soczewki).

§ 62. **Wyznaczanie powiększenia obrazów w mikroskopie** (rys. 55).

1. Rachunkiem.

Niechaj f_1 i f_2 będą odległościami ogniskowemi objektywu O_1 i okularu O_2 (rys. 55), a l — odległością wzajemną tychże soczewek. Przedmiot a (umieszczony w odległości x_1 od O_1 — nieco większej, niż f_1) daje swój obraz rzeczywisty a_1 oraz obraz ostateczny (uro-



Rys. 55.

jony) a_2. Ten ostatni odległy jest od okularu O_2 (za którym tuż obok znajduje się oko obserwatora) w t. zw. „odległości najlepszego widzenia" d danego obserwatora. („Nastawianie" mikroskopu i innych przyrządów optycznych, służących do obserwacyj wzrokowych, polega właśnie na doprowadzeniu ostatecznego obrazu do tej odległości od oka; dla oka normalnego d = ok. 25 cm). Obraz a_1 leży blisko ogni-

ska okularu (ale tak, że $x_2 < f_2$) [1]. Powiększeniem k mikroskopu nazywamy stosunek kąta α', pod którym widzimy obraz przedmiotu w mikroskopie, do kąta α, pod którym widzielibyśmy sam przedmiot, umieszczony w odległości najlepszego widzenia d. W przybliżeniu mamy $\alpha'/\alpha = \mathrm{tg}\alpha'/\mathrm{tg}\alpha$; a ponieważ obraz ostateczny a_2 znajduje się również w odległości d od okularu (a więc i oka), przeto:

$$k = \frac{a_2}{a} = \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_1}{a}.$$

(Powiększenie mikroskopu równa się więc iloczynowi powiększeń, dawanych przez okular i objektyw). Ponieważ wielkości obrazu i przedmiotu mają się do siebie, jak ich odległości od odnośnej soczewki, przeto:

$$k = \frac{y_2}{x_2} \cdot \frac{y_1}{x_1}.$$

Ale $y_2 = d$, oraz (w przybliżeniu): $x_1 = f_1$, $x_2 = f_2$ i $y_1 = l - x_2$; stąd:

$$k = d \cdot \frac{l - f_2}{f_1 \cdot f_2}.$$

2. Doświadczalnie.

Na okular ustawionego pionowo mikroskopu nakładamy specjalną oprawkę, podtrzymującą cienką szybkę (szkiełko pokrywkowe), nachyloną pod kątem 45° do osi mikroskopu. Szybka ta służy jako zwierciadełko względem promieni padających na nią z boku (poziomo); odbija ona je ku górze, i doprowadza do oka, które do niej przykładamy; zarazem przepuszcza ona jednak promienie, biegnące w górę z wnętrza mikroskopu. Wsuwamy pod objektyw mikroskopu mały przedmiot znanych rozmiarów — najlepiej skalę „mikrometryczną" nakreśloną na szkle; niechaj odległość kresek tej skali wynosi, np. a mm. Po nastawieniu mikroskopu na największą ostrość obrazu skali ustawiamy opodal na stole pionowo skalę milimetrową, tak, aby widzieć jej obraz odbity w wspomnianej szybce. Będziemy teraz widzieli obie skale jednocześnie, przytem skalę mikrometryczną należy wykręcić tak, aby kreski jej były w polu widzenia równoległe do kre-

[1]) Rysunek podany nie odzwierciedla wiernie prawdziwych stosunków odległości (z powodu braku miejsca na kartce książki).

sek skali milimetrowej. Odległość tej ostatniej od mikroskopu wynosić będzie ok. 25 cm, należy ją jednak wyregulować tak, aby obraz jej nie wykazywał paralaksy względem obrazu skali mikrometrycznej, co sprawdzamy, przesuwając cokolwiek oko przed okularem (szybką) to w jedną, to w drugą stronę, poprzecznie do kierunku k r e s e k obu skal: kreski jednej skali nie powinny przytem przesuwać się względem kresek drugiej. Niechaj teraz n działek skali mikrometrycznej przypada na N działek (t. zn. na N mm) skali milimetrowej. Jeśli powiększenie wynosi k, to $k\,n\,a = N$, skąd:

$$k = \frac{N}{n}\,a.$$

Podczas obserwacji należy zwracać uwagę na właściwe oświetlenie obu skal, tak, aby obraz jednej nie przyćmiewał zbytnio swym blaskiem obrazu drugiej (środki do regulowania: lusterko mikroskopu, diafragmowanie, ustawianie lampy i t. d.).

Błąd graniczny:

$$\Delta k = k\left(\frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta n}{n}\right).$$

Brać jak największe n i N; w razie potrzeby szacować ułamki milimetrów na oko!

§ 63. **Wyznaczanie powiększenia obrazów w lunecie** (rys. 56).

Obrazy, które daje luneta, są w rzeczywistości z m n i e j s z o n e, lecz przybliżone do oka obserwatora, i dlatego widziane pod większym kątem; luneta działa więc odwrotnie niż mikroskop, który obrazy powiększa, ale — przeważnie oddala.

1. W y z n a c z a n i e p o w i ę k s z e n i a r a c h u n k i e m. Niechaj na rys. 56 [1]) oznaczają O_1 i O_2 objektyw i okular lunety „astronomicznej" (stosowanej przeważnie i w fizyce), f_1 i f_2 ich odległości ogniskowe i wkońcu: a, a_1 i a_2 wielkości przedmiotu i jego obrazów. Powiększeniem k lunety nazywamy stosunek kątów: α_2/α, przyczem ze względu na małość tych kątów mamy:

$$k = \frac{\alpha_2}{\alpha} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{a_1/x_2}{a/x_1} = \frac{a_1/x_2}{a_1/y_1}.$$

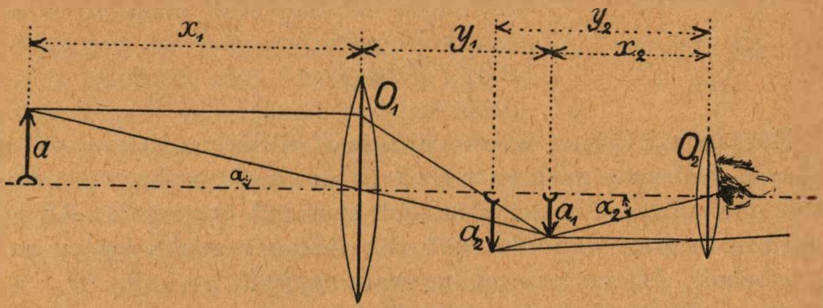
---

[1]) Porównaj uwagę u dołu str. 123.

Z powodu wielkiej odległości x_1 przedmiotu a od lunety możemy, mianowicie, uważać kąt α jako ten, pod którym widzielibyśmy przedmiot okiem nieuzbrojonem. Z tego samego powodu obraz a_1 leży prawie w ognisku objektywu, a więc $y_1 = f_1$. Zarazem leży on jednak blisko ogniska okularu (daje nam to bowiem silne powiększenie), a więc $x_2 = f_2$, skąd ostatecznie:

$$k = \frac{f_1}{f_2}.$$

2. Doświadczalnie. Ustawiamy lunetę przed odpowiednią (milimetrową) skalą pionową w dość znacznej (w porównaniu z długością lunety) odległości, ale tak, aby dwie uprzednio obrane (ewent. mocno odznaczone) kreski na skali były jeszcze wyraźnie widoczne



Rys. 56.

dla oka nieuzbrojonego. Obserwujemy teraz skalę jednocześnie obu oczami: jednem wprost (mimo lunety), drugiem — przez lunetę (ustawić ją poprzednio na ostrość). Niechaj odległość prawdziwa dwóch obranych kresek $= N$ mm, i niechaj oko, patrzące przez lunetę, widzi na tym odcinku n działek milimetrowych: wówczas mamy powiększenie k:

$$k = \frac{N}{n}.$$

Nastawienie lunety musi być takie, aby przy przesuwaniu oka przed okularem, poprzecznie do kierunku kresek, kreski te możliwie jak najmniej przesuwały się względem siebie. Przerobić pomiar parokrotnie (dla różnych odległości), obserwując za każdym razem raz jednem i drugiem okiem!

Metoda ta nadaje się do lunet wszystkich rodzajów.

Błąd graniczny — patrz powiększenie w mikroskopie.

§ 64. **Wyznaczanie spółczynnika załamania zapomocą mikroskopu** (rys. 57).

Wyobraźmy sobie punkt P, leżący w ośrodku, którego spółczynnik załamania względem powietrza jest n. Promienie, biegnące z punktu P i ulegające załamaniu na granicy obu ośrodków (z wyjątkiem oczywiście, promienia, biegnącego wzdłuż normalnej do granicy), będą się odchylały od normalnych w punktach padania. Niech przedłużenie promienia załamanego BC przecina się z promieniem normalnym PA w punkcie Q. Wówczas:

$$\frac{AB}{AQ} = \operatorname{tg}\beta; \qquad \frac{AB}{AP} = \operatorname{tg}\alpha.$$

dzieląc stronami te równania, otrzymujemy:

$$\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{AP}{AQ}.$$

Rozpatrując wąską wiązkę promieni bliskich promieniowi normalnemu, będziemy mieli kąty α i β bardzo małe; wobec tego dla takich kątów tangensy możemy zastąpić sinusami. Oznaczając AP przez d (będzie to grubość płytki, jeśli rozpatrujemy punkt, leżący na jej powierzchni), AQ zaś przez h, możemy napisać:

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{d}{h}, \quad \text{ale} \quad \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = n.$$

Otrzymujemy więc ostateczny wzór:

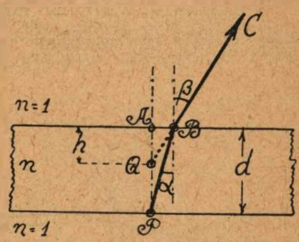
$$n = \frac{d}{h}.$$

Wyznaczając d i h, możemy z łatwością obliczyć spółczynnik załamania n.

Na stoliku mikroskopu umieszczamy badaną płytkę; na jednej z jej powierzchni robimy diamentem lub ostrzem twardej stali cienkie rysy (najwygodniej w kształcie krzyżyka lub gwiazdki). Ustawiamy objektyw tak, by widzieć dokładnie rysy, gdy znajdują się one na powierzchni górnej płytki. Nastawiać mikroskop zawsze na ostrość obrazu b r z e g ó w rys, nie zaś ich środka! Śruba mikrometryczna mikroskopu, pozwalająca na subtelne przesuwanie objektywu, zaopatrzona jest w tarczę, podzieloną zazwyczaj na 50 części, której po-

działki przesuwają się obok nieruchomego wskaźnika. Niech skok śruby wynosi 0,5 mm, możemy więc odczytywać przesunięcia objektywu z dokładnością do 0,01 mm. Notujemy odczytania tarczy śruby mikrometrycznej za każdym razem, gdy nastawiamy objektyw na ostre widzenie. Pomiarów takich wykonywamy np. 4 i wyznaczamy ich średnią arytmetyczną: a_1.

Obracamy płytkę rysami ku dołowi i ustawiamy je tak, by przy obniżeniu objektywu o odpowiednią długość znajdowały się one znowu w środku pola widzenia mikroskopu. Przy opuszczaniu objektywu, uskutecznianem zapomocą obrotu śruby mikrometrycznej, liczymy ilość pełnych obrotów (będzie to ilość półmilimetrów) i odczytujemy setne części mm na tarczy śruby. Powtarzamy ten pomiar tę samą ilość razy co poprzednio i obliczamy średnią arytmetyczną odczytanych wartości a_2. Odwrócenie płytki rysami ku dołowi odsunęło rysy od objektywu o długość d, jednocześnie obraz punktu P przesunął się w kierunku odwrotnym o długość $PQ = AP - AQ = d - h$, objektyw musimy więc opuścić o $d - (d - h)$ czyli h. Wartość tę otrzymamy z różnicy $a_1 - a_2 = h$. Mierzymy grubość płytki co najmniej w czterech miejscach dokoła rys zapomocą mikrometru (§ 4) z dokładnością do 0,01 mm i otrzymane na d i h wartości wstawiamy do wzoru $n = \frac{d}{h}$ [1]).



Rys. 57.

Błąd graniczny wyniku:

$$\Delta n = n\left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta h}{h}\right).$$

Uwaga: A. Jeżeli płytka badana jest płasko-równoległa, możemy wykorzystać istniejące zwykle na jej powierzchniach drobne, niewidoczne często gołem okiem, rysy, które w powiększeniu mikroskopu

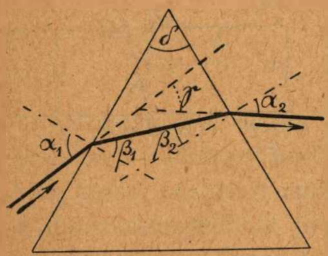
[1]) Położenie punktu Q na prostej PA zależy — ściśle biorąc — od kąta β (punkt P nie daje się więc właściwie wogóle przekształcić optycznie na jeden punkt Q, będący jego obrazem); jednakże błąd (nieostrość obrazu w mikroskopie), stąd powstający, może być pominięty wobec małej rozwartości wiązki promieni, dostających się do objektywu mikroskopu. Nie należy jednak stosować bardzo silnych powiększeń!

staną się zupełnie wyraźnemi. Możemy wówczas nie odwracać płytki o 180^0, lecz nastawiać kolejno na ostrość rys górnej powierzchni i dolnej, nie ruszając płytki.

B. W wypadku badania płytki kryształu, dającego zjawisko podwójnego załamania każdą rysę na dolnej powierzchni płytki będziemy widzieli przy dwóch położeniach objektywu a_2 i a'_2 i wyznaczymy n dla promieni zwyczajnych i nadzwyczajnych.

§ 65. **Wyznaczanie współczynnika załamania przy pomocy spektrometru (met. najmniejszego odchylenia)** (rys. 58 i 59).

Badane ciało w kształcie pryzmatu trójkątnego (do badania cieczy służy tu szklane naczyńko trójkątne ze ściankami z płytek dokładnie równoległościennych) ustawione jest na drodze promieni równoległych monochromatycznych, które, przechodząc przez pryzmat, ulegają dwukrotnemu załamaniu. Niech n = współczynnikowi załamania dla danych promieni; δ = „kątowi łamiącemu" pryzmatu (rys. 58) i γ = całkowitemu odchyleniu promienia od pierwotnego kierunku. Wówczas mamy:



Rys. 58.

$$\gamma = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - (\beta_1 + \beta_2);$$

$$\text{ale } \beta_1 + \beta_2 = \delta, \text{ więc } \gamma = \alpha_1 + \alpha_2 - \delta,$$

przyczem
$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1} = n = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\beta_2}.$$

Jeśli promień biegnie wewnątrz pryzmatu prostopadle do dwusiecznej kąta δ, to $\beta_1 = \beta_2 = \beta_0$ oraz $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_0$; wówczas:

$$\gamma_0 = 2\alpha_0 - \delta, \text{ oraz } 2\beta_0 = \delta,$$

skąd
$$\alpha_0 = \frac{\gamma_0 + \delta}{2} \text{ oraz } \beta_0 = \frac{\delta}{2}.$$

Mamy więc wtedy
$$n = \frac{\sin\alpha_0}{\sin\beta_0} = \frac{\sin\dfrac{\gamma_0 + \delta}{2}}{\sin\dfrac{\delta}{2}}.$$

Kąty γ_0 i δ można zmierzyć stosunkowo łatwo metodą poniżej objaśnioną; przytem γ_0 jest to ta wartość kąta odchylenia, która odpowiada symetrycznemu przebiegowi promienia względem dwusiecznej kąta δ. Należy więc pryzmat ustawić w ten sposób, aby odchylenie całkowite było jak najmniejsze, albowiem wiadomo, że właśnie wówczas występuje owa symetrja w biegu promienia.

Dowód. Przypuśćmy, że promień biegnie niezupełnie symetrycznie i niechaj będzie:

$$\alpha_1 = \alpha_0 + a_1;\ \beta_1 = \beta_0 + b;\ \beta_2 = \beta_0 - b;\ \alpha_2 = \alpha_0 - a_2 \quad . \ . \ . \quad (1)$$

Należy wykazać, że $\alpha_1 + \alpha_2 > 2\alpha_0$. Zauważmy przedewszystkiem, że wszystkie wspomniane kąty są ostre. Przyjmijmy też lemmat (dający się zresztą stosunkowo łatwo udowodnić), że kąty α zmieniają się wogóle szybciej, niż kąty β; t zn. że $a_1 > b$ oraz $a_2 > b$.

Wówczas: $$\frac{a_1 + a_2}{2} > b \text{ oraz: } \cos b > \cos\frac{a_1 + a_2}{2} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (2)$$

Z drugiej strony:

$$\sin\alpha_1 = n\sin\beta_1 \text{ i } \sin\alpha_2 = n\sin\beta_2.$$

Dodajemy te równania stronami i przekształcamy:

$$\sin\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\cos\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} = n\sin\frac{\beta_1 + \beta_2}{2}\cos\frac{\beta_1 - \beta_2}{2}.$$

Podstawiamy zamiast $(\alpha_1 - \alpha_2)$, $(\beta_1 + \beta_2)$ i $(\beta_1 - \beta_2)$ ich wartości, wyliczone z (1):

$$\sin\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \cdot \cos\frac{a_1 + a_2}{2} = n\sin\beta_0 \cdot \cos b \quad . \ . \ . \ . \quad (3)$$

Mnożymy stronami (2) i (3) i podstawiamy $n\sin\beta_0 = \sin\alpha_0$:

$$\sin\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} > \sin\alpha_0, \text{ skąd łatwo:}$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 > 2\alpha_0, \text{ c. b. d. d.}$$

Pomiar polega na wyznaczeniu kąta łamiącego δ pryzmatu i kąta γ_0 dla promieni o danej długości fali. W oprawie, stanowiącej część środkową trójnoga, znajduje się otwór stożkowy, w którym z lekkiem tarciem obracać się może stalowa oś, połączona z tarczą T_1, podzieloną na stopnie (i połówki stopnia) oraz ze stolikiem H, którego poziom daje się regulować zapomocą 3-ch śrubek s_1, s_2, s_3. Na tejże osi, niezależnie od niej, obracać się może mosiężna oprawa, połączona z ramieniem R_2, dźwigającem lunetę L i tarczę T_2, na której końcach średnicy znajdują się dwa nonjusze N_1 i N_2 (29 półstopni odpowiada 30 po-

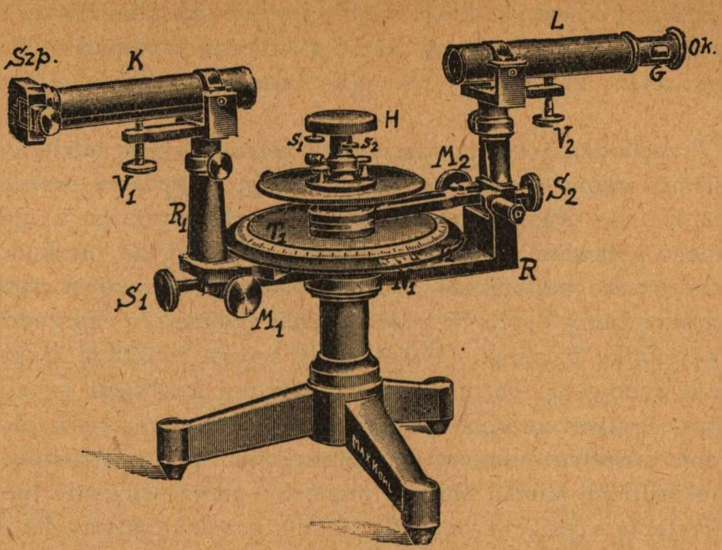
działkom nonjusza), pozwalające na odczytywanie kątów, z dokładnością do 1′. W celu uniknięcia błędu z powodu tego, że oś tarczy nie jest wspólna z osią nonjuszów, do odczytu na tarczy dodajemy średnią odczytów na obu nonjuszach. Z częścią środkową trójnoga połączone jest w sposób sztywny ramię R_1, dźwigające kolimator K. Stolik z tarczą, dzieloną na stopnie, daje się zamocowywać przy pomocy śruby zaciskowej S_1, drobne ruchy obrotowe można mu udzielać za pośrednictwem śruby mikrometrycznej M_1. Luneta z nonjuszami zaopatrzona jest również w śrubę zaciskową S_2 i śrubę mikrometryczną M_2. Luneta i kolimator dają się pochylać względem poziomu przy pomocy śrub V_1 i V_2, wkręcanych w odpowiednie występy ramion dźwigających. Szpara kolimatora daje się przesuwać wzdłuż oprawy, luneta zaopatrzona jest w okular Gaussa G (w braku niego stosujemy płytkę szklaną, ustawioną przed okularem pod kątem 45^0 względem osi lunety).

Krawędź łamiąca pryzmatu winna być równoległą do osi obrotu lunety i stolika, oś optyczna lunety i kolimatora musi być prostopadłą do osi obrotu przyrządu, szpara kolimatora i skrzyżowanie nici w lunecie winny się znajdować w płaszczyznach ogniskowych ich objektywów.

Regulowanie spektrometru uskuteczniamy w porządku następującym:

1) lunetę ustawiamy na „nieskończoność". W tym celu skierowujemy lunetę (daje się ona zazwyczaj zdejmować z przyrządu) na odległy przedmiot i przez skracanie jej lub wydłużanie osiągamy ostrość tworzącego się obrazu, ustawiwszy uprzednio okular na ostry obraz skrzyżowania nici;

2) zamocowujemy lunetę przy pomocy odpowiedniej śruby zaciskowej. Stawiamy na środku stolika pryzmat tak, by jego krawędzie znajdowały się nawprost śrubek regulacyjnych. Zwalniamy śrubę zaciskową stolika, oświetlamy pod kątem prostym do osi lunety boczny otwór okularu Gaussa (lub płytkę szklaną) zapomocą żarówki matowej (lub żarówki zwykłej, zasłoniętej kartką cienkiego białego papieru). Obracanie pryzmatu (i ewentualna dodatkowa regulacja śrubek stolika w razie znacznego rozregulowania przyrządu) pociąga za sobą ukazanie się w polu widzenia odbitego obrazu skrzyżowania nici od jednej ze ścian łamiących pryzmatu (paralaksa!). Nastawiamy lunetę dokładnie na ostrość odbitego obrazu nici (znajdują się one wówczas w płaszczyźnie ogniskowej lunety). Jeśli obraz poziomej nici nie pokrywa się ze swym odbitym obrazem (co ma miejsce zazwyczaj), połowę przesunięcia uskuteczniamy zapomocą śrubki stolika, leżącej poza odpowiednią ścianą pryzmatu, drugą połowę — zapomocą śruby podnoszącej lunetę. Obracamy stolik w celu otrzymania w polu widzenia lunety odbitego obra-



Rys. 59 (M. Kohl).

zu skrzyżowania nici od sąsiedniej ściany pryzmatu i usuwamy przesunięcie jak wyżej. Kilkakrotne powtórzenie tych czynności doprowadzi do pokrywania się obrazu poziomej nici z jej odbiciem w obu położeniach pryzmatu;

3) przystępujemy do wyznaczenia kąta łamiącego pryzmatu δ. W tym celu ustawiamy jedną ze ścian łamiących mniej więcej prostopadle do osi lunety, umocowujemy stolik zapomocą śruby zaciskowej i śrubą mikrometryczną obracamy tak, by nić pionowa pokryła się ze swym obrazem odbitym. Odczytanie na tarczy przy pomocy I nonjusza n_1^0, średnia odczytań minut na obu nonjuszach $\frac{n_1' + n''_1}{2}$, razem $n_1^0 + \frac{(n'_1+n''_1)'}{2}$. Ustawiamy podobnie drugą ścianę łamiącą pryzmatu prostopadle do osi lunety. Odczytanie: $n_2^0 + \frac{(n'_2+n''_2)'}{2}$.

Oznaczając przez φ różnicę:

$$\left[n_2^0 + \frac{(n_2'+n_2'')'}{2}\right] - \left[n_1^0 + \frac{(n_1'+n_1'')'}{2}\right]$$

lub

$$\left[n_1^0 + \frac{(n'_1+n''_1)'}{2}\right] - \left[n_2^0 + \frac{(n'_2+n''_2)'}{2}\right],$$

mamy

$$\delta = 180^0 - \varphi.$$

Kąt δ można też (mniej dokładnie) zmierzyć tak: ustawiamy pryzmat w ten sposób, aby promienie, padające nań z kolimatora, dzieliły się na krawędzi łamiącej na dwie części: jedna z nich odbije

się (częściowo) od jednej, druga od drugiej z dwóch płaszczyzn, tworzących szukany kąt δ. Szukamy lunetką wzierną promieni odbitych od obu płaszczyzn; kąt między obu położeniami lunetki $= 2\delta$.

4) Przechodzimy do pomiaru kąta najmniejszego odchylenia dla żółtych linij widma sodu. Przedewszystkiem ustawiamy szczelinę kolimatora w jego płaszczyźnie ogniskowej. Korzystając z uprzednio dokonanego ustawienia lunety z okularem Gaussa na nieskończoność (przez uzyskanie największej ostrości odbitego obrazu skrzyżowania nici), umieszczamy lunetę w przedłużeniu kolimatora, uprzednio usuwając ze stolika pryzmat. Oświetliwszy szparę światłem żarówki lub płomienia sodowego, bezpośrednio dotykamy knotkiem azbestowym, zwilżonym roztworem soli kuchennej, wewnętrznej części płomienia (względnie światłem odbitem i rozpuszczonem przez ustawioną przed szparą oświetloną kartką białego papieru), przez usuwanie lub wysuwanie systemu szpary w oprawie kolimatora dochodzimy do największej ostrości obrazu szpary. Zapomocą śruby mikrometrycznej lunety ustawiamy ją tak, by nić pionowa znajdowała się pośrodku obrazu szpary (szparę należy ustawić pionowo; szerokość jej pozorna w polu widzenia winna być rzędu 1 mm). Odczytań w tem położeniu nie uskuteczniamy. Jeżeli jesteśmy w posiadaniu okularu zwykłego, zastępujemy nim okular Gaussa, nastawiając go na ostre widzenie szpary. Stawiamy pryzmat na stolik, jak poprzednio, i pamiętając, który z trzech kątów pryzmatu jest zmierzony jako kąt łamiący, ustawiamy stolik tak, by bieg promieni był mniej więcej symetryczny do dwusiecznej kąta łamiącego. Usuwamy lunetę na bok i bezpośrednio okiem szukamy obrazu szpary po załamaniu w pryzmacie, poczem, obracając stolikiem, ustawiamy pryzmat mniej więcej na minimum odchylenia. To ustawienie uskuteczniamy dokładnie zapomocą lunety, którą ustawiamy na miejsce oka i zapomocą śruby mikrometrycznej doprowadzamy obraz n i c i pionowej na środek obrazu szpary w położeniu pryzmatu na minimum odchylenia (przy zmniejszaniu kąta między osią lunety a osią kolimatora i jednoczesnym obrocie pryzmatu obraz załamany dochodzi do pewnego położenia, tworzącego najmniejszy kąt z osią kolimatora, poczem znów się oddala). Umocowujemy pryzmat i lunetę śrubami zaciskowemi, doprowadzamy nastawienie na minimum przy pomocy śrub mikrometrycznych i odczytujemy kąt, jak wyżej, na obu nonjuszach. Zdejmujemy pryzmat ze stolika, nie zwalniając jego śruby zaciskowej, ustawiamy nić pionową lunety na środek szpary kolimatora (kierunek wprost) i odczytujemy, jak wyżej. Różnica tych od-

czytań da nam kąt najmniejszego odchylenia γ_0 dla danego pryzmatu i dla promieni światła sodowego.

Błąd graniczny wyniku:

$$\Delta n = n \left[\frac{\Delta \sin \frac{\gamma_0 + \delta}{2}}{\sin \frac{\gamma_0 + \delta}{2}} + \frac{\Delta \sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \right].$$

Pomiar spółczynnika załamania cieczy wykonywamy w ten sam sposób, co poprzednio, z tem jednak zastrzeżeniem, że w pomiarze kąta łamiącego pryzmatu musimy wyeliminować czynnik, związany z istnieniem płytek szklanych, nadających cieczy kształt pryzmatu. Przy stosowaniu metody Gaussa występuje, mianowicie, podwójne odbicie skrzyżowania nici: jedno od zewnętrznej powierzchni płytek, drugie od powierzchni wewnętrznej. Oczywiście, za kąt łamiący pryzmatu ciekłego musimy przyjąć kąt między powierzchniami wewnętrznemi płytek (nie są one ściśle płasko-równoległe). W tym celu przy ustawianiu ścian łamiących pryzmatu, gdy nie jest on jeszcze napełniony cieczą, prostopadle do osi lunety, obraz poziomej nici nastawiamy na środek między obrazami odbitemi od obu powierzchni płytki, obraz zaś pionowy nici — na każdy z obrazów odbitych, odczytując kąty na obu nonjuszach i zapisując je. Po napełnieniu naczynia pryzmatycznego cieczą (należy to czynić ostrożnie, bez poruszenia pryzmatu na stoliku), powtarzamy pomiar kąta ponownie, lecz mając tym razem w polu widzenia odbicia od zewnętrznych jedynie powierzchni płytek i z dwóch par odczytań poprzednio uczynionych, nie bierzemy pod uwagę pary z ostatniego pomiaru, obliczając kąt γ z odczytań, które się nie powtórzyły przy drugim pomiarze.

Przy pomiarze najmniejszego kąta odchylenia γ_0, w celu uniknięcia błędu z powodu przesunięcia promieni przez nieścisłe płaskorównoległe płytki pryzmatycznego naczyńka, nastawienie lunety w przedłużeniu osi kolimatora uskuteczniamy bez zdejmowania i poruszania pryzmatu na stoliku, lecz patrząc przez lunetę wprost poprzez naczynie pryzmatyczne, wybrawszy z niego uprzednio (ostrożnie!) ciecz zapomocą pipetki.

Wobec tego, że spółczynnik załamania cieczy zmienia się dostrzegalnie wraz z temperaturą, należy wyznaczyć temperaturę cieczy podczas pomiaru przy pomocy termometru, zanurzonego do niej przez otwór, zrobiony w tym celu w górnej przykrywie naczynia.

§ 66. **Wyznaczanie spółczynnika załamania cieczy i ciał stałych zapomocą refraktometru Pulfrich'a** (rys. 60, 61, 61a).

Przy przejściu promienia z ośrodka optycznie rzadszego do gęstszego, ulega on załamaniu ku normalnej do powierzchni, rozgraniczającej oba ośrodki, wystawionej w punkcie załamania promienia. W tym wypadku kąt padania jest większy od kąta załamania. I przeciwnie, przy przejściu promienia z ośrodka optycznie gęstszego do ośrodka optycznie rzadszego, promień załamuje się z odchyleniem od normalnej, czyli, że kąt padania jest wówczas mniejszy od kąta załamania. Rozpatrując bieg różnych promieni, padających na dany punkt, leżący na ścianie ła-

miącej, pod różnemi kątami, znajdziemy wreszcie taki, który załamie się pod kątem 90^0 do normalnej, czyli biec będzie wzdłuż ściany łamiącej. Kąt padania, odpowiadający kątowi załamania równemu 90^0, nazywamy kątem granicznym, promień zaś — promieniem granicznym. Promienie padające na ścianę łamiącą pod kątami większemi niż kąt graniczny ulegną całkowitemu odbiciu na granicy obu ośrodków.

Wyobraźmy sobie pryzmat, którego spółczynnik załamania jest N, o kącie łamiącym prostym, ustawionym tak, że jedna przyprostokątna jest pozioma, druga — pionowa. Przed ścianką poziomą mamy badaną ciecz, której spółczynnik załamania n $(n < N)$ mamy wyznaczyć. Rozpatrując przebieg promienia granicznego, biegnącego wzdłuż płaszczyzny rozgraniczającej ośrodki o spółczynnikach załamania n i N (kąt padania $= 90^0$), załamującego się w pryzmacie pod kątem α, padającego na przyprostokątną pionową pryzmatu pod kątem β i wychodzącego zeń pod kątem i, widzimy, że:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin 90^0} = \frac{n}{N}, \text{ czyli } \sin\alpha = \frac{n}{N}; \quad \frac{\sin\beta}{\sin i} = \frac{1}{N};$$

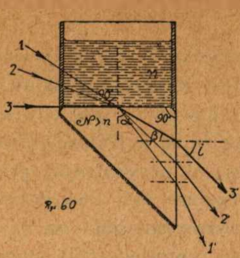
ale $\alpha + \beta = 90^0$, uwzględniając to w poprzedniem równaniu, mamy $\frac{\cos\alpha}{\sin i} = \frac{1}{N}$

$$\text{i ostatecznie } n = \sqrt{N^2 - \sin^2 i} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

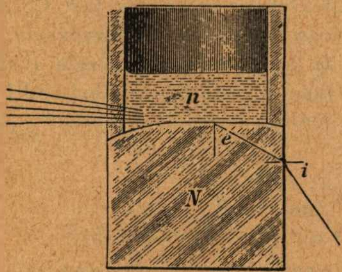
Wartość spółczynnika załamania pryzmatu N (dla danej długości fali, np. dla żółtych linij sodu) jest podana, jako stała przyrządu, do wyznaczenia spółczynnika załamania badanej cieczy n (dla tejże długości fali) wystarczy zmierzyć kąt i, utworzony przez promień graniczny i normalną w punkcie padania do ściany pionowej pryzmatu. Z równania (1) widzimy, że wartości krańcowe kąta i, mianowicie $i = 0$ i $i = 90^0$, wyznaczają granice wartości spółczynników załamania ciał, które mogą być poddane pomiarowi przy użyciu pryzmatu o spółczynniku załamania N, t. j. $n_1 = N$ i $n_2 = \sqrt{N^2 - 1}$

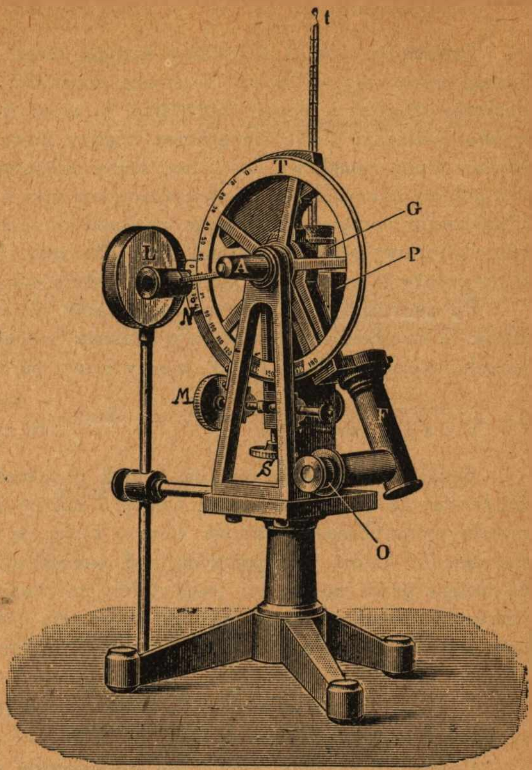
Na poziomej osi obracać się może tarcza T, podzielona na stopnie i półstopnie, z którą sztywno związana jest lunetka kolankowa F, zaopatrzona w okular Gaussa O. Nieruchomy nonjusz N (którego 30 podziałek odpowiada 29 półstopniom) pozwala odczytywać pojedyńcze minuty przy użyciu lupy. Tarcza może być unieruchomiana zapomocą śruby zaciskowej S; drobne ruchy udziela się jej przez obrót śruby mikrometrycznej M. Za tarczą znajduje się, ustawiony na mogącym się podnosić stoliku, pryzmat łamiący P, którego przyprostokątna pozioma oszlifowana jest według okręgu koła o średnicy 10—12 mm. Do tej oszlifowanej części pryzmatu (leży ona nieco niżej od jego powierzchni poziomej) przyklejony jest szkłem wodnem szklany pierścień, tworzący w ten sposób otwarte u góry naczyńko cylindryczne G (należy wystrzegać się używania wody i wodnych roztworów, które mogłyby szkło wodne rozpuścić). Do jednej z nóżek podstawy dźwigającej cały przyrząd przytwierdzona jest soczewka L, której główna oś optyczna znajduje się w płaszczyźnie poziomej ściany pryzmatu, służąca do skupienia pęku promieni jednorodnych (światła sodowego) w środku dna naczyńka. W celu osłony przed światłem rozproszonem, przykrywamy naczyńko tekturową przykrywką, zaopatrzoną w otwór od strony padającego pęku promieni.

Rozpoczynając pomiar, wykonywamy szereg początkowych czynności, mianowicie: odkrywamy otwór okularu Gaussa, ustawiamy okular lunetki na ostry obraz



Rys. 60.





Rys. 61 a.

Rys. 61.

skrzyżowania nici (oświetliwszy uprzednio pole widzenia od strony objektywu lunetki przy pomocy oświetlonej kartki białego papieru) oraz lupę na ostre widzenie podziałki tarczy i nonjusza, zapalamy palnik, zabarwiamy płomień jego sodem i ustawiamy przyrząd w takiej od płomienia odległości, by obraz najjaskrawszej części płomienia padał na dolną część otworu przykrywki, osłaniającej naczyńko (pomocnem tu jest przyłożenie skrawka białego papieru do otworu).

Sprawdzamy położenie zerowe lunetki w celu wyznaczenia ewentualnej poprawki. W tym celu ustawiamy zero tarczy ruchomej na zerze nonjusza (przy pomocy śruby mikrometrycznej) i zamocowujemy ją w tem położeniu śrubą zaciskową. W razie potrzeby ustawiamy pryzmat na jednej wysokości z lunetką. Skierowujemy otwór boczny okulara Gaussa na pomocniczą żarówkę, ustawioną w ten sposób, by pole widzenia lunetki było możliwie najjaśniejsze. Naogół w polu widzenia będziemy mieli oświetlony obraz nitek i obok niego mniej jasny obraz nitek, odbity od ściany pionowej pryzmatu. Kręcąc śrubę mikrometryczną, doprowadzamy, jeżeli nie do pokrycia się obu obrazów, to przynajmniej do położenia, przy którem oba obrazy skrzyżowania nici będą leżały na jednej linji poziomej. Odczytany kąt, stanowi poprawkę położenia zerowego, którą z odpowiednim znakiem należy uwzględnić przy wyznaczaniu kąta *i* promienia granicznego.

C i e c z e.

Zapomocą pipetki nalewamy badaną ciecz do naczyńka i przykrywamy je osłoną, zwracając jej otwór w stronę soczewki. Lunetkę kolankową ustawiamy możliwie najniżej i powoli obracamy ją wraz z tarczą ku górze, do chwili, aż w polu widzenia ukaże się granica między jasną częścią pola a ciemną. Umocowawszy śrubę zaciskową zapomocą śruby mikrometrycznej, doprowadzamy granicę obu pól do pokrycia się ze skrzyżowaniem nici i odczytujemy kąt. Powtórzywszy kilkakrotnie pomiar, nastawiając za każdym razem skrzyżowanie nici na granicę pól, wyliczamy średnią arytmetyczną odczytań, która, po uwzględnieniu poprawki na położenie zerowe, da nam bezpośrednio wartość kąta *i*.

Po skończonym pomiarze, opróżniamy naczyńko zapomocą pipetki i wysuszamy je strumieniem powietrza z mieszka nożnego (zwykle wyznacza się sp. zał. benzolu, eteru, alkoholu i t. d., cieczy łatwo parujących).

C i a ł a s t a ł e.

Badane ciało kładziemy na środek powierzchni poziomej części pryzmatu, zwilżywszy je uprzednio kroplą cieczy o dużym spółczynniku załamania (np. CS_2, monobromonaftalina). Warstwa cieczy, którą na drogę promienia wprowadzamy, nie zmienia kątów w pryzmacie, pod warunkiem, że jest płasko-równoległą (co się osiąga przez nacisk jej jednostajny na płaszczyznę pryzmatu). Istotnie, jeśli oznaczymy przez n i ν spółczynniki załamania ciała stałego i cieczy, a przez α' — kąty (równe) padania i załamania w cieczy, mamy:

$$\sin\alpha' = \frac{n}{\nu}; \quad \frac{\sin\alpha'}{\sin\alpha} = \frac{N}{\nu}, \quad \text{skąd} \quad \sin\alpha = \frac{n}{N}.$$

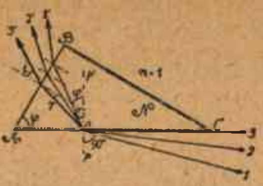
Podobnież możemy wyznaczyć spółczynniki załamania dla promieni zwyczajnych i nadzwyczajnych kryształów, mierząc kąty „i" dla dwóch rozgraniczeń pól.

Błąd graniczny wyniku:

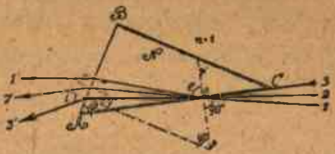
$$\Delta n = \frac{\sin i}{\sqrt{N^2 - \sin^2 i}} \Delta \sin i.$$

§ 67. Wyznaczanie spółczynnika załamania ciał stałych i cieczy zapomocą refraktometru Abbe'go (rys. 62, 62a, 62b, 62c, 63).

Układ dwu pryzmatów prostokątnych, wykonanych ze szkła o dużym spółczynniku załamania N, dających się przyłożyć do siebie przyprostokątnemi, mogący obracać się ze wskaźnikiem przesuwającym się wzdłuż odpowiedniej skali w polu widzenia lunety, składa się na refraktometr Abbe'go. Rozpatrując górny pryzmat ABC (rys. 62), o kącie łamiącym φ, i pęk promieni biegnących w środku, o spółczynniku załamania ni, padających pod wszelkiemi możliwemi kątami w dowolnym punkcie O przeciwprostokątnej pryzmatu, widzimy, że wszystkie promienie, zawarte w kącie prostym COP ośrodka o spółczynniku załamania n, znajdować się będą wewnątrz kąta $EOP' = \sphericalangle e$, wyznaczonego przez normalną PP do przeciwprostokątnej w punkcie O i kierunek promienia „granicznego" OE. Jak widać z rys. 62, promień graniczny, przebiegając kolejno ośrodki o spółczynnikach



Rys. 62.



Rys. 62 a.

załamaniach n, N i 1 (dla powietrza), tworzy z normalnemi w punktach przebicia płaszczyzn rozgraniczających kolejno kąty: 90^0, „e", „r" i „i". Podobnie jak w refraktometrze Pultricha (str. 134), mamy:

$$\frac{n}{N} = \frac{\sin e}{\sin 90^0}, \text{ czyli } n = N \sin e \quad \ldots \ldots \ldots (1)$$

$$\frac{N}{1} = \frac{\sin i}{\sin r}, \text{ skąd } \sin r = \frac{\sin i}{N} \quad \ldots \ldots \ldots (2)$$

$$\text{a} \quad \cos r = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{N^2}} = \frac{1}{N}\sqrt{N^2 - \sin^2 i} \quad \ldots \ldots \ldots (2')$$

Ale $\varphi = e + r$, wartość $e = \varphi - r$ podstawiamy do wzoru (1) i otrzymujemy

$$n = N \sin(\varphi - r) = N(\sin\varphi \cos r - \cos\varphi \sin r).$$

Podstawiając na miejsca $\sin r$ i $\cos r$ i wartości z (2) i (2'), mamy ostatecznie

$$n = \sin\varphi \sqrt{N^2 - \sin^2 i} - \cos\varphi \sin i.$$

W wypadku, przedstawionym na rys. 62a, gdy promień graniczny, po załamaniu się w p. E, nachylony jest ku kątowi łamiącemu φ, mamy, wobec tego, że teraz $e = \varphi + r$,

$$n = \sin\varphi \sqrt{N^2 - \sin^2 i} + \cos\varphi \sin i.$$

Widać z powyższego, że we wzorze ogólnym

$$n = \sin\varphi \sqrt{N^2 - \sin^2 i} - \cos\varphi \sin i \quad \ldots \ldots \ldots (3)$$

należy kąt „i" promienia granicznego brać ze znakiem —, gdy jest on odchylony od normalnej w stronę kąta łamiącego φ, i ze znakiem +, gdy jest odchylony od normalnej w kierunku przeciwnym.

Wartości krańcowe n znajdujemy, nadając kątowi „i" wartości $+90^0$, -90^0

$$n_1 = \sin\varphi \sqrt{N^2 - 1} - \cos\varphi$$

$$n_2 = \sin\varphi \sqrt{N^2 - 1} + \cos\varphi.$$

Wzór (3) pozwala wyznaczyć spółczynnik załamania badanego ciała n, gdy wyznaczone zostały wartości φ, N i „i".

Kąt łamiący φ znajdujemy, wyznaczając kąt γ między normalnemi do ścian łamiących, podobnie jak w § 65.

W tym celu lunetka refraktometru zaopatrzona jest w okular Gaussa. Oczywiście

$$\varphi = 180^0 - \gamma.$$

Spółczynnik załamania N pryzmatu górnego znajdujemy przez wyznaczenie kąta granicznego i, gdy ciałem, stykającem się z przeciwprostokątną pryzmatu, jest powietrze.

Wzór (1) przyjmie postać:

$$N \sin e = N \sin (\varphi - r) = 1.$$

Uwzględniając (2) i (2'), otrzymujemy:

$$\sin \varphi \sqrt{N^2 - \sin^2 i'} = 1 + \cos \varphi \sin i.$$

Podnosząc obie strony tego równania do kwadratu i zastępując 1 przez $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi$, otrzymujemy:

$$N^2 \sin^2 \varphi = \sin^2 \varphi + (\sin i + \cos \varphi)^2,$$

$$\text{skąd} \quad N^2 = 1 + \frac{(\sin i + \cos \varphi)^2}{\sin^2 \varphi} \quad \text{oraz} \quad \sqrt{N^2 - 1} = \frac{\sin i + \cos \varphi}{\sin \varphi}.$$

Wprowadzamy kąt pomocniczy ψ taki, by

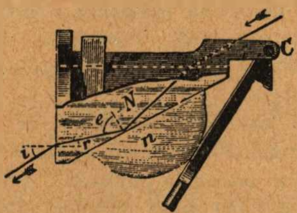
$$\frac{\sin i + \cos \varphi}{\sin \varphi} = \operatorname{tg} \psi, \quad \text{wobec tego} \quad N^2 = 1 + \operatorname{tg}^2 \psi = \frac{1}{\cos^2 \psi}, \quad \text{oraz} \quad N = \frac{1}{\cos \psi}.$$

Przy wyznaczaniu spółczynnika załamania N pryzmatu górnego oraz spółczynników załamania cieczy do przeciwprostokątnej AC górnego pryzmatu przykładamy przeciwprostokątną $A'C'$ takiegoż samego pryzmatu dolnego, której powierzchnia jest matową. Światło płomienia bunsenowskiego, zabarwionego *Na*, lub, w wypadku posiadania przez przyrząd t. zw. kompensatora, światło białe matowej żarówki dostaje się po odbiciu od zwierciadła, umocowanego na podstawie, przez przyprostokątną $B'C'$ dolnego pryzmatu do jego wnętrza, pada na płaszczyznę matową $A'C'$ i ulega rozproszeniu. Promienie, biegnące w warstwie $ACA'C'$ powietrza, względnie badanej cieczy, padają pod wszelkiemi możliwemi kątami na ścianę AC i ulegając dwukrotnym załamaniom (na ścianach AC i AB), wydostają się z pryzmatu i wpadają do lunety, jeśli ustawiona jest ona na ich drodze. Z każdego punktu ściany AC wychodzi pęk promieni, biegnący ku ścianie AB i załamujący się na niej pod różnemi dla każdego promienia kątami. Jeden z tych promieni tworzy kąt i z normalną — jest to promień graniczny. Wszystkie promienie graniczne, pochodzące ze wszystkich punktów ściany AC, tworzą ze swemi normalnemi ten sam kąt „i" i składają się na wiązkę równoległą, dającą obraz granicy pola jasnego i ciemnego w płaszczyźnie ogniskowej lunety. Ustawiwszy okular lunety na ostrość skrzyżowania nici, oraz samą lunetę tak, by granica obu pól wypadła na skrzyżowaniu nici, odczytujemy położenie wskaźnika na skali (nonjusz!) a_1.

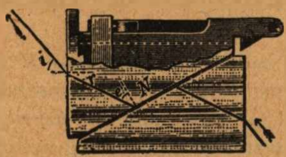
Korzystając z okularu Gaussa, ustawiamy przyprostokątną AB prostopadle do osi optycznej lunety (pokrycie się skrzyżowania nici z ich odbitym od ściany AB obrazem) — odczyt a_2. Oczywiście

$$i = \pm (a_1 - a_2).$$

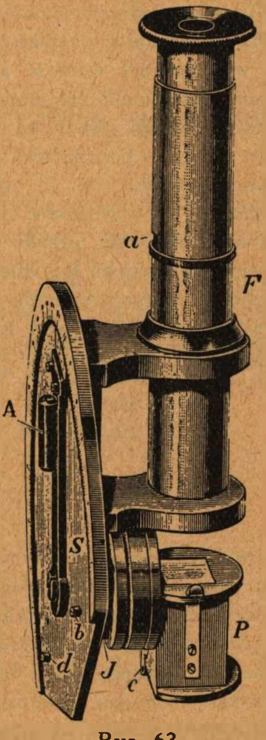
Pomiar ten powtarzamy kilkakrotnie i obliczamy średnią. Należy baczną zwrócić uwagę na to, by ścianki pryzmatów, przez które przechodzi światło, były starannie oczyszczone, gdyż najmniejsze ślady domieszek obcych spowodują rozmy-



Rys. 62b.



Rys. 62c.



Rys. 63.

cie granicy obu pól i uniemożliwiają dokładny pomiar. Przy wyznaczaniu spółczynnika załamania szeregu cieczy (w warunkach laboratoryjnych) należy zwrócić uwagę na właściwą kolejność pomiarów w tym sensie, by każda z cieczy była rozpuszczalnikiem dla poprzedniej, co łącznie z zabiegiem dokładnego wycierania powierzchni pryzmatów po każdym pomiarze, przemywania jej paru kroplami badanej cieczy i ponownem wytarciu daje warunki otrzymania ostro zarysowanej granicy obu pól. Zazwyczaj mierzymy spółczynnik załamania nast. cieczy kolejno: benzol, eter, alkohol, woda. Wobec tego, że spółczynnik załamania cieczy zmienia się znacznie wraz z temperaturą, należy ją odczytać przy pomocy termometru, który się winien znajdować wpobliżu.

Matowa ściana BC jest przy pomiarach spółczynników załamania pryzmatu i cieczy zasłonięta metalową klapką, mogącą się obracać dokoła osi wpobliżu C. Przy pomiarze spółcz. załamania ciała stałego (np. płytki szklanej), klapkę tę opuszczamy, na płytkę badaną opuszczamy kroplę cieczy o dużym spółczynniku załamania (np. monobromonaftalinu lub siarczku węgla), przykładamy ją do przeciwprostokątnej górnego pryzmatu (po odjęciu od niego pryzmatu dolnego) i przytrzymujemy zapomocą naciskanej ręką klapki. Dopomagając sobie w razie potrzeby jednym z palców tejże ręki, przez naciskanie bezpośrednie płytki na pryzmat w celu otrzymania warstewki cieczy płaskorównoległej (co, jak zobaczymy niżej, stanowi warunek konieczny prawidłowości pomiaru) i oświetlając odsłoniętą teraz ściankę BC odpowiedniem światłem, w pewnem położeniu pryzmatu względem osi lunety ujrzymy granicę jaśniejszego i ciemniejszego pola. Postępując jak poprzednio, wyznaczamy wartość kąta „i", wstawiamy ją do wzoru ogólnego (3) i obliczamy spółczynnik załamania n badanej płytki.

Granica obu pól jest w tej metodzie mniej jaskrawo zaznaczona, ze względu na to, że gdy w poprzedniej metodzie „załamania" promieni o kącie wyjścia z pryzmatu większym niż „i" wcale nie było, w metodzie „odbicia", stosowanej do wyznaczania spółczynników załamania ciał stałych, część promieni ulega całkowitemu wewnętrznemu odbiciu na granicy ośrodków: ciecz — badane ciało, inna część przenika częściowo do wnętrza płytki, częściowo zaś również ulega odbiciu i dostaje się do lunety. Istnienie warstwy cieczy o spółczynniku załamania $n' > n$ nie wpływa na wartość kątów, pod warunkiem tworzenia jednak warstwy płaskorównoległej. Istotnie, nietrudno wykazać (na podstawie rys. 62b), że:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin r} = \frac{n'}{N}; \ \sin r = \frac{n}{n'}, \ \text{skąd} \ \sin \alpha = \frac{n}{N}$$

$$\varphi = \alpha + r'; \ N = \frac{\sin i}{\sin r'}.$$

Przeróbki, podobne do tych, które były uskuteczniane przy wyprowadzaniu wzoru (3), doprowadzają do niego bez trudu.

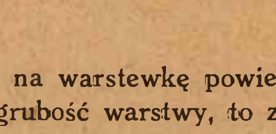
Spółczynnik załamania ciała wyznacza się zwykle dla promieni żółtych Na. W tym celu, jako źródła światła, używamy płomienia palnika bunsenowskiego, zabarwionego chlorkiem sodu. Inna postać przyrządu pozwala na użycie światła białego, przez usunięcie powstającej przy załamaniach promieni świetlnych dyspersji zapomocą układu pryzmatów („à vision directe", noszącego nazwę „kompensatora").

Kompensator składa się z dwu pryzmatów „à vision directe", dających się obracać na wspólnej osi o równe kąty w przeciwnych kierunkach. Każdy z tych pryzmatów złożony jest z dwu pryzmatów z crownu, przyklejonych balsamem kanadyjskim z obu stron do pryzmatu z flintu. Gatunki szkieł i rozwartości kątów tak są dobrane, że promienie żółte po przejściu przez pryzmat nie ulegają ugięciu, oraz rozszczepienie po wyjściu zeń nie ulega zmianie. Wówczas wiązka rozbieżna światła, rozłożona na składowe barwy po wyjściu z pryzmatu górnego, zostaje zamieniona przez pryzmat „à vision directe" w wiązkę równoległą. Mając nastawioną lunetę na promień graniczny (granicę pola jasnego i ciemnego), linja rozgraniczająca, zabarwiona poprzednio, staje się po przejściu promieni przez pryzmat kompensujący, bezbarwną. Wobec tego, że dyspersja w wiązce, wychodzącej

z pryzmatu refraktometru zależy od wartości rozszczepienia w badanem ciele, jeden pryzmat o stałej dyspersji nie wystarcza; stosuje się tu układ z dwu jednakowych pryzmatów, ruchomych dokoła wspólnej osi, dających dyspersję zmienną od O, (gdy krawędzie flintowych pryzmatów składowych zwrócone są w przeciwne strony) do pewnej wartości największej (gdy te krawędzie skierowane są zgodnie). Kąt obrotu jednego pryzmatu względem drugiego daje się odczytywać na bębnie; mając tę wartość oraz znając wartość dyspersji pryzmatu (górnego) refraktometru i pryzmatów kompensatora, korzystając z dość prostego wzoru i tablicy, ważnej dla danego przyrządu, można obliczyć dyspersję badanego ciała $n_F - n_C$, gdzie n_F oznacza spółczynnik załamania dla linji fioletowej Fraunhofera, n_C — linji Fraunhofera czerwonej).

§ 68. **Wyznaczanie długości fali świetlnej metodą pierścieni Newtona** (rys. 64, 65, 66, 67, 67a).

Rozpatrując bieg promieni równoległych, padających na cienką warstwę powietrza, ograniczoną równoległemi płytkami szklanemi (rys. 64), widzimy, że z każdego punktu B', B'', B''' i t. d. wychodzi para promieni, biegnących po tej samej drodze $B'D'$, $B''D''$, $B'''D'''$ i t. d., różniących się długością drogi przebytej, mianowicie dla pierwszego z nich różnica dróg wynosi $BC + CB'$, dla drugiego $B'C' + C'B''$ i t. d.



Rys. 64.

Jeżeli promienie padają na warstewkę powietrza normalnie, różnica dróg wynosi podwójną grubość warstwy, to znaczy $2e$. Wynikające z tego opóźnienie mogłoby pociągnąć za sobą przeciwieństwo dwu faz i drgania zniosłyby się (ciemność), inaczej: gdyby różnica dróg wyniosła $(2p + 1)\frac{\lambda}{2}$, gdzie p oznacza dowolną liczbę całkowitą $(p = 0, 1, 2, 3....)$, mielibyśmy zanik światła. Ale przy odbiciu od ośrodka optycznie gęstszego ($n > 1$) zachodzi zmiana fazy, odpowiadająca połowie okresu drgania, to też promienie, odbite w powietrzu od szkła, otrzymają dodatkową różnicę dróg (równą połowie długości fali) względem promieni, odbitych w szkle od powietrza, które zmianie fazy nie podle-

gają. W wyniku powyższego *minimum* natężenia światła będziemy mieli (przy promieniach odbitych), gdy

$$2e + \frac{\lambda}{2} = (2p + 1)\frac{\lambda}{2},$$

skąd

$$e = p\frac{\lambda}{2}\ ^{1)} \quad \quad \quad \quad \quad (1)$$

Gdy grubość warstewki jest mała w porównaniu do długości fali, fale odbite od powierzchni dolnej unicestwią te, które są odbite od powierzchni górnej, z powodu raptownej zmiany fazy; dlatego też w świetle odbitem od takiej warstwy będziemy mieli ciemność.

Pierścienie Newtona tworzą się przy układzie, złożonym z soczewki dwuwypukłej lub płasko-wypukłej, której powierzchnia krzywa (o dużym promieniu) leży na płaskiej powierzchni płytki i gdy układ ten oświetlimy (najlepiej światłem monochromatycznem). Wówczas ujrzymy wielką ilość pierścieni spółśrodkowych, naprzemian jasnych i ciemnych (o środku ciemnym, w miejscu zetknięcia się obu powierzchni szkła, jak na rys. 65). W takim układzie grubość warstwy powietrza zmienia się w sposób ciągły w funkcji odległości od punktu zetknięcia. Istnieje prosta zależność między grubością warstwy e, a promieniem pierścienia r i promieniem krzywizny soczewki R. Jak widać z rys. 66 (w którym promień krzywizny został znacznie, gwoli większej wyrazistości, zmniejszony)

$$\frac{AE}{EC} = \frac{EC}{ED} \text{ czyli } \frac{e}{r} = \frac{r}{2R - e},$$

skąd

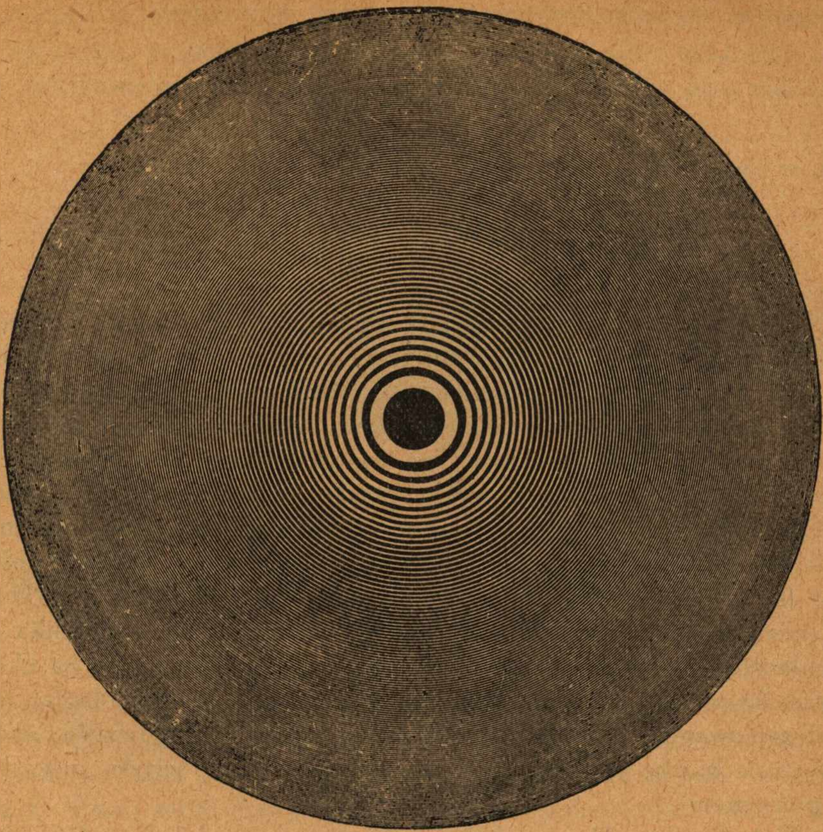
$$r^2 = e(2R - e),$$

ale e jest b. małe w porównaniu do $2R$ (bierzemy soczewkę o dużym promieniu krzywizny, np. 2—3 m), możemy je też w nawiasie opuścić, otrzymujemy więc

$$e = \frac{r^2}{2R}, \quad \quad \quad \quad \quad (2)$$

---

[1]) T. zn. $e = 2p\frac{\lambda}{4}$ dla minimum i $e = (2p + 1)\frac{\lambda}{4}$ dla maximum (przy promieniach odbitych) oraz $e = (2p + 1)\frac{\lambda}{4}$ dla minimum i $e = 2p\frac{\lambda}{4}$ dla maximum (przy promieniach przepuszczonych).



Rys. 65.

oraz, na mocy równania (1) (ważnego, oczywiście, i w tym przypadku)

$$\frac{r^2}{R} = p\lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Powierzchni zetknięcia się soczewki z płytką odpowiada grubość 0 lub w każdym razie b. mała w porównaniu do długości fali. Jak wyżej zaznaczono, przy odbiciu się promieni otrzymamy ciemność. Możemy tę ciemną plamę środkową nazwać pierścieniem rzędu zerowego, przez analogję do pierścieni rzędów wyższych, otaczających go spółśrodkowo. Podstawiając na p kolejno 1, 2, 3... i t. d., otrzymamy:

$$\frac{r_1^2}{R} = \lambda; \quad \frac{r_2^2}{R} = 2\lambda; \quad \frac{r_3^2}{R} = 3\lambda; \ldots \quad \frac{r_m^2}{R} = m\lambda; \ldots \quad \frac{r_n^2}{R} = n\lambda; \ldots \text{it.d.} \quad (4)$$

odejmując stronami dowolną parę równań, otrzymamy

$$\lambda = \frac{r_n^2 - r_m^2}{(n-m)R}$$

lub, w formie wygodniejszej do rachunku

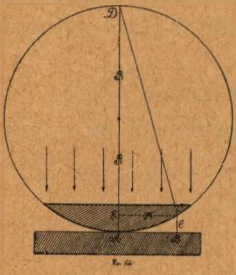
$$\lambda = \frac{(r_n + r_m)(r_n - r_m)}{(n-m)R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Wyznaczając promienie dwu dowolnych pierścieni oraz ich rzędy i mając podaną wartość promienia krzywizny soczewki, możemy obliczyć długość fali λ. Na płaskiej szybce lustrzanej, położona jest wypukła soczewka i umocowana bądź kawałkami plasteliny, bądź przytrzymywana trzema zaciskami. Tuż ponad układem soczewka-płytka, znajduje się przezroczysta szybka szklana, nachylona do poziomu o 45^0. Na poziomie środkowej części szybki szklanej, w odpowiedniej odległości ustawiona jest duża dodatnia soczewka o krótkiej ogniskowej (kondensor), poza nią zaś znajduje się źródło światła, zazwyczaj płomień palnika Bunsena, zabarwiony *NaCl*. Odległość palnika od kondensora obieramy taką, by wiązka promieni, padających na układ soczewka-płytka, była możliwie zbliżona do wiązki równoległej (zadiafragmowanie wiązki i porównywanie średnic tarcz światła, padającego na kartkę papieru, przesuwaną wzdłuż drogi wiązki, może być b. pomocnem).

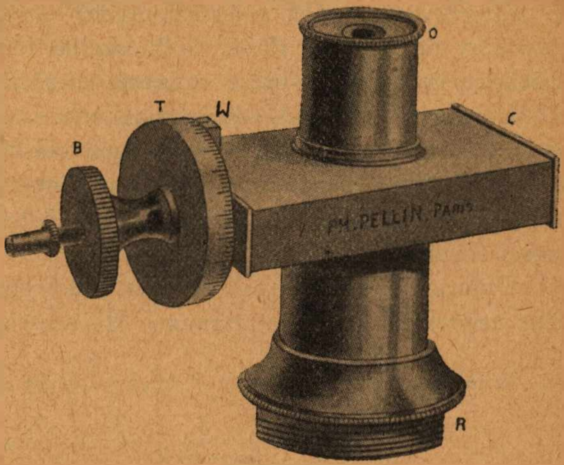
Tuż przed szybką, nachyloną do poziomu pod kątem 45^0, znajduje się objektyw mikroskopu, zaopatrzonego w okular mikrometryczny (rys. 67 i 67a).

O k u l a r m i k r o m e t r y c z n y daje możność mierzenia niewielkich długości z dość dużą dokładnością i wstawiony bywa zazwyczaj na miejsce okularu zwykłego do lunet i mikroskopów. Zewnętrzny jego wygląd podany jest na rys. 67: prostopadle do osi okularu umocowana jest podłużna skrzynka *C*, zawierająca mechanizm przesuwający. Wobec wskaźnika *W*, przesuwają się podziałki bębna *T*, obracanego przy pomocy tarczy moletowej *B*. Mechanizm przesuwający uwidoczniony jest na rys. 67a: zewnętrzne dłuższe brzegi ramy *d* dopasowane są starannie do wewnętrznych brzegów nieco większej ramy *r*, zaopatrzonej w panewkę, w której obracać się może (bez posuwu!) śruba mikrometryczna *S*, zakończona wyżej wzmiankowanym bębnem i tarczą. Wewnętrzna rama *d* zaopatrzona jest również w panewkę, lecz nagwintowaną, i ślizgając się po wewnętrznych brze-

gach ramy *r* i prętów kierujących *k*, na których osadzone są dość mocne sprężyny, przeciwstawiające się wkręcaniu śruby mikrometrycznej, przesuwa przyklejoną do ramy zapomocą szellaku parę nici (np.

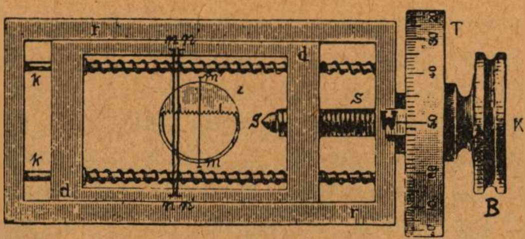


Rys. 66.



Rys. 67.

pajęczych) *nn'*. Na osi optycznej okularu znajduje się nieruchoma nić *mm'*, równie jak poprzednie prostopadła do osi śruby mikrometrycznej. Całkowite obroty bębna odczytuje się na widocznej w polu widzenia pile *Z*, której ząbki odległe są od siebie co jeden krok śruby (piątki i dziesiątki wyróżniają się zazwyczaj głębszem wcięciem). Przy takim układzie martwy chód śruby jest usunięty i odczytania podziałki bębna



Rys. 67a.

są prawidłowe niezależnie od kierunku obrotu. Nastawiamy zawsze jedną z dwu nici *nn'* na środek pierścienia. Przy obrocie śruby nie należy dotykać bębna z podziałką, lecz tarczy *B*.

Po zapaleniu palnika i zabarwieniu płomienia $NaCl$ (sól na azbeście) ustawiamy płomień w ognisku kondensora. Już gołem okiem dojrzymy pierścienie. Przesuwaniem mikroskopu lub układu soczewka-płytka ustawiamy go tak, by środek plamy środkowej znalazł się na skrzyżowaniu nitek (nieruchomych) okularu, które uprzednio nastawiamy na ostrość. Przez podnoszenie lub opuszczanie całego mikroskopu uzyskujemy ostre widzenie pierścieni.

Mierzymy kolejno średnicę możliwie największej ilości pierścieni, nastawiając jedną z nitek ruchomych okularu (zawsze tę samą) na środek ciemnego pierścienia przy obu końcach średnicy i licząc wykonaną przy tem całkowitą ilość obrotów bębna (ząbki) i ilość setnych części obrotu.

Obliczamy długość fali światła sodowego dla różnych m i n. Pomiar najdokładniejszy otrzymamy dla największej wartości $(n - m)$.

Wyłączając błąd $(n - m)$ i R, błąd graniczny pomiaru

$$\Delta\lambda = \frac{2}{(n-m)R} (r_n \Delta r_n + r_m \Delta r_m).$$

§ 69. **Wyznaczanie długości fali świetlnej zapomocą siatki dyfrakcyjnej** (rys. 68 i 69).

Jako siatka służy nam płytka szklana, zaopatrzona w szereg drobnych rys równoległych, naciętych diamentem; rysy działają jako zasłony, gładkie miejsca między niemi jako szpary. Odległość między rysami (t. zw. „stała siatki") wynosi zwykle co najwyżej 0,02 mm. Jeśli na siatkę pada wiązka promieni równoległych o długości fali λ, to następuje ugięcie według znanego równania:

$$\lambda = C \frac{\sin \varphi_n}{n}, \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

gdzie n jest rzędem widma, a C — stałą siatki (rys. 68).

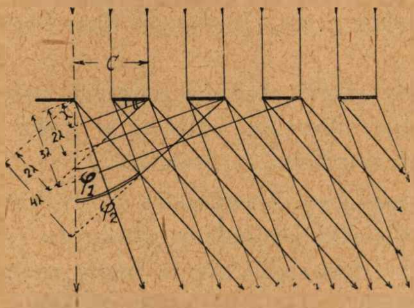
Do pomiarów kątów ugięcia φ_n służy przeważnie spektrometr (porównaj § 65). Po zaznajomieniu się z rolą i działaniem poszczególnych jego części (np. śrub S_1, S_2, M_1, M_2, V_1, V_2, s_1, s_2, s_3), i określeniu stopnia dokładności pomiaru kątów (nonjusz) posiłkujemy się nim, jak następuje:

A. Ustawienie.

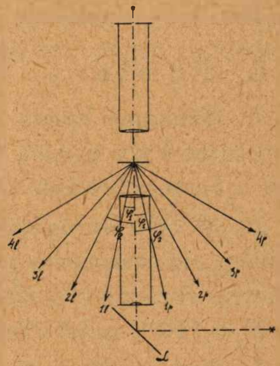
1. Nastawiamy okular lunety wziernej na ostrość obrazu krzyża nitek (patrzeć na jasno oświetlone tło).

2. Nastawiamy lunetę wzierną na „nieskończoność" (w tym celu można lunetę wyjąć ostrożnie z jej oprawy): obserwując przez nią jakiś odległy przedmiot (drzewo, dom, górę), kręcimy trybik *u*, póki obraz nie stanie się zupełnie ostry (dokładniej: póki nie będzie on wykazywał paralaksy względem obrazu nitek — porównaj str. 12 i 124), poczem wkładamy ją zpowrotem na jej miejsce do oprawy.

3. Oświetlamy szczelinę kolimatora światłem badanem (zwykle nieświecącym płomieniem bunsenowskim, zabarwionym na żądany kolor przez wetknięcie weń knotka azbestowego, zanurzonego uprzednio w roztworze soli badanego ciała — np. *NaCl*, *LiCl* i t. d.).



Rys. 68.



Rys. 69.

4. Ustawiwszy lunetę wzierną nawprost kolimatora, ustawiamy szczelinę tego ostatniego (przez wsuwanie lub wysuwanie oprawki), tak, aby jej obraz w lunecie był jak najostrzejszy; szerokość szczeliny regulujemy tak, aby jej obraz w polu widzenia lunety miał pozorną szerokość około 1 mm; jednocześnie ustawiamy lunetę wzierną tak, aby pionowa nitka pajęcza przebiegała przez środek obrazu szczeliny.

5. Stawiamy siatkę na obracającym się środkowym stoliczku spektrometru mniej więcej prostopadle do osi optycznych kolimatora i lunety; do unieruchomienia jej tu służą odpowiednie uchwyty, różne w aparatach różnej konstrukcji. Rysy siatki ustawić pionowo; o ich położeniu można się przekonać, patrząc przez siatkę na niewielki jasny przedmiot (płomień, żarówkę i t. d.): jeśli wydaje się on wydłużony w kierunku poziomym, lub daje w tym kierunku parę obrazów, to rysy są pionowe. N i g d y n i e d o t y k a ć p a l c a m i p ł a s z c z y z n s i a t k i!

6. Ustawiamy siatkę dokładnie prostopadle do promieni, padających na nią z kolimatora; jako sprawdzian służy tu okular Gaussa (§ 65), jako środki, do regulowania położenia siatki — obracanie stoliczka — wprost i śrubą M_1 (po zamocowaniu śruby zaciskowej S_1) oraz nachylanie płaszczyzny stoliczka przy pomocy śrubek S_1, S_2 i S_3.

7. Ustawiamy rysy siatki dokładnie pionowo; w tym celu zasłaniamy szparę kolimatora, pozostawiając oświetlonym tylko zupełnie krótki (środkowy) jej kawałek, i obserwujemy, czy powstające widma leżą na linji poziomej (wzdłuż poziomej nitki pajęczej); jeśli nie, to przekręcamy zlekka siatkę w jej uchwycie, bacząc, by nie zmienić przytem jej prostopadłego położenia względem promieni (ewent. sprawdzić je jeszcze raz i poprawić śrubą M_1 i jedną ze śrubek s').

B. Pomiary.

1. Szukamy lunetą wzierną wszystkich obrazów ugiętych szczeliny, notując kąty ugięcia i przypisując obrazom, ugiętym w lewo, numery ujemne, obrazom zaś, ugiętym w prawo — dodatnie.

2. W celu wyrównania błędu, mogącego wyniknąć z nieco ekscentrycznego umieszczenia płaszczyzny siatki względem osi obrotu spektrometru, obracamy stoliczek z siatką (po rozluźnieniu śruby zaciskowej S) o 180^0 i powtarzamy jeszcze raz serję pomiarów, jak pod 1.

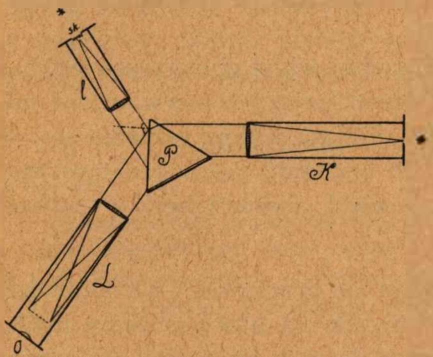
Z otrzymanego w ten sposób zbioru rezultatów możemy wyliczyć średnią wartość λ na różne sposoby; w każdym razie należy przy tych obliczeniach uwzględniać obie serje pomiarów w sposób zupełnie analogiczny.

§ 70. **Analiza spektralna** (rys. 70 i 70a).

Metody badania wiązek energji promienistej z wyznaczaniem jej części składowych i opisem zjawisk przy tem zachodzących stanowią dział fizyki, noszący nazwę spektroskopji. Wiązka promieni złożonych, padająca na granicę dwu ośrodków o różnych spółczynnikach załamania, zostaje rozłożona na części składowe, bowiem spółczynnik załamania dla jednego ośrodka względem drugiego jest funkcją długości fali, wobec czego energja zostaje rozłożona w przestrzeni i tworzy t. zw. widmo. Zjawisko to nosi nazwę rozszczepienia (dyspersji). Każdej z długości fal odpowiada inne wrażenie fizjologiczne, część jednak (i to często dość znaczna) daje się wykryć jedynie na drodze badania zjawisk wtórnych, jak zaczernienie kliszy fotograficznej lub powstawania prądów elektrycznych (komórka fotoelek-

tryczna, termostos) dla części widma niewidzialnych (pozaficletowego i podczerwonego).

Widma emisyjne powstają przez rozłożenie na części składowe wiązki energji wysyłanej przez ciała poddane działaniu wysokiej temperatury lub wyładowań elektrycznych. Widma absorbcyjne otrzymuje się przy przepuszczaniu wiązki energji przez ośrodek absorbujący. Rozżarzone ciała stałe i ciecze dają widmo ciągłe, w którem zmiana przestrzenna długości fali odbywa się w sposób ciągły. Rozżarzone (lub poddane działaniu wyładowań elektrycznych) pary i gazy dają (z małemi wyjątkami) widma linjowe (prążkowe) lub pasmowe, w których energja rozłożona jest w przestrzeni w sposób nieciągły i daje się wykryć w postaci prążków lub smug na tle ciemnem. W widmach absorbcyjnych pochłonięte mogą być przez ośrodek ab-



Rys. 70.



Rys. 70 a.

sorbujący bądź poszczególne, wąskie części widma ciągłego (widma absorbcyjne linjowe i pasmowe), bądź też całe jego połacie. Położenie prążków lub pasm jest charakterystyczne dla danego ciała, pobudzonego do promieniowania w danych warunkach. W analizie spektralnej wykorzystujemy tę własność ciał i przez badanie rozkładu energji w widmie określamy rodzaj ciał, które je wytwarzają. Oprócz zmian spółczynnika załamania w zależności od długości fali dla danych dwu ośrodków, r ó ż n i c e tych zmian dla pary danych długości fal są różne dla różnych ciał. Wskutek tego rozciągłość widma w różnych jego częściach zależy od rodzaju ciał rozszczepiających.

Do wytwarzania widm używa się zazwyczaj (rys. 70 i 70a) spektroskopu, składającego się z pryzmatu *P* (zazwyczaj ciężki flint, równoboczny), kolimatora *K* zaopatrzonego w przesuwany system szpa-

ry, dającej się regulować na szerokość, lunety wziernej L, zaopatrzonej w przesuwany okular O i niewielkiej lunetki l_1, ustawionej pod odpowiednim kątem względem pryzmatu, w płaszczyźnie ogniskowej, w której znajduje się drobna skala *sk*, oświetlana dodatkowem źródłem światła. Wiązka promieni padająca na pryzmat winna być równoległą i być nachyloną pod kątem najmniejszego odchylenia dla części środkowej widma, w tym bowiem tylko przypadku obrazy szpary dla różnych λ znajdują się w jednakowych odległościach od pryzmatu, co umożliwia nastawienie na ostrość okularu lunety dla dowolnej części widma, ostry obraz szpary nie zmienia się ze zmianą dziedziny widma. Skalę bocznej lunetki ustawiamy tak (daje się wsuwać lub wysuwać w oprawie), by ostry obraz szpary, oświetlonej zabarwionym płomieniem palnika Bunsena, nie przesuwał się na jej tle, przy przesuwaniu oka przed okularem (uniknięcie zjawiska paralaksy).

Zazwyczaj poddaje się badaniu szereg widm emisyjnych płomienia palnika Bunsena, zabarwionego solami lżejszych pierwiastków metalicznych (np. K, Ca, Li, Str, Ba i t. d.) lub widma jarzenia się gazów (np. H, He, N i t. d.) poddanych działaniu prądu elektrycznego wysokiego napięcia (np. zapomocą cewki indukcyjnej) w rurkach Geisslera.

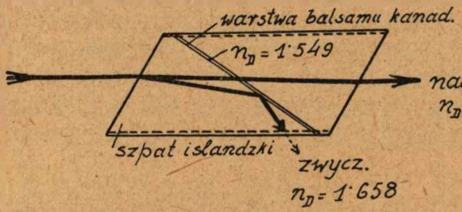
Wzdłuż pręta małego statywu daje się przesuwać i na odpowiedniej wysokości umocowywać boczny pręcik, na który możemy nakładać krótkie rurki szklane z włożonemi do nich knotkami skręconemi z waty azbestowej. Knotek zwilżamy roztworem badanej soli i ustawiamy go stycznie do płomienia od strony szpary spektroskopu. Jeżeli uprzednio wyregulowaliśmy system szpary, okular lunety i skalę (np. dla światła sodowego), w polu widzenia ujrzymy prążki charakterystyczne dla danego pierwiastka na tle skali. Odnotowujemy położenia tych prążków graficznie w następujący sposób: mając przygotowany szereg odrysowanych skal (w ilości badanych pierwiastków i ich mieszanin), będących odwzorowaniem skali danego przyrządu, zaznaczamy na pierwszej z nich, a później na następnych, miejsca, w których znajdują się prążki, względnie pasma, obserwowane w widmie, oznaczając ich szerokość wzdłuż skali, natężenie światła zaś, względnie przebieg zmienny natężenia światła, w kierunku prostopadłym do skali (np. prążek najbardziej jaskrawy w środkowej swej części oznaczymy graficznie jako odwróconą literę V, słabe widmo ciągłe — łukiem płaskim i t. d.). Wykrycie składników w mieszaninie

zbadanych uprzednio pierwiastków nie przedstawia w ten sposób trudności.

Podziałki skali spektroskopu są dowolne i różnią się zazwyczaj w różnych przyrządach. Ażeby móc wyznaczyć długość fali nieznanego prążka, cechujemy spektroskop, t. zn. wyznaczamy dla niego krzywą dyspersji. Mając wyznaczone położenia prążków o znanej długości fali (korzystając z tablic), odkładamy na papierze milimetrowym na osi odciętych wartości podziałek, na osi rzędnych długości fal (w dowolnych jednostkach). Przez punkty odpowiednie przeprowadzimy krzywą, charakterystyczną dla danego spektroskopu. Z takiego wykresu znajdujemy bez trudu długość fali nieznaną, jeżeli wyznaczyliśmy uprzednio położenie badanego prążka na skali spektroskopu. Widma absorbcyjne badamy przy użyciu światła białego (oświetlając np. szparę światłem żarówki matowej), ustawiając przed szparą naczyńko, zawierające badany roztwór. Bardzo charakterystycznemi są widma słabego roztworu nadmanganianu potasu, czerwonego wina w wodzie, barwników wogóle, chlorofilu, krwi i t. d.).

§ 71. **O przyrządach polaryzacyjnych** (rys. 71, 71a, 72, 72a, 72b, 72c).

Niektóre ciała organiczne (np. cukier, kwas winny, terpentyna i t. d.) oraz niektóre minerały (np. kwarc) posiadają własność skręcania płaszczyzny przechodzącego przez nie światła, spolaryzowanego prostolinijnie. Jeśli więc między „skrzyżowane" polaryzator i analizator przyrządu polaryzacyjnego wsuniemy warstwę



Rys. 71.



Rys. 71 a.

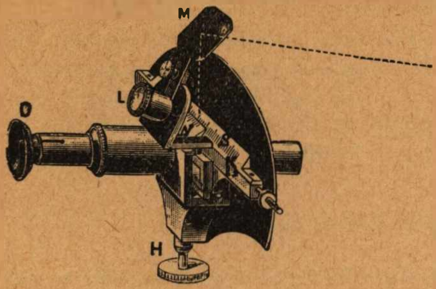
ciała „optycznie czynnego", to chcąc otrzymać całkowitą ciemność, musimy przekręcić analizator o pewien kąt, który caeteris paribus jest proporcjonalny do grubości warstwy ciała optycznie czynnego, oraz—jeśli ciałem tem jest roztwór jakiejś substancji organicznej, np. cukru trzcinowego — do stopnia stężenia roztworu (dla niezbyt wielkich stężeń). Na tem polega zasada polarymetrów lub „sacharymetrów". Często wyzyskana jest w ich konstrukcji także i ta okoliczność, że zdolność skręcania płaszcz. pol., która zresztą zależna jest też i od ciśnienia oraz

temperatury, jest tem większa, im krótsza jest fala użytego światła („dyspersja płaszczyzn polaryzacji"). Jako polaryzator i analizator służą „nikole" (rys. 71); oprócz nich polarymetry zawierają jeszcze różne części pomocnicze, opisane poniżej.

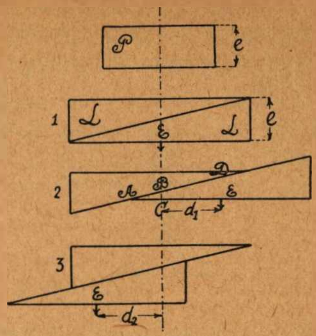
B i k w a r c (rys. 71a). Niech wiązka promieni białych przenika przez oba nikole: polaryzator i analizator oraz przez wstawione między nich ciało skręcające płaszczyznę polaryzacji. Jeżeli ustawione są one w ten sposób, że płaszczyzna przekroju głównego analizatora pokrywa się z płaszczyzną polaryzacji promieni zielono-żółtych (z powodu dyspersji płaszczyzn polaryzacji, wprowadzonej przez ciało skręcające, płaszczyzny polaryzacji dla różnych długości fal będą tworzyły różne kąty z płaszczyzną przekroju głównego analizatora, zależnie od długości fali), wówczas barwa zielono-żółta zostanie zgaszoną, pole widzenia zaś będzie miało barwę (dopełniającą do białości) szaro-fiołkową, tem się odznaczającą od wszystkich innych, które otrzymujemy przy obrocie jednego nikola względem drugiego i ciała skręcającego, że najmniejszy obrót analizatora w jedną lub drugą stronę spowodowuje rażącą zmianę zabarwienia na czerwono lub szafirowo. Ta przejściowa barwa szaro-fiołkowa nosi nazwę o d c i e n i a c z u ł e g o (położenie zerowe przyrządu).

Nastawianie analizatora na odcień czuły można uczynić jeszcze bardziej dokładnem, gdy między nikole wstawimy t. zw. b i k w a r c. Płytka kwarcu o grubości 1 mm skręca płaszczyznę polaryzacji barwy zielono-żółtej o 24^0, wobec tego płytka o grubości 3,75 mm skręci ją o 90^0, a płytka o grubości 7,5 mm — o 180^0. Ale analizator gasi promienie, których płaszczyzna polaryzacji zlewa się z jego przekrojem głównym, wobec tego płytka kwarcowa o grubości 3,75 mm da odcień czuły przy nikolach ustawionych równolegle, mając zaś grubość 7,5 mm da ten sam odcień przy nikolach skrzyżowanych. Bikwarc składa się z dwóch sklejonych połówek tarczy, z których jedna wycięta jest z kwarcu prawoskrętnego, druga — z kwarcu lewoskrętnego. Płytka taka (o grubości 3,75 mm względnie 7,5 mm) skręca płaszczyznę polaryzacji każdą połowę o jednakowe kąty w przeciwne strony. Zaletą stosowania bikwarcu jest dalsze uczulenie przyrządu, gdyż najmniejsze skręcenie płaszczyzny polaryzacji względem położenia, przy którem otrzymany jest odcień czuły, uwidocznia się rażącem zabarwianiem jednej połowy pola widzenia na czerwono, drugiej — na szafirowo, co się, oczywiście, łatwiej daje ocenić przez kontrast sąsiadujących połówek.

K o m p e n s a t o r S o l e i l'a (rys. 72) składa się z płytki *D* (rys. 72a) kwarcu prawoskrętnego i z płytki *G* kwarcu lewoskrętnego, przeciętej wzdłuż płaszczyzny przekątnej i tworzącej w ten sposób dwa kliny *K*, mogące się wobec siebie przesuwać. Obie płytki *D* i *G* posiadają tę samą grubość *e*, czyli działanie ich znosi się przy położeniu zerowem kompensatora. Wystarczy jednak przesunąć kliny lewoskrętne wobec siebie (wielkość przesunięcia można odczytać przy pomocy lupy na odpowiedniej skali S i nonjuszu N), by działanie ich już nie było kompensowane przez płytkę prawoskrętną *D*, mianowicie, przy rozsuwaniu klinów warstwa kwarcu lewoskrętnego staje się cieńszą i kompensator skręca w prawo (przewaga *D*), przy zesuwaniu ich ku sobie — w lewo. Grubość warstwy *OC* kwarcu lewoskrętnego każdorazowo daje się wyznaczyć przez odczytanie położenia *O* nonjusza na skali d_p lub d_l (lupa!), skąd, znając wartość grubości *e*, połowy dłu-



Rys. 72.



Rys. 72 a.

gości klina l oraz kąta α, o który skręca płaszczyznę polaryzacji płytka kwarcowa o grubości 1 mm, wyznaczamy OC, ze wzoru

$$OC = \frac{e}{2}\,\frac{2l - d_p}{l}, \text{ względnie } OC' = \frac{e}{2}\,\frac{2l - d_l}{l},$$

wartość zaś kąta skręcenia w prawo lub lewo ze wzoru

$$\varphi_p = e\frac{d_p}{2l}\alpha \text{ w prawo, względnie } \varphi_l = e\frac{d_l}{2l}\alpha \text{ w lewo}^{1)}.$$

Widzimy więc, że kąty skręcenia są proporcjonalne, wobec stałości e, l i α, do przesunięć klinów w prawo lub lewo.

P ł y t k a S a v a r t'a (rys. 72b) składa się z dwu płytek kryształu jednoosiowego (np. szpatu islandzkiego lub kwarcu) wyciętych pod kątem 45° do głównych osi optycznych i nałożonych na siebie tak, by ich przekroje główne były do siebie prostopadłe. Niech wiązka promieni, bodaj częściowo spolaryzowanych, pada na płytkę Savart'a. Przy pomocy lunety (nastawionej na nieskończoność) ujrzymy w polu widzenia szereg prążków interferencyjnych wielobarwnych w wypadku użycia światła białego, ciemnych i jednobarwnych przy użyciu światła monochromatycznego. Prążki znikają (przynajmniej w okolicach skrzyżowania nitek, w które zaopatrzona jest luneta), gdy światło padające na płytkę wcale nie jest spola-

---

[1]) Bez trudu wyprowadzamy ten wzór: w położeniu np. 2.

$$OC = OB + BC = \frac{e}{2} + BC; \quad \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}; \quad \frac{BC}{\frac{e}{2}} = \frac{AE - CE}{AE} = \frac{l - d_p}{l},$$

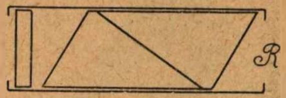
$$\text{skąd } BC = \frac{e}{2}\,\frac{l - d_p}{l}; \quad OC = \frac{e}{2}\,\frac{2l - d_p}{l};$$

Wobec tego, że promień przebiega jeszcze drogę e w kwarcu prawoskrętnym, działanie łączne obu kwarców będzie: $e - \frac{e}{2}\,\frac{2l - d_p}{l} = e\,\frac{d_p}{2l}$. Podobnie otrzymamy wzór na OC'.

ryzowane lub gdy się składa z promieni o jednakowem natężeniu (amplitudzie) spolaryzowanych w płaszczyznach wzajemnie prostopadłych. Położeń takich (są to położenia zerowe przyrządu b. czułe) jest 4, różnią się one między sobą o kąt $= 90^0$.



Rys. 72 b.



Rys. 72 c.

D i a f r a g m a z p ł y t k ą k w a r c o w ą p ó ł f a l o w ą (rys. 72c) w najprostszej postaci tworzy zasłonę połowy pola widzenia przez płytkę kwarcu takiej grubości, by promienie światła *Na*, spolaryzowane w płaszczyznach równoległej i prostopadłej do jej osi (promień zwyczajny i nadzwyczajny), osiągały w niej różnicę dróg równą pół długości fali (w praktyce równą $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$, gdzie gdzie *n* jest liczbą całkowitą). Linja rozgraniczająca połowy pola widzenia jest równoległa do osi optycznej kryształu. (Wycięta jest ona równolegle do osi, to też nie skręca płaszczyzny polaryzacji). Jeżeli płaszczyznę polaryzacji promieni jednorodnych *(Na)* przepuszczonych przez polaryzator uczynić, przez jego obrót, równoległym lub prostopadłym do osi płytki kwarcowej, zasłaniającej połowę pola widzenia, to przy wszelkich położeniach analizatora obie połówki będą jednakowo jasne (lub ciemne) i płytka nie będzie załamywała podwójnie. Wystarczy jednak obrócić polaryzator (zazwyczaj daje się on w niewielkich granicach obracać) o niewielki kąt taki, by płaszczyzna polaryzacji przepuszczonych przezeń promieni tworzyła niewielki kąt α z osią płytki kwarcowej. Płaszczyzny polaryzacji promieni przepuszczonych przez miejsce puste w diafragmie i płytkę kwarcową odchylone są teraz o kąt 2α. Jeśli obrócimy teraz analizator w którąkolwiek stronę, jedna z połówek pola widzenia stanie się ciemna, druga zaś jasna. Przy obrocie analizatora w przeciwną stronę obraz zostaje odwrócony. Przy położeniu pośredniem analizatora, przy którem jego płaszczyzna polaryzacji jest prostopadłą do brzegu płytki, połowy pola widzenia, stają się jednakowo jasne (lub ciemne). Za położenie zerowe przyrządu obieramy takie, przy którem obie połowy są jednakowo ciemne (położenie czulsze). Przy najmniejszym obrocie analizatora jedna z połówek staje się ciemniejszą. Im silniejszem jest źródło światła i im bardziej przezroczystem jest ciało badane, tem mniejszą możemy nadać wartość kątowi α przez regulację polaryzatora i tem większą będzie czułość przyrządu.

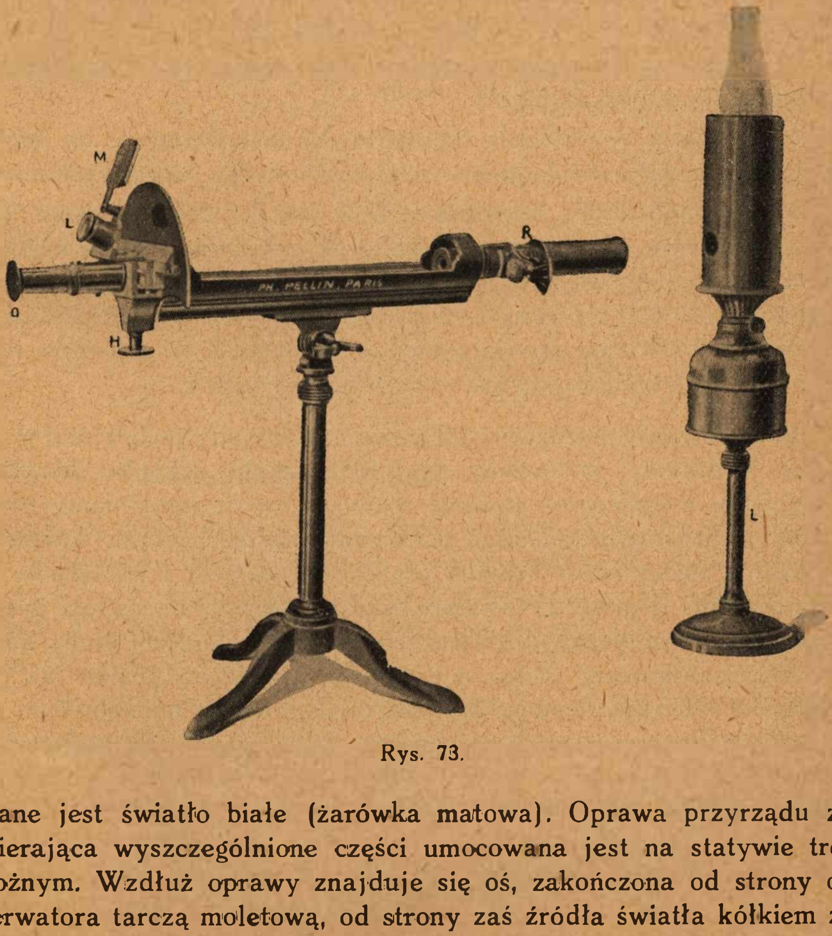
R e g u l a t o r b a r w y (rys. 71d). Nie dla każdego oka barwa szaro-fiołkowa (odcień czuły) jest najczulszą. Z drugiej strony ważnem jest zmieniać ją w wypadku, gdy ciało badane pochłania składowe barwy szaro-fiołkowej. Regulator barwy składa się z nikola *a* i płytki kwarcowej *b* (prawo- lub lewoskrętnej). Przy użyciu światła białego poza nikolem *a* otrzymujemy spolaryzowane promienie białe, których płaszczyzna polaryzacji jest prostopadła do przekroju głównego nikola *a*. Po przejściu przez płytkę *b* promienie te ulegną dyspersji płaszczyzn polaryzacji. W polaryzatorze *P* otrzymuje się zgaszenie tych promieni, których płaszczyzna polaryzacji zlewa się z przekrojem głównym polaryzatora *P*. Przez

obrót regulatora powodujemy gaszenie coraz to innych barw składowych światła białego i poza polaryzatorem otrzymujemy w ten sposób barwę dopełniającą.

Przygotowanie normalnego roztworu cukru. 16,29 g cukru startego na proszek w moździerzu wsypujemy do cylindra miarowego i rozpuszczamy w wodzie destylowanej w ilości kilkudziesięciu cm^3 (jeżeli roztwór nie jest przezroczysty, dodajemy 2 — 3 cm^3 podoctanu ołowiu). Całość dopełniamy do 100 cm^3. Zdolność skręcająca takiego roztworu o grubości 2 dm jest taka sama, jak płytki kwarcowej o grubości 1 mm.

§ 72. **Polarymetr Soleil-Wentzke** (rys. 73).

Części składowe przyrządu (od strony źródła światła, kolejno): regulator barwy *R*, polaryzator *P*, (nikol), bikwarc *B*, rurka dla badanej cieczy *T*, kompensator Soleil'a *K*, analizator *A* (nikol). Uży-



Rys. 73.

wane jest światło białe (żarówka matowa). Oprawa przyrządu zawierająca wyszczególnione części umocowana jest na statywie trójnożnym. Wzdłuż oprawy znajduje się oś, zakończona od strony obserwatora tarczą moletową, od strony zaś źródła światła kółkiem zę-

batem, obracającem zapomocą takiejże przekładki regulator barwy R, który w innych modelach reguluje się bezpośrednio. Od strony obserwatora na przedłużeniu osi głównej przyrządu znajduje się niewielka luneta Galileusza, powyżej niej lupa L, przy pomocy której odczytujemy (nonjusz!) podziałki skali kompensatora K. Poniżej kompensatora znajduje się śruba H, przesuwająca klin kompensatora.

Pomiar wykonywamy w porządku następującym:

A. 1) wypłókaną i osuszoną rurkę (przeznaczoną do badanej cieczy) ustawiamy w odpowiednie korytko przyrządu i zamykamy górną jego przykrywę;

2) zapalamy żarówkę ustawioną na osi przyrządu;

3) ustawiamy lupę na ostrość wiedzenia skali i nonjusza, okular O lunety Galileusza na ostrość granicy płytek bikwarcu;

4) obracając śrubę kompensatora, doprowadzamy O nonjusza do zetknięcia się z 0 skali (lupa!);

5) obracając przekładnią regulatora R, nastawiamy go na odcień czuły i przez cały ciąg pomiaru pozostawiamy go już nieruchomym;

6) obracamy śrubę kompensatora w jedną i drugą stronę, osiągając jednakowe zabarwienie obu połówek pola widzenia. Za każdym razem odczytujemy wartość skali i nonjusza. Pomiarów takich wykonywamy około 10 i bierzemy z nich średnią arytmetyczną. Odczytania na lewo od 0 nonjusza przyjmujemy ze znakiem $+$, na prawo ze znakiem $-$. Niech średnia wartość tych odczytań będzie n_0.

B. Jeśli mamy wyznaczyć skręcenie płaszczyzny polaryzacji przez płytkę kwarcową, wstawiamy ją między rurkę a koniec korytka; w wypadku wyznaczania stężenia roztworu cukru, napełniamy rurkę badanym roztworem (unikając utworzenia się pęcherzyka powietrza i ściskania cieczy przez szklane płytki zamykające) i wstawiamy ją na poprzednie miejsce. Ustawiamy okular ponownie na ostrość granicy pól (droga optyczna jest teraz zmieniona!). Obrotem śruby kompensatora uzyskujemy odcień czuły, wykonywając ten pomiar jak poprzednio i obliczając średnią arytmetyczną n. Odczytania skali na lewo od 0 przyjmujemy teraz ze znakiem $-$, na prawo—ze znakiem $+$. Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji promieni gaszonych przez analizator wynosi:

$$(n + n_0) \frac{e}{2l} \alpha,$$

wartość $\frac{e}{2l}\alpha$ jest stała dla danego przyrządu i dla danych promieni (to znaczy, przy danem nastawieniu regulatora R).

C. Zdolność skręcająca roztworów jest przy niewielkich stężeniach proporcjonalną do stężenia, to jest do pewnej ilości gramów ciała rozpuszczonego na 100 cm³ roztworu. Jeżeli przy wiadomem stężeniu C skręcenie wynosi φ, a przy nieznanem stężeniu x kąt skręcenia osiąga wartość φ_x, wówczas

$$\frac{\varphi}{\varphi_x} = \frac{C}{x}, \quad \text{skąd } x = C\frac{\varphi_x}{\varphi};$$

ale

$$\varphi = (n_c + n_0)\frac{e}{2l}\alpha \quad \text{oraz} \quad \varphi_x = (n_x + n_0)\frac{l}{2l}\alpha$$

$$\frac{\varphi_x}{\varphi} = \frac{n_x + n_0}{n_c + n_0}, \quad \text{skąd} \quad x = C\frac{n_x + n_0}{n_c + n_0}.$$

Jako roztwór cukru o wiadomem stężeniu przygotowujemy roztwór normalny, zawierający 16,29 g cukru na 100 cm³ roztworu. Wobec tego $C = 16{,}29$.

Błąd graniczny wyniku:

$$\Delta x = x\left\{\frac{\Delta(n_x + n_0)}{n_x + n_0} + \frac{\Delta(n_c + n_0)}{n_c + n_0}\right\}.$$

§ 73. Polarystrobometr Wild'a.

Części składowe przyrządu, licząc kolejno od strony źródła światła: polaryzator (nikol) P, rurka z cieczą badaną R, płytka Savart'a S, objektyw C, krzyż nitek i okular e, składające się na lunetę L, analizator A. Używamy światła palnika bunsenowskiego, w którym płomień zabarwiamy NaCl.

Oprawa, zawierająca wyszczególnione części, umocowana jest na trójnożnym statywie. Wzdłuż oprawy znajduje się oś, zakończona od strony obserwatora tarczą moletową, od strony zaś źródła światła kółkiem zębatem, wprawiającem zapomocą takiejże przekładni w obrót polaryzator, obracający się wraz z tarczą, podzieloną na stopnie (i półstopnie). Nieruchomy wskaźnik pozwala odczytywać kąty (na oko) z dokładnością do 0,1°.

Pomiar wykonywamy w porządku następującym:

1) wypłókaną i osuszoną rurkę (przeznaczoną do badanej cieczy) wstawiamy w odpowiednie korytko przyrządu i zamykamy górną jego przykrywę;

2) zapalamy płomień palnika Bunsena i zabarwiamy go NaCl;

3) nastawiamy okular na ostrość skrzyżowania nitek (jednocześnie obraz prążków interferencyjnych widzimy najostrzej; luneta jest nastawiona na stałe na nieskończoność);

4) obracamy nikol-polaryzator do zniknięcia prążków (przynajmniej w okolicy bezpośredniej skrzyżowania nitek). Odczytujemy na tarczy polaryzatora a_1 (z dokładnością do 0,1°). Obracamy polaryzator o 90° (prawie), 180°, 270° i notujemy odczytane wartości a_2, a_3, a_4. (Przy sposobności zauważamy, że przy przejściu od jednego położenia polaryzatora do sąsiedniego prążki z ciemnych stają się jasnemi i odwrotnie). Każde nastawianie (a_1, a_2 i t. d.) należy powtarzać kilkakrotnie i do obliczeń wziąć średnie arytmetyczne;

5) nalewamy badanej cieczy do rurki (wystrzegać się pęcherzyków powietrza i ściśnięcia cieczy przez szybki) i czekamy czas jakiś, aż się temperatura ustali. Wykonywamy nową serję pomiarów i znajdujemy średnie b_1, b_2, b_3, b_4. Szukany kąt skręcenia będzie

$$b - a = \frac{(b_1 - a_1) + (b_2 - a_2) + (b_3 - a_3) + (b_4 - a_4)}{4}.$$

6) mierzymy długość rurki l suwakiem, a gęstość cieczy d na wadze Mohr'a lub Westphala, a znając ciężar cząsteczkowy M cieczy, obliczamy kąt skręcenia α, właściwy $[\alpha]$ i molekularną $[M]$ zdolność skręcającą:

$$\alpha = \frac{b-a}{l}; \quad [\alpha] = \frac{b-a}{ld}; \quad [M] = \frac{b-a}{ld} \frac{M}{100}.$$

Błąd graniczny wyniku (z pominięciem błędu w wyznaczeniu d i l)

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta(b-a)}{l} \quad \Delta[\alpha] = \frac{\Delta(b-a)}{ld} \quad \Delta[M] = \frac{\Delta(b-a)}{ld} \frac{M}{100}.$$

§ 74. Sacharymetr Laurent'a (półcieniowy).

Światło zabarwionego Na płomienia palnika Bunsena, przefiltrowane przejściem przez warstwę B dwuchromianu potasowego, pada na polaryzator P, który może być obracany w pewnych granicach zapo-

mocą ramienia *I* zaopatrzonego we wskaźnik, przesuwający się wzdłuż niewielkiego łuku tarczy ze skalą *K* [1]). W *D* znajduje się diafragma z płytką kwarcową półfalową, zasłaniającą połowę pola widzenia. Nikol analizator, obracający się z lupą *L*, pozwala odczytywać dokładnie nonjusz, oświetlony lusterkiem *M*, przesuwający się wzdłuż nieruchomej tarczy przyrządu. Obrót analizatora dokonywa się przy pomocy śruby i kremaljery. Małą lunetę Galileusza nastawiamy na ostrość brzegu płytki kwarcowej diafragmy *D*. Wszystkie części zestawione są we wspólnej oprawie, osadzonej na statywie.

Skręcenie właściwe roztworu cukru (1 g cukru w 1 cm^3 roztworu) dla żółtych promieni Na wynosi $66{,}5^0$ na dm. Skręcenie φ, odpowiadające stężeniu z gramów w 100 cm^3 roztworu, dla warstwy o grubości l dm będzie, oczywiście

$$\varphi = 0{\cdot}665^0\, l r, \quad \text{skąd } z = 1{\cdot}504\, \frac{\varphi}{l} \text{ (dla Na).}$$

Rurkę *T*, uprzednio przemytą i wysuszoną dokładnie, napełniamy badanym roztworem, ścinamy utworzony menisk płytką szklaną i wkręcamy ostrożnie zpowrotem oprawkę, przyciskającą szkiełko do rury (unikać tworzenia się pęcherzyków powietrza i ściskania cieczy w rurze). Rurkę wstawiamy do korytka przyrządu, zamykamy przykrywą, zabarwiamy płomień palnika Bunsena NaCl, nastawiamy okular na ostrość granicy pól, ramię *I* ustawiamy tak, aby zaledwie dostateczna ilość światła spolaryzowanego przenikała do oka obserwatora i obrotem śruby zasadniczej (obracającej analizator) doprowadzamy do położenia, przy którem obie połówki pola widzenia będą jednostajnie zaciemnione. Nastawienie to powtarzamy kilkakrotnie, odczytując na skali i nonjuszu odpowiednie wartości. Niech średnia arytmetyczna tych odczytań będzie a^0. Wylewamy roztwór cukru i, przemywszy uprzednio kilkakrotnie wodą, napełniamy rurkę, jak wyżej, wodą destylowaną. Nie dotykając teraz ramienia *I* wykonywamy pomiar, jak wyżej. Średnia odczytań niech będzie b^0. Kąt skręcenia płaszczyzny będzie, oczywiście

$$\varphi = a^0 - b^0,$$

---

[1]) Zapomocą ramienia *I* możemy płaszczyznę polaryzacji promieni padających na diafragmę *D* ustawić równolegle do brzegu płytki kwarcowej, półfalowej (wtedy wskaźnik *I* znajduje się wpobliżu 0 skali *K*), bądź utworzyć niewielki kąt α między płaszczyzną polaryzacji a osią płytki kwarcowej.

którą to wartość wstawiamy do wzoru na Z. Zazwyczaj rurka ma długość 2 dm (więc $l = 2$), w każdym razie może być ona z łatwością zmierzona.

Błąd graniczny wyniku:

$$\Delta z = z\left[\frac{\Delta \varphi}{\varphi} + \frac{\Delta l}{l}\right].$$

§ 75. Zadania do Rozdziału VI.

1. Ekran fotometru Bunsena oświetlony jest z jednej strony przez słońce, z drugiej strony przez świecę stearynową, przyczem plamka tłusta znika, gdy świeca ustawiona jest w odległości 50 cm od ekranu. Pomijając absorbcję światła słonecznego w atmosferze ziemskiej, obliczyć, ilu świecom równoważne jest słońce, jako źródło światła. Odległość słońca od ziemi = 150 000 000 km.

2. Podczas pomiaru fotometrycznego powiększono dwukrotnie natężenie prądu, rozświetlającego jedną z badanych żarówek. Jak należy ją ustawić, aby oświetlenie ekranu nie uległo zmianie? (Odp.: W odległości 2 razy większej).

3. Szybka szklana, ustawiona na drodze promieni świetlnych, osłabiła oświetlenie ekranu o 5%. Ile należałoby ustawić takich samych szybek jedna za drugą, aby oświetlenie ekranu spadło do połowy? (Odp.: 13 lub 14 szybek).

4. Tuż obok brzegu białego ekranu umieszczamy zapaloną świecę, poczem ustawiamy zwierciadło wklęsłe w ten sposób, aby na ekranie — jak najbliżej płomienia świecy — utworzył się jego obraz. Odległość zwierciadła od ekranu wynosi przytem 80 cm. Jaka jest odległość ogniskowa zwierciadła?

5. Ława optyczna ma długość 150 cm. Gdzie należy ustawić na niej soczewkę o ognisk. $f = 50$ cm, aby otrzymać na ekranie wyraźny obraz przedmiotu (źródła światła)? (Por. zad. następne).

6. Przy pomocy jakiego środka można jednak zastosować tę samą ławę optyczną do pomiaru f wspomnianej soczewki? (Odp.: Przy pomocy soczewki pomocniczej o wiadomej ogniskowej f_1 tak dobranej, aby było: $\frac{1}{f} + \frac{1}{f_1} > \frac{4}{150}$).

7. Jeśli odległość ekranu i przedmiotu na ławie optycznej jest $> 4f$, to istnieją dwa położenia badanej soczewki, dające na ekranie ostry obraz. Którym z obrazów korzystniej jest posługiwać się w celu obliczenia f: powiększonym, czy zmniejszonym? (Odp.: Powiększonym, ponieważ ostrość jego jest bardziej wrażliwa na niedokładne ustawienie soczewki — por. zad. następujące).

8. Przedmiot, ustawiony w odległości $a = 36$ cm od soczewki o ogniskowej $f = 24$ cm, przesuwamy o 1 cm względem soczewki: jak zmieni się położenie obrazu? (Odp.: Przesunie się o 1,6 cm, a więc bardziej, niż przedmiot).

9. Jak należy zmienić w mikroskopie położenie przedmiotu względem objektywu, jeśli wydłużymy tubę mikroskopu, nie zmieniając jego soczewek? Jak zmieni się przytem powiększenie całkowite? (Odp.: Objektyw należy przysunąć nieco bliżej do przedmiotu; powiększenie całkowite wzrośnie przytem).

10. Kąt łamiący pryzmatu szklanego wynosi 40°; współczynnik załamania $n = 1,5$. Czy przy każdem położeniu pryzmatu względem promieni padających

z kolimatora światło przejdzie przezeń mniej więcej tak, jak to wskazuje rys. 58 (Odp.: Przy kącie padania α_1 bliskim 90^0 kąt α_2 przyjmie wartość ujemną).

11. Kąt łamiący pryzmatu o współcz. załam. $n = 1{,}5$ wynosi 90^0. Czy możliwem jest takie ustawienie pryzmatu, aby promień światła, przełamujący się w nim, przebiegał symetrycznie do dwusiecznej kąta łamiącego? (Odp.: Nie).

12. Trójkątny równoboczny pryzmat szklany o współcz. zał. $n = 1{,}5$ ustawiono tak, że promienie z kolimatora padają na jedną z jego płaszczyzn prostopadle. Jaki będą miały przebieg?

13. Jakie własności optyczne muszą mieć ciecze, aby ich współcz. załamania mógł być badany przy pomocy refraktometru Abbe'go? (Odp.: „n" dla danej cieczy musi być mniejsze, niż dla szkła, z którego zrobiony jest pryzmat).

14. Spektroskop ustawiono tak, że linja D (linja sodu, $\lambda = 589\ \mu\mu$) leży na 100 kresce skali, linja zaś A (czerwona linja tlenu, $\lambda = 762\ \mu\mu$) na kresce 35. Jaka długość fali odpowiada (mniej więcej) linji widmowej, leżącej na kresce 65?

15. Siatka dyfrakcyjna, nakreślona na szkle, zawiera 250 kresek na 1 mm. Jak wielka jest długość widma 1-go rzędu światła białego, przepuszczonego przez siatkę, w odległości 20 cm od siatki? Przyjąć, że fale widzialne mają długość od 400 $\mu\mu$ do 800 $\mu\mu$. (Odp.: Około 2 cm).

16. Jak wielki co najmniej musi być przedmiot, aby mógł być rozpoznany przez mikroskop o aperturze 0,8 w świetle o długości fali $\lambda = 400\ \mu\mu$? (Odp.: Najmniejszy dopuszcz. rozmiar $= 500\ \mu\mu$).

17. Jak wielkie skręcenie płaszczyzny polaryzacji światła żółtego (sodowego) wywoła warstwa 5%-wego roztworu cukru grubości 8 cm, jeśli skręcenie dla warstwy grubości 10 cm 1%-wego roztworu wynosi $0{,}66^0$?

ROZDZIAŁ VII.

POMIARY MAGNETYCZNE I ELEKTRYCZNE.

§ 76. Pomiar iloczynu MH magnesu.

Momentem magnetycznym M magnesu nazywamy iloczyn ml jego długości l przez „masę magnetyczną" (czyli „ilość magnetyzmu") m jego biegunów. H jest poziomą składową magnetyzmu ziemskiego. Dwie te wielkości wyznaczamy doświadczalnie zwykle razem, t. j. traktując je jako niewiadome układu dwóch równań, których postać możemy ustalić teoretycznie, a których współczynniki wyznaczamy przez pomiary. Jeden z tych pomiarów daje możność obliczenia M/H (patrz § 77), drugi zaś pozwala obliczyć MH.

Niechaj sztabka lub igła magnetyczna o wiadomym momencie bezwładności I (por. § 28) i o momencie magnetycznym M, zawieszona lub podparta pośrodku swej długości, wykonywa w płaszczyźnie poziomej wahnięcia dookoła położenia NS: waha się ona wówczas pod

wpływem składowej poziomej H, która wywiera na nią moment kierujący $mlH = MH$. Okres wahnięć T wynosi — przez analogję z wahadłem fizycznem (por. § 27 oraz § 28):

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{MH}}.$$

Zmierzywszy okres wahnięć T (por. § 27), znajdziemy więc:

$$MH = \frac{4\pi^2 I}{T^2}.$$

Ponieważ jednak sztabkę magnetyczną zawieszamy zwykle na nici elastycznej (np. cienki drut metalowy) w wieszaku, wskazanym na rys. 30 (podparcie jej na ostrzu, tak jak zwykłej igły magnetycznej, powoduje zbyt wielkie tarcie, skutkiem którego T ulega wydłużeniu, a wahnięcia zbyt szybko nikną), przeto musimy liczyć się z reakcją elastyczną nici.

1. Przed zawieszeniem magnesu wyznaczamy przy pomocy dobrego kompasu kierunek NS (trzymać wówczas jak najdalej magnes badany i wogóle przedmioty stalowe i żelazne!), notujemy go w jakikolwiek sposób, usuwamy kompas, zawieszamy magnes i obracamy zacisk, w którym umocowana jest nić (ewentualnie cały statyw), póki magnes w położeniu r ó w n o w a g i nie przyjmie kierunku NS (ustawienie staranne „na oko" wystarcza).

2. Do momentu kierującego MH, wytworzonego przez pole magnetyczne ziemskie, dodaje się jeszcze moment kierujący, wytworzony przez reakcję elastyczną nici; niechaj wynosi on k, wówczas dokładniejsze równanie na T ma postać:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{MH + k}}.$$

Jeśli nić jest bardzo cienka, to k można pominąć; w przeciwnym razie należy je uprzednio wyznaczyć. Możemy to uczynić na dwa sposoby:

a) Zawieszamy na nici zamiast magnesu sztabkę niemagnetyczną o znanym momencie bezwładności I' i obserwujemy okres wahnięć T', wówczas mamy:

$$T' = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I'}{k}} \text{ (por. § 28).}$$

b) Zawieszamy na nici magnes, obracamy go w płaszczyźnie poziomej o 360^0 i puszczamy swobodnie: po wykonaniu kilku wahnięć zatrzyma się on w nowem położeniu równowagi, różniącem się o $(360 - \alpha)^0$ od poprzedniego. Kąt α wywołany jest właśnie przez reakcję elastyczną nici; wówczas mamy:

$$k = \frac{\alpha^0}{(360 - \alpha)^0} \cdot MH.$$

Kąt α zmierzymy metodą Poggendorffa lub odczytamy go wprost na skali, jeśli przyrząd jest w nią zaopatrzony. Moment bezwładności wieszaka zwykle będziemy mogli pominąć.

Błąd graniczny.

Ponieważ

$$MH = 4\pi^2 \frac{I}{T^2}\left(1 - \frac{\alpha}{360}\right),$$

przeto

$$\Delta(MH) = MH\left(\frac{\Delta I}{I} + \frac{2\Delta T}{T} + \frac{\Delta\alpha}{360-\alpha}\right).$$

Stąd widać, że błąd w pomiarze kąta α może być stosunkowo duży bez wywierania bardzo szkodliwego wpływu na wartość MH.

§ 77. **Pomiar stosunku M/H dla magnesu** (rys. 74).

Niechaj będzie dana krótka igła magnesowa o długości l_1 i masie magnetycznej m_1 na biegunach, obracalna w płaszczyźnie poziomej, i niechaj NS (rys. 74) będzie jej położeniem równowagi, t. zn. połu-



Rys. 74.

dnikiem magnetycznym. Umieszczamy opodal niej w tej samej płaszczyźnie poziomej badaną sztabkę magnesową o momencie magnetycznym $M = m \cdot l$ (por. początek §-u 76) tak, aby oś jej była prostopadła do NS i wskazywała na środek igły magnesowej. Igła odchyli się wówczas o kąt φ od swego położenia pierwotnego; jeśli odległość sztabki od igły jest na tyle wielka, że proste, prowadzące od biegunów

igły do biegunów sztabki można uważać w przybliżeniu za równoległe (p. niżej) to

$$\frac{M}{H} = \frac{r^3}{2} \operatorname{tg} \varphi, \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

gdzie r jest odległością środka sztabki od środka igły. Jako igła magnetyczna może służyć igła czułego kompasu (busoli), zaopatrzonego w podziałkę kątową.

Odczytywać odchylenie igły przy obu jej końcach — φ jest średnią arytmetyczną kątów odczytanych. Ustawić badaną sztabkę magnetyczną raz na prawo, drugi na lewo od igły (symetrycznie!), z otrzymanych wartości φ wziąć średnią arytmetyczną!

Dowód równania (1).

Jeśli punkt P leży na przedłużeniu osi sztabki magnesowej w odległościach r_1 i r_2 od jej biegunów, to natężenie pola magnetycznego, wytworzonego przez sztabkę, wynosi w tym punkcie:

$$m\left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right),$$

gdzie m jest masą magnetyczną biegunów sztabki.

Przekształcając nieco i pamiętając, że średnią geometryczną dwóch wielkości, mało różniących się od siebie, można zastąpić przez średnią arytmetyczną ich (str. 6, równanie 6), otrzymamy:

$$m\left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right) = \frac{2ml}{r^3} = \frac{2M}{r^3}.$$

Jeśli igła magnetyczna jest krótka w porównaniu z r, to moment obrotu, wywierany na nią przez sztabkę magnesową, wynosi:

$$\frac{2M}{r^3} m_1 l_1 \cdot \cos \varphi;$$

moment obrotu wywierany przez magnetyzm ziemski wynosi zaś:

$$H m_1 l_1 \sin \varphi.$$

W położeniu równowagi momenty te są sobie równe, a więc:

$$\frac{2M}{r^3} m_1 l_1 \cos \varphi = H m_1 l_1 \sin \varphi \quad \text{i t. d.}$$

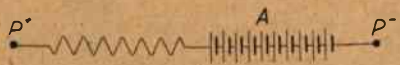
Błąd graniczny:

$$\Delta\left(\frac{M}{H}\right)=\frac{M}{H}\left(\frac{3\Delta r}{r}+\frac{\Delta \operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\varphi}\right)=\frac{M}{H}\cdot\left(\frac{3\Delta r}{r}+\frac{2\Delta\varphi}{\sin 2\varphi}\right).$$

Mając M/H oraz MH (p. § poprzedzający), możemy obliczyć osobno M oraz H.

§ 78. **Uwagi ogólne o pracach z prądem elektrycznym** (rys. od 75 do 83 włącznie).

W s z y s t k i e p r a c e z prądem elektrycznym wymagają s p e c j a l n e j o s t r o ż n o ś c i i u w a g i, nietylko dlatego, aby ustrzec się od błędów, fałszujących wynik doświadczena, ale i dlatego, aby uchronić aparaty — często bardzo kosztowne — od zniszczenia przez nadmiernie silny prąd. Tak np. prąd zbyt silny może przepalić izolację, a nawet druty w uzwojeniach kosztownych galwanometrów, oporników i t. d.; zbyt intensywne procesy elektrochemiczne mogą zniszczyć zupełnie baterję akumulatorów i t. d. Pożądanem przeto jest, aby przed rozpoczęciem pomiaru zdać sobie choć w przybliżeniu sprawę z maksymalnej wartości natężenia prądu, jaką znieść mogą poszczególne aparaty, włączone w obwód elektryczny, i aby zabezpie-



Rys. 75.

czyć te aparaty przy pomocy odpowiednich środków przed zbyt silnemi prądami, mogącemi powstać jako skutek nieuwagi lub fałszywych połączeń. Środki te są głównie dwóch rodzajów: 1. „Bezpieczniki" (np. „korki", „wstawki topikowe" i t. p.); są to paski lub druciki z łatwotopliwego metalu, które przetapiają się w razie zbyt silnego prądu i przerywają go tym sposobem. 2. Opory zabezpieczające; tak np., chcąc zabezpieczyć baterję akumulatorów A (rys. 75), włączamy w jej obwód duży opór R i dołączamy naszą „sieć" już tylko do punktów $P^{(+)}$ i $P^{(-)}$: wówczas nawet w wypadku „krótkiego spięcia" ze sobą tych punktów (t. zn. połączenia ich ze sobą przewodnikiem o b. małym oporze), prąd płynący z baterji (i przez baterję) A jest stosunkowo słaby.

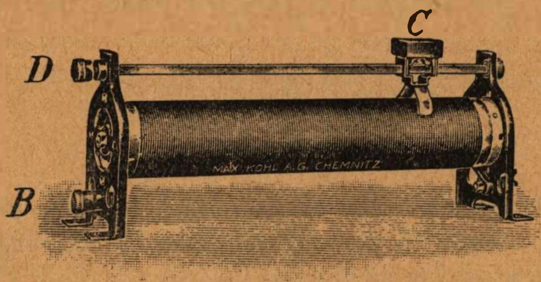
Jednakże środki te niezawsze dadzą się zastosować; to też należy pamiętać zawsze o następujących zasadach postępowania.

1. Nie dokonywać żadnych połączeń, nie mając przed sobą naszkicowanego schematu ich; wskazanem jest, aby uczący się — po przyjrzeniu się danemu schematowi (wedle tej książki lub innych źródeł) — narysował sobie sam ten schemat z pamięci.

2. Po dokonaniu wszystkich połączeń sprawdzić jeszcze raz ich zgodność ze schematem i *dopiero wówczas* doprowadzić końce „sieci" do źródła prądu; dołączanie drutów do zacisków akumulatora, tabliczki rozdzielczej i t. d. jest więc ostatnią czynnością przy ustawianiu aparatury, natomiast odłączanie tych drutów jest pierwszą czynnością przy jej demontowaniu!

3. Niezależnie od innych wyłączników umieścić wyłącznik główny tuż za (lub tuż przed) źródłem prądu (t. zn. między biegun źródła prądu i najbliższy punkt rozgałęzienia przewodników). Wyłącznik ten winien być łatwo dostępny; należy go otwierać natychmiast, gdy tylko prąd nie jest w danej chwili potrzebny, a także wtedy, gdy mamy podejrzenie, że w sieci naszej są jakieś fałszywe połączenia.

4. Baczyć na to, aby druty naszej „sieci" nie dotykały się, zwłaszcza miejscami nieizolowanemi, różnych ubocznych przedmiotów metalowych i wogóle przewodzących elektryczność.

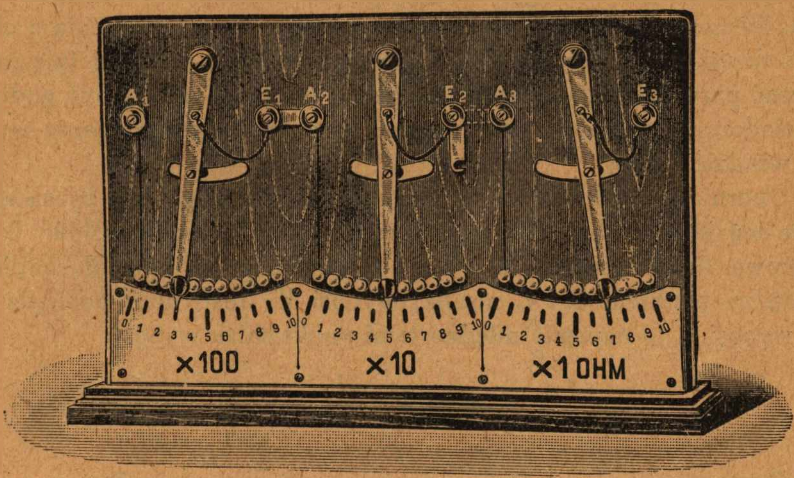


Rys. 76 (M. Kohl.).

Nie używać drutów niepotrzebnie długich, ale unikać też ich sztukowania; w razie koniecznym skrępować mocno ze sobą ich końce, najlepiej zapomocą specjalnego zacisku („śrubki kontaktowej").

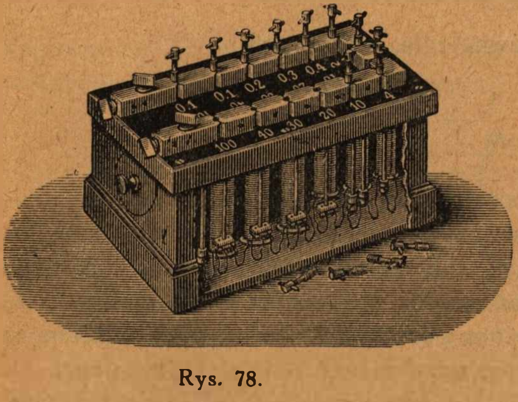
Specjalnie ostrożnie postępować z prądem zmiennym, czerpanym z sieci miejskiej; nie manipulować nic przy odnośnych przewodnikach, kontaktach i t. d. mokremi rękami (niebezpieczeństwo życia!). Wogóle lepiej jest nie przedsiębrać tu żadnego kroku bez kontroli kierownika prac.

Opornice i oporniki służą do regulowania oporu, włączonego w sieć lub w pewien jej obwód, a przez to pośrednio i do regulowania natężenia prądu. Opornice suwakowe (rys. 76) lub korbowe (rys. 77)

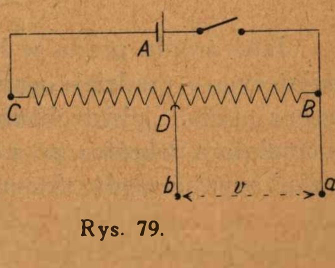


Rys. 77 (M. Kohl).

urządzone są zazwyczaj tak, że zależnie od położenia suwaka lub korby prąd musi przebiec większą lub mniejszą ilość zwojów drutu (np. na rys. 76 od zacisku *B* poprzez wszystkie zwoje aż do suwaka *C*, skąd



Rys. 78.



Rys. 79.

dalej biegnie już przez szynę, po której suwak się ślizga, do punktu *D* i t. d.). Oporniki zatyczkowe (rys. 78) urządzone są tak, że wyjęcie kołeczka mosiężnego z pomiędzy dwóch klocków mosiężnych zmusza prąd do przejścia przez umieszczoną wewnątrz pudełka cewkę o pew-

nym określonym oporze, którego wartość (w ohmach) wypisana jest obok odnośnych klocków na pokrywie pudełka. Na rys. 78 włączonych jest 190 ohmów. (Czasem bywają jeszcze używane oporniki zatyczkowe, wycechowane według t. zw. „jednostek Siemensa"; 1 ohm = 1,06 jedn. Siemensa). Oporniki zatyczkowe zwykle mają uzwojenia z cienkiego drutu, nie należy ich przeto obciążać silnemi prądami (nie przekraczać paru dziesiątych części ampera). Kołeczki muszą być podczas doświadczenia wciśnięte dość mocno; po skończonym pomiarze wyjąć je i wsadzić luźno!

Opornice suwakowe i oporniki zatyczkowe mogą być przeważnie użyte też jako t. zw. „potencjometry" według zasady rys. 79. Prąd z ogniwa (lub akumulatora i t. d.) A płynie przez opór R; napięcie pomiędzy punktem B i C niechaj wynosi V. Jeśli opór pomiędzy B i D wynosi r, to napięcie między temi punktami v wynosi:

$$v = V \cdot \frac{R}{r}.$$

Przesuwając punkt D (np. kontakt poślizgowy) wzdłuż oporu R, możemy więc otrzymywać pomiędzy punktami a i b napięcie większe lub mniejsze.

Łącząc kilka oporów r_1, r_2,... r_n w szereg, otrzymamy opór całkowity R, przyczem

$$R = \Sigma r = r_1 + r_2 + \ldots + r_n .$$

Łącząc te same opory równolegle, otrzymamy:

$$\frac{1}{R} = \Sigma \frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \ldots + \frac{1}{r_n}.$$

Jako źródła prądu w laboratorjach często bywają używane akumulatory — rzadziej ogniwa (czyli „elementy"). Siła elektromotoryczna (albo „elektrobodźcza" lub „elektrowzbudzająca") jednego akumulatora wkrótce po naładowaniu wynosi prawie 2 wolty. Nie rozładowywać nigdy akumulatora poniżej 1,8 wolta; przy odbieraniu zeń prądu i przy ładowaniu nie przekraczać natężenia 1 ampera na 100 cm^2 powierzchni płyt! N i g d y nie sprawdzać naładowania akumulatora przy pomocy i s k i e r k i, która występuje, jeśli bieguny jego łączyć i rozłączać krótkim drutem o niewielkim oporze!

Jeśli n akumulatorów (lub ogniw), każdy o sile elektromotorycznej v, i o oporze wewnętrznym r, połączymy w p grup równoległych

po q akumulatorów w szeregu w jednej grupie (przyczem, oczywiście, $pq = n$), to całkowita siła el.-mot. V całej baterji wynosi:

$$V = qv = \frac{n}{p} v,$$

całkowity zaś opór wewnętrzny R_w:

$$R_w = \frac{qr}{p} = \frac{n}{p^2} r.$$

Przyłączając do baterji opór zewnętrzny R_z, otrzymamy opór całkowity R:

$$R = R_z + R_w = R_z + \frac{q}{p} r.$$

Natężenie otrzymanego prądu I będzie:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{pqv}{pR_z + qr}.$$

Na pokonanie oporu wewnętrznego baterji zużywa się różnica potencjałów V_w:

$$V_w = I \cdot R_w = \frac{q^2 v r}{pR_z + qr};$$

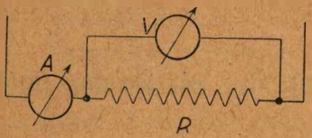
napięcie zaś na biegunach baterji, czyli różnica potencjałów, idąca na pokonanie oporu zewnętrznego, wynosi:

$$V_z = I \cdot R_z = \frac{pqv}{pR_z + qr} R_z.$$

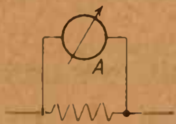
Wzory te pozwalają przewidzieć obciążenie baterji i sieci. Opór wewnętrzny akumulatora r zwykle jest bardzo mały. Również opór połączeń z drutu miedzianego przeważnie można pominąć: opór 1 m drutu miedzianego o przekroju 1 mm² wynosi zaledwie 0,017 ohma.

Jako przyrządy miernicze służą: do pomiaru różnic potencjałów — woltmetry (rzadko kiedy elektrometry), do pomiaru natężeń prądów — amperometry, galwanometry i woltametry. Pamiętać, że woltmetry włączamy zawsze r ó w n o l e g l e do głównej linji prądu, przepływającego między temi punktami, między któremi mamy zmierzyć napięcie, amperometry zaś włączamy w l i n j ę g ł ó w n ą! Tak

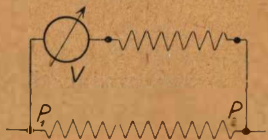
np. wedle schematu rys. 80 woltmetr V wskazuje nam napięcie, panujące między punktami P_1 i P_2 podczas przepływu prądu i przez opór R; amperometr A wskazuje natężenie prądu i. (Wprawdzie trochę elektryczności płynie też i przez woltmetr V, tak iż całkowite natężenie prądu, płynącego przez A, jest nieco większe, niż i; jednakże wobec wielkiego oporu woltmetru V prąd, odgałęziający się doń w punkcie P_1, jest przeważnie tak słaby, że można go pominąć).



Rys. 80.



Rys. 81.



Rys. 82.

Jeśli natężenie prądu, który ma być zmierzony, przekracza tę maksymalną wartość, którą może wytrzymać dany amperometr, to możemy poradzić sobie, włączając równolegle do niego t. zw. „opór upustowy" (z angielska „shunt"), jak to wskazuje rys. 81; jeśli opór upustu wynosi n-tą część oporu amperometru (liczba ta musi być, oczywiście, znana), to przez amperometr pójdzie tylko n-ta część całego prądu, reszta zaś, t. zn. $(n - 1)/n$-tych, popłynie przez upust. To też amperometry często bywają zaopatrzone w „shunty" (upusty), których opór stanowi 1/9, 1/99 lub 1/999 część oporu amperometru; całkowite natężenie badanego prądu wynosi wówczas 10 razy, 100 razy lub 1000 razy więcej, niż natężenie, odczytane na amperometrze.

W analogiczny sposób możemy zabezpieczyć woltmetr przed przeciążeniem, włączając opór zabezpieczający r szeregowo z woltmetrem w jego linję (rys. 82); jeśli opór wewnętrzny woltmetru wynosi r_v, a wykazane przezeń napięcie wynosi v, to całkowite napięcie V między punktami P_1 i P_2 wynosi:

$$V = v\frac{r + r_v}{r_v} = v\left(1 + \frac{r}{r_v}\right).$$

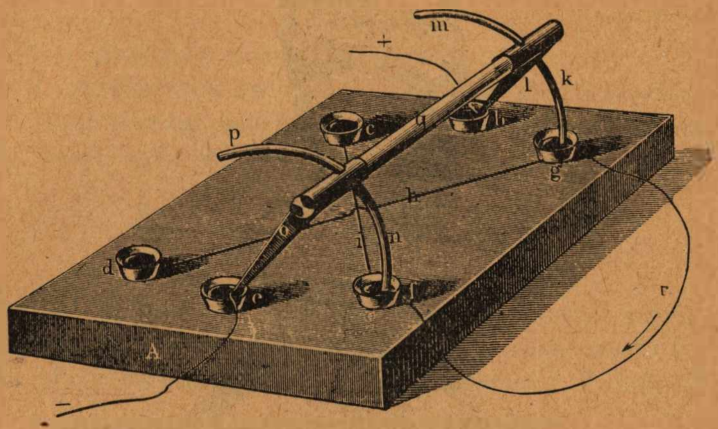
Stosunek r/r_v musi więc być znany.

Niektóre woltmetry i amperometry nadają się tylko do prądu stałego; posiadają one wówczas zwykle, obok swych zacisków, znaczki „+" i „—".

Jeśli pod wskazówką, przesuwającą się po skali, umieszczony jest pasek zwierciadlany, to należy przy odczytywaniu patrzeć na wska-

zówkę tak, aby zakrywała ona swe odbicie w zwierciadle — unikamy w ten sposób błędu paralaksy.

Często przy pomiarach zachodzi potrzeba odwrócenia kierunku prądu w pewnej części obwodu; używamy do tego celu komutatorów. Rys. 83 przedstawia odmianę komutatora, zwaną „kołyską

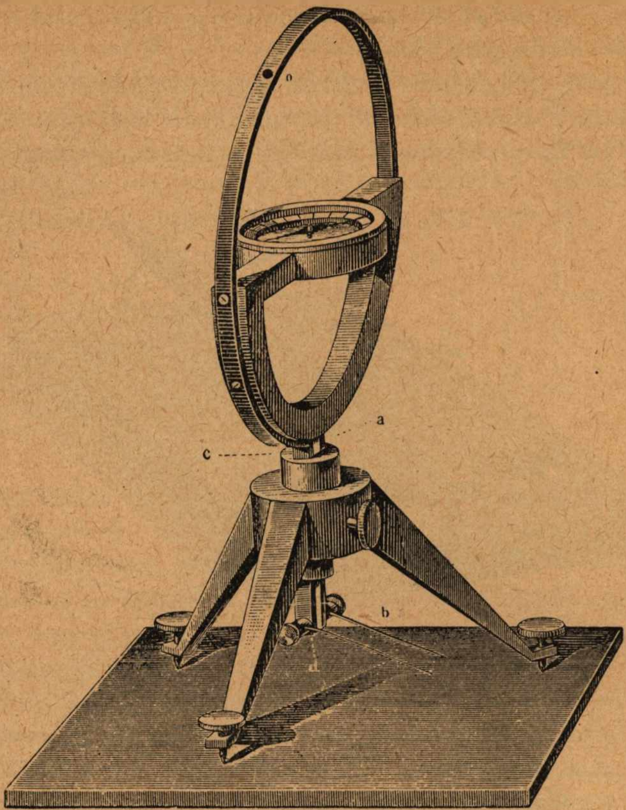


Rys. 83.

Poggendorffa". W płytkę izolującą *A* wpuszczone są miseczki z rtęcią *b, c, d, e, f, g; q* jest laseczką izolującą, zaopatrzoną w metalowe nóżki *l, o,* oraz w pałąki *km* i *np*. Miseczki *d* i *g* połączone są ze sobą drutem *h*, miseczki *c* i *f* — drutem *i*. Jeśli *b* jest na wyższym potencjale, niż *e*, to przy takiem położeniu pałąków, jak na rys. 83, prąd płynie w przewodniku *r* od *g* do *f;* przerzucając laseczkę *q* w takie położenie, aby *p* zanurzyło się w *d*, a *m* w *c*, spowodujemy odwrócenie kierunku prądu w *r*. Możemy też usunąć druty *h* oraz *i;* wówczas możemy dołączyć do *f* i *g* oraz *d* i *c* dwa różne obwody i przepuszczać prąd albo przez jeden, albo przez drugi z nich. W tem zastosowaniu nazywamy przyrząd „przełącznikiem".

§ 79. **Busola stycznych** (rys. 84 i 85).

Ustawiamy przed doświadczeniem busolę stycznych (rys. 84) tak, aby jej igła magnetyczna leżała w płaszczyźnie okręgu, po którym przepływać będzie prąd (z igłą połączona jest zazwyczaj lekka, ale dość długa wskazówka; musi ona przy wspomnianem ustawianiu wskazywać na 0). Jeśli teraz przez busolę przepuścimy prąd o natężeniu



Rys. 84.

i amperów, to igła odchyli się o pewien kąt α, przyczem według prawa Biot-Savarta:

$$\operatorname{tg} \alpha = \pi \frac{n \cdot i}{5 \cdot r H} = 0{,}628 \frac{n \cdot i}{r H},$$

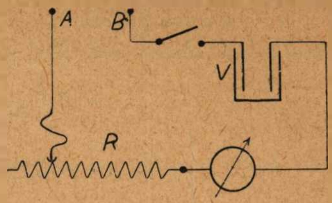
gdzie n jest liczbą zwojów w busoli, r (w cm) promieniem okręgu, po którym przepływa prąd, a H' — poziomą składową natężenia pola magnetycznego ziemskiego (w gausach [1]).

Połączmy busolę stycznych w szereg z woltametrem, np. miedziowym, wedle schematu rys. 85 (punkty A i B oznaczają tu źródło prądu, np. bieguny baterji). W ciągu t sekund prąd wydzieli na katodzie

[1]) W Polsce H wynosi średnio 0,2 (porównaj tablicę XVI).

woltametru m g miedzi, zgodnie z 1-szem prawem elektrolizy Faraday'a:

$$m = k\,i\,t$$



Rys. 85.

(k — równoważnik elektrotechniczny miedzi).

Te dwa równania pozwalają nam wyznaczyć którekolwiek dwie wielkości, które w nich występują, jeśli wszystkie inne uważać będziemy za wiadome. Niechaj np. niewiadome będą: prąd i oraz składowa pozioma H. Mamy wówczas:

$$i = \frac{m}{k\,.\,t}, \text{ oraz } H = 0{,}628\,.\,\operatorname{cotg}\alpha\,.\,\frac{n\,m}{r\,k\,t}.$$

Masę m wydzielonej miedzi znajdujemy, ważąc katodę woltametru przed przepuszczeniem prądu i po przepuszczeniu go. Jako elektrolit służy zwykle roztwór $CuSO_4$ w wodzie. Katoda przy ważeniu musi być sucha (ewentualnie osuszyć ją przez lekkie ogrzanie wpobliżu płomienia). Czas t winien wynosić co najmniej około 30 minut = 1800 sek. Przy pomocy opornicy R regulujemy prąd i tak, aby kąt α wynosił około 45^0 — dokonawszy tego, przerywamy chwilowo prąd, wyjmujemy katodę, ważymy ją, zanurzamy zpowrotem i zamykamy obwód (t. zn. przepuszczamy prąd): ten moment jest dopiero początkiem pomiaru, i od niego zaczynamy liczyć czas t. Kąt α odczytywać przy obu końcach wskazówki i brać średnią z tych dwóch wartości: w ten sposób usuwamy prawie całkowicie błąd, powstający stąd, że ostrze, na którem obraca się igła, jest osadzone może niezupełnie w środku skali. Odchylenie α powinno być w ciągu całego czasu t możliwie niezmienne; zależy to w pierwszej linji od stałości napięcia pomiędzy punktami A i B, jeśli jednak napięcie to ulega pewnym wahaniom, to niezmienność kąta α osiągnąć można przez odpowiednie regulowanie opornicy R. Wymaga to jednak pewnej wprawy; to też jeśli wahania kąta α są niewielkie, to wystarcza obserwować α, np. co 30 sek, notować te wartości i wkońcu obliczyć ich średnią arytmetyczną, którą wprowadzimy już do naszych równań.

Błąd graniczny:

$$\Delta i = \left|\frac{\Delta m}{k\,t}\right| + \left|-\frac{m\,\Delta t}{k\,t^2}\right| = i\left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta t}{t}\right)$$

$$\Delta H = n\, 0{,}628 \left\{ \left| -\frac{i}{r \sin^2 \alpha} \Delta \alpha \right| + \left| \frac{\operatorname{cotg} \alpha}{r} \Delta i \right| + \left| -\frac{\operatorname{cotg} \alpha \, . \, i}{r^2} \Delta r \right| \right\} =$$

$$= H \left(\frac{\Delta \alpha}{\sin \alpha \, . \, \cos \alpha} + \frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta r}{r} \right).$$

Jeśli $\alpha = 45^0$ (w przybliżeniu), to:

$$\Delta H = H \left(2 \Delta \alpha + \frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta r}{r} \right).$$

α należy tu, oczywiście, wyrazić w „radjanach".

§ 80. **Elektroliza** (rys. 85 i 86).

Według 1-go prawa elektrolizy Faraday'a masa m wydzielonego na katodzie produktu elektrolizy (np. metalu lub wodoru) wynosi

$$m = ke = kit,$$

gdzie e jest przeniesionym ładunkiem elektrycznym, i natężeniem prądu, a t oznacza czas jego przepływu. Jeśli posiadamy odpowiedni przyrząd do pomiaru natężenia prądu i (amperometr, galwanometr, busolę stycznych...), to możemy wyznaczyć k, tworząc obwód elektryczny według schematu rys. 85; busolę stycznych T lepiej tu będzie zastąpić przez amperometr.

Przeważnie używamy woltametrów (V na rys. 85) miedziowych lub srebrowych (jako elektrolit służą wówczas: wodny roztwór $CuSO_4$, wzgl. $AgNO_3$). Regulujemy przy pomocy opornicy R prąd i tak, aby nie przekraczał on ok. 1 ampera na 25 cm^2 powierzchni katody, wyjmujemy katodę, suszymy ją, ważymy starannie, zanurzamy zpowrotem do elektrolitu, zamykamy obwód w pewnym oznaczonym momencie i liczymy czas t od tego momentu (t niechaj wynosi nie mniej, niż 1800 sek.). Po przerwaniu prądu wyjmujemy i suszymy katodę, ważymy ją ponownie i znajdujemy przez odejmowanie masę wydzielonego na niej metalu m. Prąd i odczytywać na amperometrze co 30 sek. i notować otrzymywane wartości; jeśliby miały występować pewne wahania, to z otrzymanych wartości tworzymy średnią arytmetyczną i tę wprowadzamy do równania $m = kit$. W razie większych wahań regulować opornicą R, tak, aby były one jak najmniejsze!

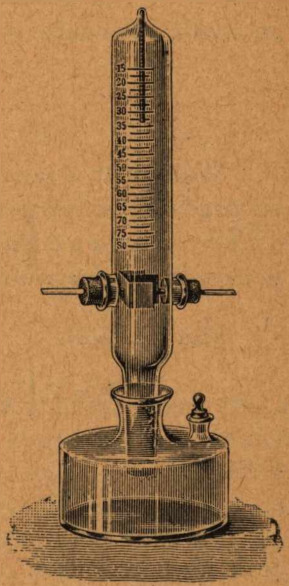
Według 2-go prawa (elektrolizy) Faraday'a:

$$k = \frac{1}{E} \cdot \frac{a}{w},$$

gdzie a = ciężarowi atomowemu, zaś w = wartościowości chemicznej danego metalu (lub wodoru). E jest tutaj stałym współczynnikiem, którego znaczenie widoczne jest stąd, że

$$e = \frac{m}{a/w} \cdot E.$$

Jeśli $m = a/w$, to $e = E$; zatem E jest to ładunek elektryczny, przenoszony w elektrolicie przez taką ilość gramów m danego pierwiastka, która równa się stosunkowi ciężaru atomowego a do wartościowości w pierwiastka. Ta ilość elektryczności, wspólna dla wszystkich pierwiastków, wynosi ok. 96500 kulombów; nazywamy ją „stałą Faraday'a", lub krótko „Faraday'em".



Rys. 86.

Często bywa też używany woltametr z gazem piorunującym (mieszanina wodoru z tlenem w stosunku wagowym 1 : 8, czyli objętościowym 2 : 1). Elektrody wprowadzone są tu do wody zlekka zakwaszonej, wypełniającej walcowate naczynie A (rys. 86); naczynie to wetknięte jest szczelnie w szyjkę naczynia B, zaopatrzonego korkiem C. Chcąc napełnić naczynie A, napełniamy najpierw B, wsadzamy szczelnie A, zatykamy korek C i odwracamy całość; po napełnieniu się naczynia A wodą, odwracamy jeszcze raz, w y j m u j e m y k o r e k C, poczem przyrząd jest gotów do pomiarów.. Objętość V cm^3, wytworzonego przez prąd i w ciągu czasu t gazu piorunującego, odczytujemy na skali naczynia A, temperaturę τ zaś na umieszczonym w górnej części A termometrze. Jeśli ciśnienie atmosferyczne (odczytać na barometrze, p. str. 59) wynosi b mm rtęci, to prężność p gazu piorunującego w A wynosi:

$$p = b - \frac{h}{13{,}6},$$

gdzie h stanowi różnicę poziomów (w mm) wody w naczyniu A i w B po przerwaniu elektrolizy (h można zmierzyć, przykładając do całego przyrządu miarkę milimetrową). Z prawa Boyle-Mariotte'a i Gay-

Lussac'a znajdziemy V_0, t. zn. objętość, którą wytworzona masa gazu piorunującego zajęłaby w warunkach „normalnych", t. zn. w temperaturze $0^0 C$ pod ciśnieniem 760 mm rtęci, a mianowicie:

$$V_0 = V \cdot \frac{273}{273 + \tau} \cdot \frac{760}{b - \frac{h}{13,6}} \text{ cm}^3$$

Objętość samego wodoru wynosi $^2/_3 \ V_0$ cm^3; stąd obliczymy jego masę $m = V_0 d$, gdzie $d = 1,293 \delta$, a δ odczytamy z tab. VI, a wkońcu wedle równania: $m = kit$ i równoważnik elektrochemiczny k:

$$k = \frac{m}{i\,t}.$$

Woltametr z gazem piorunującym nadaje się do pomiarów z silnemi prądami, wynoszącemi kilka, a nawet kilkanaście amperów. Nie doprowadzać do obnażenia elektrod z pod wody: w momencie przerwania prądu może powstać wybuch z powodu iskry!

Błąd graniczny:

$$\Delta V_0 = V_0 \left(\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta \tau}{\tau} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta h}{13{,}6 h} \right), \quad \Delta m = md \,.\, \Delta V_0$$

i wkońcu

$$\Delta k = k \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta t}{t} \right).$$

Cel ćwiczeń z woltametrami może, oczywiście, ulec odwróceniu: jeśli równoważnik k przyjmiemy jako wiadomy, to z dokonanych pomiarów można wyliczyć natężenie prądu i.

§ 81. **Ciepło Joule'a** (rys. 87 i 88).

Prąd elektryczny o natężeniu i amperów, przepływając przez przewodnik metaliczny o oporze r ohmów, wytwarza w nim w ciągu czasu t sekund Q kaloryj gramowych, przyczem:

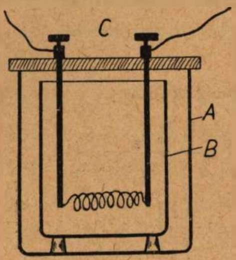
$$Q = k \cdot i^2 r\, t,$$

albo na mocy prawa Ohma

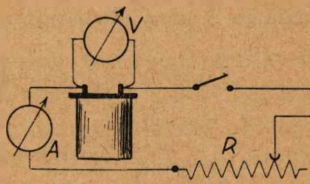
$$Q = k \cdot v i t = k \frac{v}{r^2} t,$$

gdzie v jest napięciem między końcami przewodnika.

Współczynnik k $\left(\text{wynosi on } \frac{1000}{427} \frac{\text{cal}}{\text{Kgm}} = \text{około } 0,237 \frac{\text{cal.}}{\text{joule}}\right)$, nosi nazwę równoważnika elektrotermicznego (nie termoelektrycznego!); do wyznaczania go służy t. zw. kalorymetr elektryczny (rys. 87). W osłonie kalorymetrycznej *A* znajduje się ustawiony na koreczkach kalorymetr *B*, wewnątrz niego zaś: ciecz o wiadomem cieple właściwem *c*, mieszadło (nieuwidocznione na rysunku), termometr i spiralka z cienkiego drutu o oporze *r*, przez którą przepuszczać możemy prąd elektryczny; przewodniki doprowadzamy do zacisków *C* na pokrywce.



Rys. 87.



Rys. 88.

Ważymy najpierw pusty kalorymetr wraz z mieszadłem (M_1 g), następnie nalewamy cieczy do $^1/_3$ wysokości (w przybliżeniu) i ważymy jeszcze raz (M_2 g); jako ciecz może służyć nafta lub (lepiej) czysta woda (wodociągowa zazwyczaj wystarcza). Woda z domieszkami soli, kwasów lub zasad powodowałaby procesy elektrochemiczne, zniekształcające nasz pomiar. Ustawiamy kalorymetr, zanurzamy spiralkę *r* oraz termometr i przeprowadzamy połączenia elektryczne według rys. 88. Regulujemy opornicą *R* natężenie prądu (odczytujemy go na amperometrze *A*)—może ono wynosić do kilku amperów. Przerywamy na chwilę prąd, poruszamy parę razy mieszadłem, odczytujemy temperaturę τ_1 cieczy i zamykamy obwód (t. zn. przepuszczamy prąd): od tego ostatniego momentu liczymy czas *t*. Przepuszczamy prąd tak długo, aż temperatura cieczy podniesie się o kilka stopni — niechaj teraz wynosi ona τ_2. Przez cały ten czas poruszaliśmy (co parę chwil) mieszadłem, oraz odczytywaliśmy (np. co 30 sek.) natężenie prądu *i* na amperometrze *A* oraz napięcie *v* na woltmetrze *V*, notując obserwowane wartości: jeśli *i* oraz *v* podlegały pewnym wahaniom, to z odczytanych wartości tworzymy średnie arytmetyczne i w rachunkach naszych posiłkujemy się temi właśnie średniemi wartościami.

Praca prądu elektrycznego wynosi: *vit* joule'ów, czyli watt-sekund. Wytworzone zaś ciepło Q wynosi:

$$Q = [M_1 \cdot c_k + (M_2 - M_1) \cdot c] \cdot (\tau_2 - \tau_1) \text{ kaloryj,}$$

gdzie c_k jest ciepłem właściwem metalu, z którego zrobiony jest kalorymetr (zwykle mosiądz!). Dzieląc Q przez *vit*, otrzymamy właśnie równoważnik elektrotermiczny.

Źródła błędów są: 1. Ewentualne wahania prądu i oraz napięcia v; 2. Niecały prąd i, odczytany na amperometrze, płynie przez spiralkę, część jego odgałęzia się bowiem na linję woltmetru; błąd ten zwykle jest zresztą bardzo mały, z powodu wielkiego oporu woltmetru; 3. Straty ciepła: patrz str. 85.

Pomijając te niedokładności, znajdziemy błąd graniczny:

$$\Delta Q = Q \left\{ \frac{\Delta M_1}{M_1} c_k + \left(\frac{\Delta M_2}{M_2} + \frac{\Delta M_1}{M_1} \right) c + \frac{\Delta \tau_2}{\tau_2} + \frac{\Delta \tau_1}{\tau_1} \right\},$$

$$\Delta (vit) = vit \left(\frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta t}{t} \right),$$

$$\Delta k = \Delta \frac{Q}{vit} = k \left\{ \frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta (vit)}{vit} \right\}.$$

Wielkość poszczególnych błędów zależy od przyrządów, któremi się posiłkujemy; przeważnie jednak straty ciepła czynią powyższe obliczenie błędu granicznego iluzorycznem.

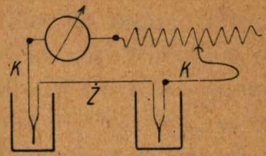
Pamiętać, że woltmetr ma być włączony w linję boczną — równolegle do kalorymetru—amperometr natomiast w linję główną (w szereg z kalorymetrem). Przy łączeniu uważać na „+" i „—" amperometru i woltmetru (porówn. str. 170).

Jest oczywistem, że mając v oraz i, możemy także obliczyć opór spiralki r.

§ 82. **Ogniwo termoelektryczne** (rys. 89).

Końce drutu z jednego metalu (np. drutu żelaznego *Ż* na rys. 89) spojone są z kawałkami drutu z innego metalu (np. drutu konstantanowego *K*). Do tych ostatnich dołączamy (śrubkami zaciskowemi) obwód, zawierający opornicę *R* i galwanometr (lub czuły amperometr) *A*. Miejsca spojenia zanurzamy do naczyń ze śniegiem lub tłuczonym lodem, sprawdzamy, że galwanometr nie wykazuje żadnego prądu, poczem zaczynamy ogrzewać jedno z naczyń (np. palnikiem

Bunsena); gdy lód w niem zniknie, odczytujemy na włożonym doń termometrze temperaturę wody t, oraz odpowiadający tej temperaturze prąd termoelektryczny i (na galwanometrze). Ogrzewamy wodę aż do wrzenia (w drugiem naczyniu winien ciągle być śnieg lub lód!), powtarzając odczytywania co kilka stopni (np. co 5^0) i notując odpowiadające sobie wartości t oraz i. Na podstawie otrzymanej tabelki robimy wykres (por. str. 4); w przedziale od 0^0 do 100^0 powinien on dać linję w przybliżeniu prostą, t. zn.: natężenie prądu termoelektrycznego jest wprost proporcjonalne do różnicy temperatur $(t - 0)^0$ miejsc spojenia metalów.



Rys. 89.

Oczywiście, w takim razie i siła elektromotoryczna „ogniwa termoelektrycznego" jest wprost proporcjonalna do wspomnianej różnicy temperatur; moglibyśmy ją obliczyć, gdybyśmy wiedzieli opór x całego obwodu. W celu jego wyznaczenia możemy włączyć do obwodu (np. między R i A) znany opór dodatkowy (np. przy pomocy opornika zatyczkowego) r; jeśli przed włączeniem tego oporu dodatkowego prąd wynosił i, a po włączeniu (przy tej samej różnicy temperatur t) wynosi on i', i jeśli siła elektromotoryczna ogniwa wynosi V, to mamy wedle prawa Ohma:

$$i = \frac{V}{x},$$

oraz

$$i' = \frac{V}{x + r},$$

skąd

$$V = r \cdot \frac{i i'}{i + i'}.$$

Siłę elektromotoryczną V przypadającą na 1^0 różnicy temperatur znajdziemy więc:

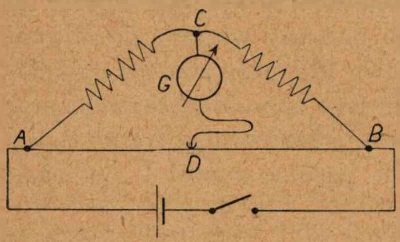
$$v = \frac{V}{t}.$$

§ 83. **Mostek Wheatstone'a** (rys. 90).

M o s t e k W h e a t s t o n e'a służy do pomiaru oporów; pomiar ten jest pomiarem porównawczym, t. zn. wyznaczamy tu opór nie-

wiadomy x przez porównanie go z pewnym oporem znanym R. Schemat połączeń — patrz rys. 90. Jeśli na przewodniku ADB (zwykle prosty drut, naciągnięty nad skalą milimetrową długości 1 m) dobierzemy punkt D tak, aby potencjał jego był równy potencjałowi w punkcie C (co, oczywiście, zawsze jest możliwe, ponieważ potencjał spada od A do B o tę samą różnicę na obu gałęziach: ACB i ADB), to w „moście", łączącym C z D nie będzie płynął prąd elektryczny: wskazówka galwanoskopu G pozostanie na „zerze". Niechaj wówczas prąd w gałęzi ACB wynosi i_C, a prąd w gałęzi ADB i_D, i niechaj opór drutu od A do D wynosi r_A, opór zaś od D do B r_B. Wówczas napięcie V_{AC} pomiędzy A i C równa się napięciu V_{AD}, napięcie zaś V_{CB} równe jest napięciu V_{DB} pomiędzy D i B. Mamy więc zgodnie z prawem Ohma:

$$V_{AC} = i_C x = i_D r_A, \text{ oraz } V_{CB} = i_C R = i_D r_B,$$



Rys. 90

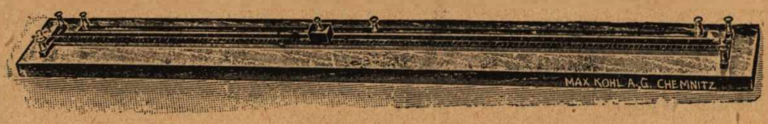
skąd $x = R \cdot \dfrac{r_A}{r_B}$.

Drut ADB ma wszędzie ten sam przekrój, przeto opory jego części mają się do siebie, jak długości tychże części, a zatem

$$r_A : r_B = a : b,$$

skąd: $x = R \cdot \dfrac{a}{b}$.

Rys. 91 przedstawia „reochord", czyli właśnie drut AB. „Most", zawierający galwanoskop G, doprowadzamy do ruchomego kontaktu D, który możemy przesuwać wzdłuż skali, równoległej do AB.

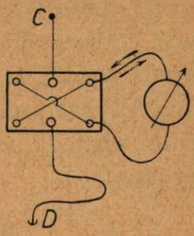


Rys. 91 (M. Kohl).

Aby powiększyć dokładność pomiarów, włączamy często w „most" CD komutator (najczęściej używamy t. zw. „kołyski Poggendorffa"), z którym dopiero łączymy galwanoskop (np. wedle schematu rys. 92); przekręcenie komutatora (przerzucenie kabłąka „kołyski" z jednego położenia w drugie) odwraca kierunek prądu w galwanoskopie, skut-

kiem czego wskazówka galwanoskopu przebiega na drugą stronę położenia zerowego: ruch wskazówki jest więc teraz „podwojony", co nam łatwiej pozwala go dostrzec.

Jako opór porównawczy R służy przeważnie opornik zatyczkowy, na którym włączamy odpowiednią ilość ohmów, wyjmując kołeczki. Jako punkt C służyć może „śrubka kontaktowa", lub (lepiej!) jeden z zacisków opornika porównawczego. Drut AB bywa też często nawinięty na walec; sposób używania go w tej formie — patrz str. 183. Wkońcu używamy też często zamiast drutu AB oporników zatyczkowych, tak urządzonych, że można na nich sformować wszystkie 3 potrzebne do pomiaru opory: r_A, r_B i R.



Rys. 92.

Jeśli galwanoskop G nie jest bardzo czuły, to zwykle znajdziemy na AB cały przedział, w którego obrębie można przesuwać kontakt D, nie spostrzegając ruchu wskazówki G: jako właściwe położenie D bierzemy położenie środkowe, t. j. środek tego przedziału. Powtarzać obserwacje kilkakrotnie, postukując ewentualnie (z l e k k a!) po galwanoskopie końcem palca i biorąc średnią arytmetyczną z wyznaczonych położeń środkowych D! Rachunek wykazuje, że nieunikniony błąd, który i wówczas pozostanie, będzie miał wtedy najmniejszy wpływ, gdy D leży w połowie AB, t. zn. gdy $x = R$, a zatem: po pierwszem prowizorycznem obliczeniu x zmienić opór porównawczy R, dobierając go tak, aby w przybliżeniu było $R = x$, i wykonać pomiar jeszcze raz!

D o w ó d:

Jeśli długość drutu $AB = l$, to $b = (l - a)$,

skąd
$$x = R \frac{a}{l - a};$$

błąd graniczny znajdziemy więc:
$$\Delta x = x \cdot \frac{l}{(l - a)\,a} \Delta a.$$

Mianownik po prawej stronie jest największy przy $a = \frac{l}{2} = b$, zatem Δx jest właśnie wówczas najmniejsze, c. b. d. d.

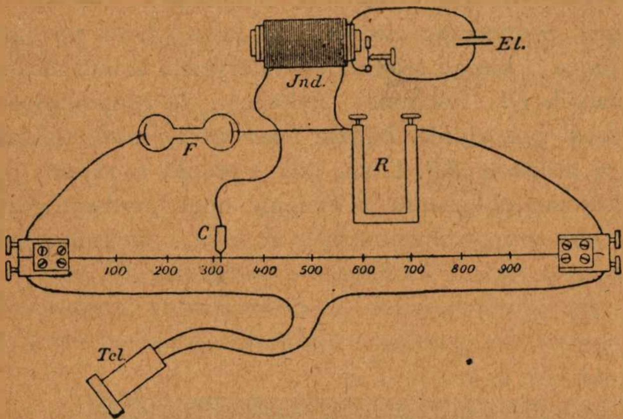
Dalsza dyskusja pomiaru prowadziłaby do pytania: jak dobrać opory w całej sieci, aby najmniejszy błąd w ustawieniu suwaka (kontaktu ruchomego) D powodował jak największe odchylenie galwanoskopu G? Analizę tego zagadnienia musimy tu pominąć.

Włączając na miejsce x dwa opory, połączone bądź szeregowo, bądź równolegle, możemy łatwo sprawdzić prawa sumowania oporów, podane na str. 168.

Łatwo widzieć, że w sieci ,,mostku Wheatstone'a można przestawić galwanoskop na miejsce akumulatora (lub innego źródła prądu) i naodwrót, i że przy zachowaniu proporcji $x : R = a : b$ prąd nie będzie płynął przez galwanoskop i w nowem położeniu tegoż. Taki właśnie schemat połączeń przedstawiony jest na rys. 93 (patrz § następujący).

§ 84. **Wyznaczanie oporu elektrolitów** (rys. 93).

Można i tu zastosować metodę mostku Wheatstone'a. Prąd stały wywołuje naogół polaryzację elektrolitów, używamy przeto prądu zmiennego; ponieważ galwanoskop nie reagowałby na prąd zmienny, przeto zamiast galwanoskopu bierzemy zwykle słuchawkę telefoniczną *Tel* (rys. 93), starając się wyregulować stosunek $a : b$ tak, aby brzę-



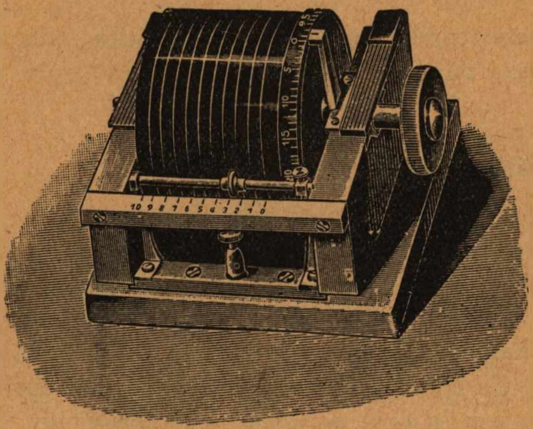
Rys. 93



Rys. 94 (M. Kohl).

czenie telefonu znikło, lub też osiągnęło swe minimum. Jako źródło prądu zmiennego służy zwykle obwód wtórny cewki Ruhmkorffa *Ind*, zasilanej prądem stałym z akumulatora *El*. Trzymać słuchawkę telefoniczną nie za blisko cewki Ruhmkorffa, aby uniknąć działań indukcyjnych! R jest oporem porównawczym, włączonym na oporniku zatyczkowym, F naczyniem, zawierającem elektrolit; C oznacza kontakt, przesuwany wzdłuż reochordu. Rys. 94 przedstawia jeszcze raz naczynie F, zawierające elektrolit i elektrody.

Zamiast prostego reochordu AB, opisanego w § poprzedzającym, używamy tu często drutu, nawiniętego spiralnie na walec (rys. 95); przy obracaniu walca przesuwa się wzdłuż drutu kółeczko metalowe z wyżłobionym brzegiem, przyciśnięte do drutu tem właśnie wyżłobie-



Rys. 95.

niem. Kółeczko to odgrywa rolę punktu C — położenie jego odczytujemy na skali, równoległej do walca (całkowite obroty) i na skali, umieszczonej na obwodzie walca (setne części obrotu). Odpowiednio umieszczone śrubki kontaktowe (zaciski) umożliwiają połączenie kółka C i końców drutu z resztą sieci. Czasem w podstawce, na której ustawiony jest cylinder, umieszczony jest też opornik porównawczy R.

Jeśli celem pomiaru jest wyznaczenie „oporu właściwego" elektrolitu, to albo musimy rozporządzać odpowiednio ukształtowanem naczyniem (tak, aby długość i przekrój słupa cieczy, przez którą przepływa prąd, były wyznaczone przez kształt naczynia i elektrod i dostępne do pomiaru), albo też musimy wyznaczyć najpierw przez porównanie, t. zw. „pojemność oporową" naczynia. W tym celu napełniamy je najpierw elektrolitem o znanym oporze właściwym ρ', i wyznaczamy opór r', opisaną poprzednio metodą; stosunek $r' : \rho' = k$ nazywamy właśnie „pojemnością oporową". Po starannem przepłókaniu i wysuszeniu naczynia, napełniamy je cieczą badaną, mierzymy jej całkowity opór r i znajdujemy jej opór właściwy ρ.

$$\rho = \frac{r}{k}.$$

Opór właściwy elektrolitów wyrażamy zazwyczaj w ohmach na 1 cm długości i 1 cm^2 przekroju; a więc np. opór właściwy $15^0/_0$-owego wodnego roztworu *NaCl* (w temp. 18^0 c) wynosi:

$$\rho = 6,1 \frac{\text{ohm} \cdot \text{cm}^2}{\text{cm}} = 6,1 \text{ ohm} \cdot \text{cm}.$$

Przewodnictwo obliczymy oczywiście jako odwrotność oporu. Metoda powyższa może też służyć do pomiaru oporu wewnętrznego ogniwa.

§ 85. Opór galwanometru.

Opór galwanometru (również galwanoskopu i t. d.) możemy wyznaczyć metodą mostku Wheatstone'a, włączając galwanometr jako opór niewiadomy x (rys. 90); zamiast galwanoskopu wystarcza wówczas umieścić „klucz" (wyłącznik). Szukamy położenia punktu C tak, aby przy zamykaniu i otwieraniu klucza (t. zn. przy łączeniu i rozłączaniu punktów C i D) wychylenie wskazówki badanego galwanometru nie ulegało zmianie: wówczas w przewodniku CD nie płynie prąd, t. zn. punkty C i D są na tym samym potencjale, a więc mamy znowu:

$$x = R \cdot \frac{a}{b}.$$

Jeśli galwanometr jest czuły, to nie znosi on silnych prądów; można go wówczas zabezpieczyć (znanym!) oporem dodatkowym r, włączonym w szereg z galwanometrem między galwanometr x i jeden z punktów: A lub C; rachunek daje wówczas:

$$x = R \frac{a}{b} - r.$$

Jako r służy zwykle opornik zatyczkowy. Zaczynać od dużych wartości r!

Dyskusja błędów — por. § 83.

§ 86. Zależność oporu od temperatury.

Kalorymetr elektryczny (§ 81) może służyć również do wyznaczania zależności oporu przewodnika metalicznego od temperatury. Zależność tę można przedstawić przy niezbyt wielkich różnicach temperatury w postaci równania:

$$r_t = r_0 (1 + \alpha t),$$

gdzie r_t = oporowi w danej temperaturze t, r_0 = oporowi przy 0° C, α zaś jest t. zw. współczynnikiem temperaturowym.

Mierzymy więc opór spiralki, np. przy pomocy mostku Wheatstone'a 2 razy: raz, gdy kalorymetr napełniony jest lodem drobno tłuczonym lub śniegiem, drugi raz, gdy napełniony jest czystą wodą lub (lepiej) naftą o temperaturze t (t najlepiej niech będzie o kilka stopni wyższe, niż temperatura pokojowa). Z tych dwóch pomiarów otrzymamy:

$$\alpha = \frac{r_t - r_0}{r_0 \cdot t}.$$

Uważać, aby podczas pierwszego pomiaru nie zbrakło lodu w kalorymetrze! Prąd przez spiralkę przepuszczać słaby, aby nie posiadała ona dużo wyższej temperatury, niż jej najbliższe otoczenie, t. zn. lód, woda, nafta i t. d.!

Jeśli nie mamy do rozporządzenia lodu lub śniegu, to można wyznaczyć α, mierząc opór spiralki przy dwóch różnych temperaturach t_1 i t_2; mamy wówczas:

$$r_1 = r_0(1 + \alpha t_1) \text{ i } r_2 = r_0(1 + \alpha t_2),$$

skąd

$$\alpha = \frac{r_2 - r_1}{r_1 t_2 - r_2 t_1}.$$

Równanie to można jednak zastąpić przez równanie przybliżone:

$$\alpha = \frac{r_2 - r_1}{r_1(t_2 - t_1)},$$

albowiem błąd, który w ten sposób popełnimy, jest mniejszy, niż błędy, spowodowane przez niedokładność pomiarów, oraz błąd, tkwiący już w samem równaniu:

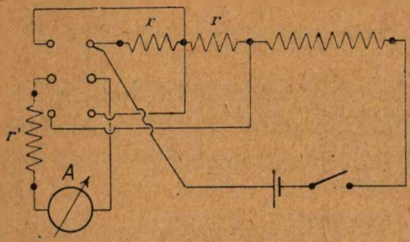
$$r_t = r_0(1 + \alpha t).$$

Źródła błędów: niedokładność w pomiarze samych oporów; różnica temperatur pomiędzy spiralką a jej otoczeniem; niedokładność w odczytaniu temperatur. Ewentualnie posiłkować się termometrem z podziałką na 10-te części stopnia. Przy subtelnych pomiarach trzeba brać pod uwagę opory przewodników, doprowadzających prąd do spiralki, a także siły termoelektryczne.

Obliczanie błędu granicznego na podstawie podanego równania miałoby tylko iluzoryczną wartość ze względu na zbyt małą dokładność całej opisanej metody pomiaru.

§ 87. **Wyznaczanie oporu metodą podstawienia** (rys. 96).

Metoda ta nadaje się do wyznaczania oporów małych, wobec których nie możnaby już pominąć oporu przewodników doprowadzających. Schemat połączeń przedstawiony jest na rys. 96. Opór niewiadomy x łączymy szeregowo z oporem porównawczym r, stanowiącym część oporu włączonego na oporniku zatyczkowym R. Dobieramy z początku opór r tak, aby był on przypuszczalnie mniej więcej równy oporowi x, oszacowanemu „na oko". Przy pomocy przełącznika P można łączyć czuły galwanometr lub miliamperometr A bądź z końcami oporu r, bądź z końcami oporu x. Oprócz tego w obwód galwanometru włączamy jeszcze d u ż y opór pomocniczy r'. Natężenia prądu i_r i i_x wykazywane przez galwanometr przy włączaniu go równolegle do r lub równolegle do x mają się wówczas do siebie, jak r do x, skąd:



Rys. 96.

$$x = r \cdot \frac{i_x}{i_r}.$$

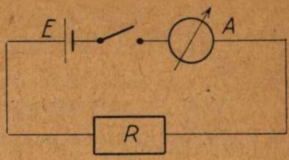
Równanie to jest jedynie wówczas zupełnie prawdziwe, jeżeli $r = x$; zatem po pierwszym pomiarze należy zmienić opór porównawczy r, czyniąc go równym x, i powtórzyć pomiar jeszcze raz! Poza tem błąd jest tem mniejszy, im większe jest r' w porównaniu z r i x.

Metoda ta wyzyskuje zasadę potencjometru (str. 168): opory r i x są proporcjonalne do napięć v_r i v_x panujących: v_r między końcami oporu r, v_x między końcami oporu x; napięcia te są zkolei proporcjonalne do prądów, przepływających przez galwanometr po włączeniu go równolegle do r i równolegle do x.

§ 88. **Wyznaczanie oporu wewnętrznego ogniwa** (rys. 97).

Tworzymy obwód wedle schematu (rys. 97). E jest ogniwem lub akumulatorem badanym, A — amperometrem, R — oporem na

oporniku zatyczkowym. Włączamy na oporniku raz R_1, drugi raz R_2, i obserwujemy na amperometrze odpowiadające tym oporom natężenia prądu i_1 oraz i_2. Jeśli siła elektromotoryczna ogniwa (lub akumulatora) wynosi V, a jego szukany opór wewnętrzny r, to mamy (z pominięciem oporu amperometru, jako zazwyczaj bardzo małego):



Rys. 97.

$$= \frac{V}{R_1 + r} \text{ oraz } i_2 = \frac{V}{R_2 + r}, \text{ skąd: } r = \frac{R_1 i_1 - R_2 i_2}{i_2 - i_1}.$$

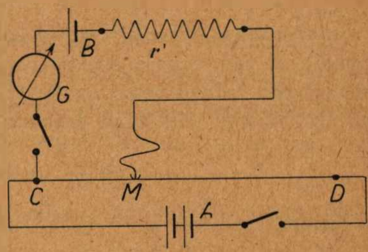
Zarazem mamy:

$$V = \frac{(R_1 - R_2) i_1 i_2}{i_2 - i_1}.$$

Ta metoda wyznaczania r oraz V jest jednak przeważnie mało dokładna, a to z tego powodu, że siła elektromotoryczna V jest w pewnym stopniu zależna od natężenia prądu i. Inny sposób wyznaczania V — patrz § 89; opór wewnętrzny r można również wyznaczyć metodą Kohlrauscha — § 84.

§ 89. **Siła elektromotoryczna ogniwa** (rys. 98).

Podajemy tu metodę kompensacji wedł. (porównaj też § 88) du Bois-Reymonda (rys. 98). A jest źródłem prądu o wiadomej sile elektromotorycznej V (akumulator), B—ogniwem badanem o sile el.-mot. x. CMD jest reochordem (str. 180) o oporze R; M — ruchomym kontaktem. Szukamy takiego położenia kontaktu M, aby przez czuły galwanometr G, włączony w szereg z ogniwem B, nie przepływał prąd: siła elektromotoryczna ogniwa jest wówczas skompensowana przez napięcie v, panujące między punktami C i M, a zwrócone w stronę przeciwną. Jeśli opór R jest dostatecznie wielki w porównaniu z oporem wewnętrznym akumulatora A, to napięcie między punktami C i D wynosi prawie dokładnie V, a wówczas na mocy prawa Ohma:



Rys. 98.

$$\frac{v}{V}=\frac{r}{R}, \quad \text{skąd} \quad x=v=V\frac{r}{R}=V\frac{a}{l},$$

gdzie l jest długością reochordu CD, zaś a — długością jego części CM.

Opór r' zabezpiecza galwanometr przed zbyt silnym prądem na początku pomiaru; w miarę zmniejszania się prądu w G można zmniejszać i opór r'.

Zamiast reochordu lepiej jest wziąć opornik zatyczkowy; punkt C obrać po stronie m n i e j s z y c h oporów! Zmieniając nietylko r, ale i R przez wyjmowanie odpowiednich kołeczków, możemy regulować stosunek $r : R$ dość subtelnie. W razie niemożności dobrania stosunku $r : R$ tak, aby prąd w galwanometrze całkowicie zniknął, przeprowadzamy interpolację (por. str. 5). Niech np. będzie:

gdy $\left(\frac{r}{R}\right)_1 = 0{,}69$, to odchylenie galwan. $\alpha_1 = +3^0$ (np. w prawo),

gdy $\left(\frac{r}{R}\right)_2 = 0{,}71$, to odchylenie galwan. $\alpha_2 = -2^0$ (a więc w lewo).

Znajdziemy wówczas $\frac{r}{R} = 0{,}702$.

Przeważnie jednak tak dokładne obliczanie stosunku $r : R$ będzie bezcelowem, ponieważ tak czy owak siła elektromotoryczna V akumulatora, którą pospolicie przyjmujemy jako równą 2 woltom, może różnić się o kilka setnych od tej wartości.

Napięcie na końcach oporu R jest nieco mniejsze od V z powodu oporu wewnętrznego r_w akumulatora. Dokładniejsze równanie dla x miałoby więc postać taką:

$$x = V\frac{r}{R+r_w}.$$

Jednakże r_w wynosi zwykle zaledwie drobny ułamek ohma (rzędu 0,01 ohma i mniej), R zaś wynosić będzie co najmniej kilka ohmów (w wypadku reochordu 1-metrowego jednak tylko około 0,5 ohma!), przeto r_w możemy przeważnie pominąć. Otrzymamy więc błąd graniczny:

$$\Delta x = x \cdot \left(\frac{\Delta V}{V}+\frac{\Delta r}{r}+\frac{\Delta R}{R}\right).$$

ΔV można szacować na $\pm$ 0,05 wolta.

Zarówno x jak i V zależą zresztą od temperatury.

§ 90. **Wyznaczanie czułości galwanometru zwierciadłowego** (rys. 99).

Rozróżniamy 2 typy galwanometrów zwierciadłowych: 1. Galwanometry z ruchomą igłą magnetyczną, obracającą się w polu magne-

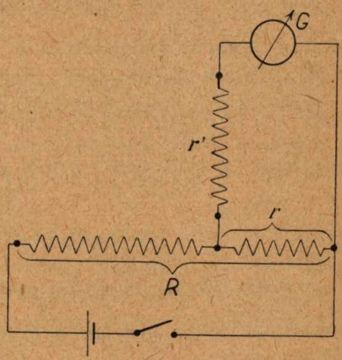
tycznem badanego prądu elektrycznego i 2. Galwanometry z ruchomą cewką, przez którą przepuszczamy badany prąd i która odchyla się pod jego wpływem w polu magnetycznem magnesu stałego i nieruchomego. Na tej samej nici co igła lub cewka zawieszone jest małe i lekkie zwierciadełko; kąt α, o który odchyla się ono wraz z igłą lub cewką, mierzymy metodą Poggendorffa (str. 16). Kąt ten jest w galwanometrach 2-go typu proporcjonalny (w dość szerokich granicach) do natężenia prądu i; w galwanometrach typu 1-go proporcjonalność ta nie ma — wogóle wziąwszy — miejsca; ponieważ jednak w galwanometrach zwierciadłowych chodzi o pomiar kątów małych i prądów słabych, przeto możemy i tu przyjąć (por. str. 5, wiersz 12 i nast.), że $\alpha = k \cdot i$, a dalej, ze względu na równanie 7, str. 6, że

$$\operatorname{tg}\alpha = k \cdot i,$$

gdzie k jest współczynnikiem proporcjonalności, charakterystycznym dla danego galwanometru. Ponieważ

$$k = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{i},$$

przeto współczynnik ten nazywamy „czułością galwanometru zwierciadłowego".



Rys. 99.

Schemat połączeń — patrz rys. 99. Prąd płynie z akumulatora A przez duży opór R (stosujemy opornik zatyczkowy; R niechaj wynosi kilkaset ohmów); r jest częścią oporu R (kilka ohmów). Końce oporu r łączymy z galwanometrem G poprzez opór zabezpieczający r' (opornik zatyczkowy dodatkowy; r' z początku brać jak największe, później — gdyby kąt α okazał się zbyt mały — można je zmniejszyć do kilkudziesięciu ohmów). Opór R znajduje tu więc zastosowanie jako potencjometr (por. str. 168). Jeśli opór wewnętrzny akumulatora jest znikomo mały wobec R (co w istocie można zwykle przyjąć), a opór galwanometru — wobec r', to natężenie prądu i, płynącego przez galwanometr wynosi:

$$i = V\frac{r}{R} \cdot \frac{1}{r'},$$

gdzie V jest siłą elektromotoryczną akumulatora (zwykle przyjmujemy $V = 2$ wolty). Obserwujemy przez lunetę, która kreska skali uka-

że się na skrzyżowaniu nitek pajęczych przy tym prądzie i. Niechaj będzie to kreska n-ta (w mm); jeśli odległość skali (wzgl. objektywu lunety) od zwierciadła wynosi d mm (brać conajmniej $d = 1000$ mm!), to $\operatorname{tg} \alpha = n/2d$; dzieląc tę wartość przez i, otrzymamy żądaną czułość k.

Powtarzać pomiar kilkakrotnie, zmieniając wartości r, R i r'; brać średnią arytmetyczną!

Dokładniejsze równanie dla prądu i miałoby postać:

$$i = \frac{Vr}{\left[r_A + R - r + \frac{r(r' + r_G)}{r + (r' + r_G)}\right](r' + r_G)},$$

gdzie r_A = opór akumulatora, a r_G = op. galwanometru. Jednakże r_A jest zwykle bardzo małe w porównaniu z R i można je pominąć; oznaczając $(r' + r_G)$ przez r_g i przekształcając nieco, otrzymamy:

$$i = \frac{Vr}{\left[R - r + \frac{r}{1 + \frac{r}{r_g}}\right] \cdot r_g}.$$

Jeśli, tak jak to wyżej podano, R wynosi kilkaset, r' kilkadziesiąt, a r kilka ohmów, to można przyjąć $1 + \frac{r}{r_g} = 1$, a więc ostatecznie:

$$i = \frac{Vr}{R(r' + r_G)} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{k}.$$

Wykonywając dwa niezależne pomiary dla dwóch różnych wartości oporu r', możemy z powstających w ten sposób 2-ch równań obliczyć niewiadome r_g i k. Mamy:

$$k = \operatorname{tg}\alpha \frac{R(r' + r_G)}{Vr}.$$

Błąd graniczny:

$$\Delta k = k\left(\frac{\Delta \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta r_G}{r_G}\right).$$

Błędy ΔR i Δr można pominąć; największym z błędów będzie błąd ΔV — jeśli przyjmiemy „na chybił trafił" $V = 2$ woltom, to ΔV można szacować co najmniej na 0,05 wolta. Co do Δr_G, to można je oszacować (jeśli jest ono nie celem, lecz tylko środkiem do obliczenia Δk) w następujący sposób: Wykonywamy jeszcze jeden (3-ci) pomiar ze zmienioną wartością r'; otrzymamy w ten sposób 3-cie równanie z niewiadomemi k i r_G. Te trzy równania dadzą się pogrupować na 3 sposoby po 2; każda utworzona para równań da nam parę pierwiastków k i r_G. W rezultacie otrzymamy 3 wartości na r_G, różniące się nieco między sobą; różni-

cę między największą i najmniejszą z nich przyjmiemy jako Δr_G. Samo r_G obliczymy jako średnią arytmetyczną z otrzymanych 3-ch wartości, podobnie też i k. Dokładniejsze rozwiązanie tego zagadnienia daje t. zw. „metoda najmniejszych kwadratów", której tu objaśniać nie możemy.

§ 91. Zadania do Rozdziału VII.

1. Bieguny magnesu prostego, długiego na 25 cm posiadają masę magnetyczną po 50 jednostek. Jaka siła wywierana jest na biegun jednostkowy, dodatni, umieszczony opodal magnesu w punkcie A, jeśli $\sphericalangle ASN = \sphericalangle ANS = 90^0$? To samo, jeśli $\sphericalangle ANS = 60^0$ oraz $\sphericalangle ASN = 30^0$? (Odp.: W pierwszym wypadku siła $= \frac{4\sqrt{2}}{25}$ dyn; jest ona równoległa do NS, zwrócona od N do S; w drugim wypadku siła $= \frac{128}{9 \cdot 125}$ dyn; kierunek jej zawiera z kierunkiem NA kąt α, dla którego: $\operatorname{tg} \alpha = {}^1/_3$).

2. Jednostkę magnetyczną dodatnią M przesuwamy wzdłuż prostej, łączącej dwa bieguny N i S równej mocy, trzymając ją stale po przeciwnej stronie N, niż S. Kiedy mamy większe prawo pominąć działanie S na M w porównaniu z działaniem N na M: przy małych czy dużych odległościach NM? (Odp.: Przy małych wartościach NM).

3. Dwa magnesy proste leżą w przedłużeniu jeden drugiego i są zwrócone ku sobie biegunami przeciwnemi. Znaleźć siłę wzajemnego przyciągania ich, jeśli długość pierwszego $= l_1$, długość drugiego $= l_2$, odległość wzajemna zwróconych ku sobie biegunów $= a$, i wkońcu siła biegunów pierwszego $= m_1$, siła biegunów drugiego $= m_2$ jedn. magnetyzmu. (Odp.:

$$\text{Siła } f = m_1 m_2 \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{(a + l_1)^2} - \frac{1}{(a + l_2)^2} + \frac{1}{(a + l_1 + l_2)^2} \right).$$

4. W jakiej odległości od punktu A należałoby umieścić punktowy biegun magnetyczny o masie magn. $= 60$ jedn., aby pole magnetyczne, wytworzone w nim, posiadało natężenie poziomej składowej magnetyzmu ziemskiego w Polsce?

5. Igła magnetyczna wykonywa pod wpływem magnetyzmu ziemskiego 36 wahnięć na minutę w płaszczyźnie poziomej, jeśli zaś umieścimy w odległości r cm od niej biegun magnetyczny punktowy, to ilość wahnięć jej wynosi 51 na minutę. Jaka jest masa magnetyczna m tego bieguna? (Rozw.: $\frac{51}{36} = \frac{\sqrt{H + F}}{\sqrt{H}}$, oraz: $F = \frac{m}{r_2}$).

6. Magnes w kształcie prostej sztabki wykonywa w płaszczyźnie poziomej 90 wahnięć w ciągu 4 minut pod wpływem pola magn. ziemskiego. Obliczyć moment magnetyczny M magnesu, jeśli pozioma składowa H magnetyzmu ziemskiego wynosi: $H = 0{,}2$ gausa, a moment bezwładności magnesu $1 = 320$ g. cm². (Odp.: $M = 2221$).

7. Busola stycznych zawiera 20 zwojów o promieniu 12 cm; jakie natężenie posiada przeprowadzany przez nią prąd, jeśli odchylenie igły wynosi 35^0? Pozioma składowa magn. ziemskiego $H = 0{,}2$ gausa. (Odp.: 0,133 ampera).

8. Ile srebra wydzieli na katodzie tenże prąd w ciągu 30 minut, przepływając przez wodny roztwór $AgNO_3$?

9. W długim grubym przewodniku prostolinjowym płynie prąd o natężeniu 900 amperów. Jakie natężenie posiada pole magnetyczne w odległości 15 cm od przewodnika? (Rozw.: Całkowita siła, wywierana przez długi przewodnik na punkt w odległości r cm od przewodnika na biegun jednostkowy wynosi: $\frac{2i}{r}$ dyn, gdzie i wyrażone jest w jednostkach el.-magn., a więc w danym wypadku mamy $f = \frac{180}{15} = 12$ gausów).

10. Baterja dostarcza prądu stałego o napięciu 4 woltów; prąd ten, wprowadzony do busoli stycznych, wywołuje odchylenie $35^0 30'$. Po wprowadzeniu oporu dodatkowego 2,5 ohmów odchylenie igły zmniejsza się do $20^0 40'$. Znaleźć stałą busoli stycznych oraz opór jej uzwojenia. (Odp.: Stała busoli = 2; opór = 2,8 ohmów).

11. Prąd elektryczny, przepływający przez busolę stycznych i przez woltametr wodny, wytwarza w ciągu 4 minut 112 cm gazu piorunującego o temperaturze 15^0 i prężności 740 mm rtęci; jednocześnie odchylenie igły w busoli wynosiło 18^0. Obliczyć stałą busoli stycznych. Obliczyć poziomą składową magnetyzmu ziemskiego, jeśli busola zawiera n zwojów o promieniu 15 cm.

12. Jaką ilość ciepła wytworzy prąd elektryczny, który w ciągu 20 minut wydziela na katodzie z wodnego roztworu $Cu\,SO_4$ 0,512 g miedzi, w przewodniku o oporze 15 ohmów?

13. W celu pomiaru ciepła Joule'a łączymy ze sobą odpowiednie aparaty przewodnikami według schematu rys. 88. Część prądu, którego natężenie odczytujemy na amperometrze, omija wówczas kalorymetr, przechodząc przez woltmetr, co powoduje pewien błąd w wyniku ostatecznym. Jaki musi być opór woltmetru, jeśli nie chcemy, aby błąd nasz przekroczył 0,1⁰/₀? (Odp.: Musi być co najmniej 1000 razy większy, niż opór drutu w kalorymetrze).

14. Znaleziono doświadczalnie, że opór przewodnika w kalorymetrze = 7,5 ohma (por. zad. poprzednie), a opór woltmetru = 250 ohmów. Jaką poprawkę należy wprowadzić do rachunku, aby uwzględnić błąd, powstający przez odgałęzienie części prądu do obwodu woltmetru? (Odp.: Należy wartość natężenia prądu, odczytaną na amperometrze, pomnożyć przez $\frac{250}{257,5}$ i tę wartość wprowadzić dopiero do rachunków).

15. Ile czasu potrzeba do zagotowania 1 litra wody w grzejniku elektrycznym, jeśli pobiera on 3 ampery z sieci miejskiej przy 120 woltach napięcia, i jeśli 20⁰/₀ wytworzonej energji cieplnej pozostaje przytem niewyzyskane? Temperatura początkowa wody = 20^0. (Odp.: Około 19,5 minut).

16. Jak wielki jest opór uzwojeń grzejnika powyższego?

17. Elektryczne żelazko do prasowania posiada w swych uzwojeniach opór 7,5 ohma. Ile kosztuje ogrzewanie go prądem z sieci miejskiej o napięciu 120 woltów w ciągu 30 minut, jeśli 1 kilowattgodzina kosztuje 80 groszy? (Odp.: Około 77 groszy).

18. Przez ciało ludzkie, od dłoni do dłoni, przechodzi prąd o natężeniu 2 miliamperów pod napięciem 25 woltów. Ile wynosi opór ciała?

19. Przy pomiarze oporu elektrycznego x metodą mostku Wheatstone'a dobrano opór pomocniczy R tak, iż $x : R =$ około $1 : 9$. Długość reochordu wynosi 1000 mm. Skutkiem niedostatecznej czułości galwanoskopu popełniono w ustawieniu suwaka błąd 10 mm. Jak wielki wpływ ma ten błąd na dokładność rezultatu całego pomiaru? Jak wielki będzie wpływ takiego samego błędu, jeśli opór R dobierzemy tak, aby było mniej więcej $R = x$? (Rozw.: Gdy mamy $x : R =$ ok. $1 : 9$, to $\frac{95}{905} < \frac{x}{R} < \frac{105}{895}$, czyli $0{,}105 < \frac{x}{R} < 0{,}117$; błąd może więc dochodzić do $\frac{0{,}117 - 0{,}105}{0{,}105} \backsimeq 12\%$; gdy $R = x$ (w przybliżeniu), to analogiczny rachunek daje, że największy możliwy błąd $= 4\%$).

20. Dwa przewodniki mają opory = 15 ohmów i 20 ohmów. Jak wielki otrzymamy opór, łącząc je 1) szeregowo, 2) równolegle. (Odp.: 1) 35 ohmów; 2) $\frac{20 \cdot 15}{20+15} = 8{,}57$ ohma).

21. Z podwójnego kabla elektrycznego, przeprowadzającego prąd z miejscowości M do miejscowości N, uchodzi elektryczność do ziemi skutkiem uszkodzenia izolacji. Jak znaleźć miejsce uszkodzenia izolacji, nie wydobywając narazie kabla z ziemi? (Rozw.: Odłączamy w miejscowości N całą sieć elektryczną i spinamy tam „na krótko" końcówki kabla ze sobą. Oznaczając przez A i B końcówki kabla w miejscowości M oraz przez C punkt uszkodzenia izolacji na kablu, traktujemy ACB jako gałąź ACB sieci, przedstawionej na rys. 90. Włączamy jeszcze między A i B opory AD i DB, połączone szeregowo ze sobą i tworzące razem gałąź ADB, równoległą do ACB, dobierając je tak, aby po połączeniu punktu D z ziemią nie było prądu w tem połączeniu, poczem obliczamy stosunek oporów $\frac{AC}{CB} = \frac{AD}{DB}$. Ze stosunku oporów $\frac{AC}{CB}$ możemy obliczyć punkt uszkodzenia izolacji).

22. W celu wyznaczenia oporu właściwego 20%-go roztworu soli kuchennej w temp. 18° napełniono tym roztworem cylindryczne naczynie szklane o średnicy wewnętrznej 3 cm z metalowem dnem, służącem jako jedna z elektrod. Jako druga elektroda służy okrągła płytka metalowa o średnicy prawie równej 3 cm, umieszczona poziomo w odległości 20 cm nad dnem. Znaleziono, że opór tak otrzymany wynosił 14,5 ohma. Obliczyć opór właściwy roztworu. (Odp.: 5,1 ohma . cm).

23. Opór słupa rtęci w temperaturze 0°, 20° i 100° wynosi odpowiednio: 1 ohm, 1,0074 ohma i 1,3640 ohma. Zakładając, że zależność oporu właściwego rtęci od temperatury posiada postać: $\rho = \rho_0 (1 + \alpha t + \beta t^2)$, obliczyć stąd α i β. (Odp.: $\alpha = 0{,}00358$, $\beta = 588 \cdot 10^{-6}$).

24. Przez przewodnik ACB przepływa prąd elektryczny. Opór części od A do C wynosi 50 ohmów. Znaleźć opór od C do B, jeśli galwanometr systemu Deprez-d'Arsonvala, włączony między punkty A i C, daje odchylenie 3°, a włączony między punkty C i D — daje odchylenie 4°30′? (Odp.: Opór szukany $= 50 \cdot \frac{4{,}5}{3} = 75$ ohmów).

25. Chcemy zmierzyć metodą mostku Wheatstone'a opór wewnętrzny miliampermetru, na którym ostatnia podziałka skali odpowiada natężeniu 100 miliamperów. Jak wielki opór należy włączyć w sieć tuż za akumulator, aby miliampermetr był na wszelki wypadek zabezpieczony przed skutkami fałszywych połączeń? (Odp.: $R = \frac{2}{0{,}100} = 20$ ohmów, jeśli akumulator daje napięcie 2 woltów).

26. Siła elektrobodźcza baterji akumulatorów, służącej jako źródło stałego napięcia przy obserwacjach elektrostatycznych wynosi 2000 woltów. Baterja zabezpieczona jest dwoma oporami, wynoszącemi po 200000 ohmów, włączonemi po obu stronach baterji między jej bieguny a zaciski, do których możemy doprowadzać końce obwodu zewnętrznego. Czy przy przypadkowem dotknięciu rękoma obu zacisków jednocześnie grozi nam niebezpieczeństwo, jeśli człowiek może wytrzymać bez szkody prąd o natężeniu 5 miliamperów? (Odp.: Nie).

ROZDZIAŁ VIII.

ZADANIA RÓŻNE.

1. Jaka jest prędkość w km na sek ruchu ziemi dookoła słońca, jeśli promień jej orbity wynosi 150 miljonów km, a jeden obieg trwa 365,25 dnia?

2. Pociąg biegnie z prędkością 72 km na godz. Na jakiej odległości przed stacją maszynista musi przerwać dopływ pary do cylindrów, jeśli pragnie on, aby pociąg zatrzymał się sam na skutek tarcia i oporu powietrza, i jeśli opory ruchu wynoszą średnio $^1/_{120}$ część ciężaru pociągu? (Rozw.: Niechaj masa pociągu $= m$; wówczas ciężar $Q = mg$, a opory ruchu $f = {}^1/_{120}\, mg$, zatem wywołane przez nie przyśpieszenie $a = - {}^1/_{120}\, g$. Drogę s przebytą aż do zupełnego zatrzymania się pociągu obliczymy z równań $v = v_0 + at$; $s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2$; podstawiając $v_0 = 20$ m/sek, $v = 0$ oraz $g = 9{,}81$ m/sek^2, otrzymamy wkońcu: $s = 2420$ m).

3. Automobil wyścigowy jedzie z szybkością 240 km na godz. Z jakiej odległości kierowca musi go zacząć hamować na widok przeszkody, by uniknąć szkodliwych skutków dla pasażerów i dla siebie, jeśli najwyższy jednostronny nacisk, jaki człowiek może wytrzymać bez szkody dla siebie, równa się 4-krotnemu ciężarowi jego własnego ciała? (Rozw.: Największe (co do wart. bezwzgl.) dopuszczalne przyśpieszenie $= - 4\, g$; stąd droga, przebyta przez automobil aż do zupełnego zatrzymania się $= 56$ m).

4. Aby pocisk, wyrzucony z armaty w kierunku księżyca, nie spadł zpowrotem na ziemię, lecz mógł osiągnąć księżyc, musiałby on być wystrzelony z prędkością około 12 km na sek. Przyjmując tę samą wartość maksymalną dopuszczalnego jednostronnego nacisku, co w zad. poprzedniem, obliczyć, jak długą musiałaby być co najmniej lufa armaty, potrzebnej do urzeczywistnienia pomysłu podróży na księżyc wedle planu Jules Verne'a? (Odp.: Co najmniej 1820 km).

5. Wedle innych projektów prędkość ta (12 km/sek) dałaby się osiągnąć przez wprawianie stopniowo w coraz szybszy obrót ogromnego koła, na którego obwodzie umieszczony byłby wagonik z podróżnymi, który to wagonik mogliby oni

odczepić w odpowiednim momencie. Przyjąwszy, że możliwą rzeczą byłoby skonstruowanie koła o promieniu 100 m, znaleźć, z jak wielką siłą odśrodkową człowiek, zamknięty w wagoniku, byłby przyciskany do ścian tego ostatniego. (Odp.: Przyśpieszenie dośr. $a_r = \frac{v^2}{r}$, zatem siła $f_r = m\frac{v^2}{r} = Q\cdot\frac{v^2}{rg}$, gdzie Q jest ciężarem ciała człowieka. Podstawiając wartości liczbowe, znajdziemy $f_r = 145400.Q$).

•6. Kulkę o masie m g zawieszono na nici długości 10 cm. Utworzone w ten sposób wahadło odchylono o 90° od pionu i puszczono swobodnie. Jak wielkie będzie napięcie nici F w momencie, gdy kulka przechodzić będzie przez położenie równowagi? (Odp.: Siła = ciężarowi kulki + siła odśrodkowa, a więc $F = mg + m\frac{v^2}{r}$, gdzie $r = 10$ cm, a v^2 znajdziemy z równania energji: $mgh = \frac{mv^2}{2}$, przyczem $h = r = 10$ cm, z tej bowiem wysokości kulka spada do położenia równowagi).

•7. Saneczki wraz z siedzącym w nich człowiekiem ważą 80 Kg; współczynnik tarcia = 0,02. Jaka jest siła tarcia? Jaka praca potrzebna jest, aby saneczkom nadać prędkość 4 m/sek^{-1} po upływie 1 minuty? Jaka praca potrzebna jest do utrzymania tej prędkości w ciągu następnej minuty? (Odp.: 1) $f = 1{,}6$ Kg; 2) Ok. 2542 joulów = 257 Kgm; 3) Ok. 0,158 joulów = 0,016 Kgm.

•8. Po równi pochyłej, którą stanowi deska o długości $l = 3$ m, zawierająca kąt $\alpha = 30^0$ z poziomem, zesuwa się sześcian żelazny o krawędzi $b = 5$ cm. Współczynnik tarcia $k = 0{,}25$. Obliczyć energję kinetyczną, jaką sześcian posiadać będzie u dołu równi. Masa właściwa żelaza = 7,8 g 1 cm³. (Wskaz.: Niechaj masa żelaznego sześcianu $= m$; wówczas ciężar jego $Q = mg$. Siła f, nadająca mu istotne przyśpieszenie a wynosi: $f = Q \sin 30^0 - f'$, gdzie $f' = k\ \ Q\ \ \cos 30^0$ jest siłą tarcia. Dzieląc f przez m, znajdziemy przyśpieszenie a; prędkość v, osiągnięta na drodze l, wynosi $v = \sqrt{2al}$, a stąd energja kinetyczna $\frac{mv^2}{2}$).

•9. Siła f działa na ciało o masie m pod kątem 30° do poziomu w ciągu czasu t, zmuszając je do poruszania się w górę. Jaką drogę przebędzie to ciało od chwili ustania działania siły aż do zatrzymania się, jeśli jest ono zmuszone posuwać się nadal (bez tarcia) ukośnie w tym samym kierunku? (Rozw.: $(f - mg.\sin 30^0).t = mv$; gdzie v = osiągniętej szybkości; ponieważ po ustaniu działania siły f ciało porusza się z przyśpieszeniem $a = -g.\sin 30^0$, przeto czas t', potrzebny do zatrzymania się ciała, wynosi $t' = \frac{v}{g \sin 30^0}$, a droga przebyta $s = \frac{v^2}{2g \sin 30^0} = \frac{v^2}{g}$).

10. Na końcu sznurka, długości 1 m, uwiązujemy szklankę, zawierającą wodę. Drugi koniec sznurka ujmujemy w rękę i zaczynamy obracać szklankę dookoła ręki. Ile obrotów na sekundę należy wykonywać, aby woda nie wylała się ze szklanki? (Odp.: Pół obrotu na sekundę).

11. Łyżwiarz jedzie po łuku koła o promieniu 15 m z prędkością 10 m sek^{-1} Pod jakim kątem do poziomu musi się on nachylić ku środkowi koła? (Wskaz.: Ciężar łyżwiarza i siła odśrodkowa, przyłożone w środku ciężkości ciała łyżwiarza, muszą dawać wypadkową, skierowaną ku punktowi zetknięcia łyżwy z lodem).

12. Jak poruszałby się kamień, wpuszczony do kanału, przebijającego nawylot kulę ziemską od bieguna do bieguna? (Odp.: Ruchem harmonicznym, ponieważ ciężar ciała wewnątrz ziemi jest wprost prop. do jego odległości od środka).

13. Jak długo trwałoby jedno „wahnięcie" kamienia tam i zpowrotem, jeśli przyjmiemy, że g na powierzchni ziemi (na biegunach) wynosi 983 cm/sek^{-2}? Promień ziemi = 6370 km. (Odp.: 67 min. 10 sek.).

14. Jak długo musiałby trwać jeden obrót ziemi dookoła własnej osi, aby ciała, położone na jej równiku, utraciły pozornie cały swój ciężar? Przyjąć promień ziemi = 6370 km. (Odp.: Przyjmując dla ziemi nieobracającej się g = 983 cm. sek^{-2}, otrzymujemy 67 min. 10 sek.).

15. Z jaką prędkością należałoby wystrzelić w kierunku poziomym pocisk armatni, aby obiegał on dookoła ziemi po kole, nie spadając na nią? Przyjąć dla g i promienia ziemi te same wartości, co w zad. poprzednich. (Odp.: 7910 m/sek).

16. Kamień wyrzucono z procy pod kątem 30^0 do poziomu z prędkością początkową 30 m/sek. Jaką największą wysokość osiągnie i jak daleko upadnie? (Odp.: Największa wysokość $= \frac{225}{2 \cdot g}$ m; upadnie w odl. $\frac{450 \cdot \sqrt{3}}{g}$ m).

17. Przedmiot ześlizguje się wzdłuż równi pochyłej, długiej na 66 m w ciągu 10 sekund. Współcz. tarcia = 0,25. Jakie jest nachylenie równi do poziomu? (Odp.: $21^0 32'$; porównaj też zad. 9).

18. Przedmiot płaski, położony na desce, zaczyna zesuwać się po niej w dół, gdy deskę nachylimy pod kątem α do poziomu. Ile wynosi współczynnik tarcia k? (Odp.: $k = \operatorname{tg} \alpha$).

19. Jakie nachylenie δ do geometrycznej osi śruby musi posiadać jej „gwint" (linja śrubowa), aby śruba nie wykręcała się sama ze swego uchwytu („mutry") pod wpływem siły, działającej na nią w kierunku jej długości? (Odp.: $\delta >$ arc cotg k, gdzie k jest współcz. tarcia między śrubą a jej uchwytem; por. zad. poprzednie).

*20. Na osi, umieszczonej poziomo na wysokości 5 m nad podłogą, obraca się koło o promieniu 1 m z prędkością 2 obrotów na sekundę. Do obwodu koła przyczepione jest ciało, które odrywa się od niego, gdy znajdzie się w najniższym punkcie. Jak będzie się ono poruszać po oderwaniu się od koła, i gdzie i po jakim czasie upadnie? (Rozw.: Ruch ciała odbywać się będzie po paraboli, wyznaczonej przez równania: $x = ut$; $y = \frac{g}{2} t^2$, gdzie x i y oznaczają poziomą i pionową odległość ciała od miejsca oderwania od koła, t — czas, który upłynął od tej chwili, a u prędkość na obwodzie koła. Ciało spadnie na podłogę, gdy y = 4 m, stąd można znaleźć t i x).

21. Cyklista zjeżdża z wysokości po specjalnie zbudowanym torze z desek, zakręconym następnie ku górze i tworzącym dużą pętlę o średnicy 4 m; w najwyższym punkcie tej pętli cyklista jest więc zwrócony głową w dół. Z jak wysokiego punktu początkowego musi on zjeżdżać w dół, aby eksperyment ten (znany często pod nazwą „looping the loop" — zawijanie pętli) mógł się udać? (Odp.: Z punktu, położonego o 2 m wyżej, niżeli najwyższy punkt pętli).

22. Ile wynosi energja kinetyczna ruchu postępowego ziemi? Ile energja kinetyczna jej ruchu obrotowego? Przyjąć prędkość ziemi = 30 km/godz.; masę ziemi = 6.10^{27} g. (Odp.: En. ruchu postęp. na skutek obiegu ziemi dookoła słońca = 234.10^{24} Kgm.; En. ruchu obrotowego = 262.10^{26} Kgm).

23. Dwa ciała, jedno o masie 150 g, drugie o masie 25 g, początkowo nieruchome, zaczynają się w pewnym momencie zbliżać ku sobie na skutek wzajemnego przyciągania. Które z nich posiada w każdym momencie większą energję kinetyczną? (Odp.: Ciało o masie 25 g posiadać będzie energję 6 razy większą).

24. W pewnym momencie ciała te (por. zad. poprz.) zderzają się ze sobą, przyczem mniejsze z nich posiada prędkość 360 cm/sek. Jaką energję kinetyczną i jaką ilość ruchu posiadać będzie każde z ciał przed i po uderzeniu, jeśli są one doskonale sprężyste? (Odp.: Przed uderzeniem i po uderzeniu ilości ruchu obu ciał są równe i wynoszą po 9000 g. cm/sek., a energja kinetyczna wynosi 54.10^4 ergów i 324.10^4 ergów; po uderzeniu oba ciała poruszają się z temi samemi prędkościami, ale w strony przeciwne, niż przed uderzeniem).

25. Wykazać, że środek ciężkości dwóch ciał, o których jest mowa w zadaniach powyższych, nie zmienia swego położenia podczas ruchu ich.

*26. Dwa wydłużone prostokąty, o bokach a_1 i b_1, względ. a_2 i b_2 złożone są ze sobą tak, że tworzą symetrycznie zbudowaną literę T. Znaleźć środek ciężkości tej figury. (Rozw.: Znajduje się on na odcinku, łączącym środki prostokątów i dzieli ten odcinek na części odwr. proporcjonalne do pól prostokątów).

*27. W równoramiennym trójkącie prostokątnym o przeciwprostokątnej = a wycięto okrągły otworek o promieniu = r w ten sposób, że środek jego odległy jest od każdej przyprostokątnej o d. Obliczyć położenie środka ciężkości pozostałej figury. (Wskaz.: Niechaj środek wyciętego koła leży w O, środek ciężkości pełnego trójkąta w M i szukany środek ciężkości w N. Wszystkie te punkty leżą na wysokości do boku a, przytem M w odległ. $^1/_3$ wysokości od podstawy a. Mamy: $\frac{MO}{MN} = \frac{a^2/_4 - \pi r^2}{\pi r^2}$).

28. Z jak wielką siłą należy naciągać linkę antenową długości l = 15 m, jeśli chcemy, aby najniższy jej punkt leżał o a = 30 cm niżej, niż każdy koniec, i jeśli ciężar linki wynosi Q = 0,5 Kg. (Przyjąć uproszczone założenie, że linka tworzy nie linję krzywą — t. zw. „katenoidę" — lecz łamaną, złożoną z dwóch prostych odcinków, schodzących się w najniższym punkcie w połowie jej długości).

29. Walec o promieniu r i ciężarze Q położony jest na desce, pochylonej pod kątem α do poziomu. Dookoła walca owinięto linę; jeden jej koniec jest przymocowany do walca, drugi zwisa z niego swobodnie od górnej strony równi pochyłej; ten ostatni obciążony jest siłą P, tak dobraną, iż walec nie wtacza się w górę, ani nie stacza na dół. Obliczyć P na podstawie pozostałych danych. (Wskaz.: Zadanie nie ulegnie zmianie, jeśli siła P działać będzie na obwód walca — stycznie do obwodu — równolegle do równi (zamiast pionowo); wówczas walec traktować można jako dźwignię jednoramienną, podpartą w dowolnym punkcie zetknięcia walca z równią i poddaną działaniu dwóch równoważących się nawzajem sił, prostopadłych do dźwigni: siły P, przyłożonej w odległ. 2 r od punktu podparcia i siły $Q \cdot \sin \alpha$ w odl. r od tegoż punktu).

30. Wykazać, że jeśli walec, opisany w zad. poprzedniem, obrócimy nieco w jedną lub drugą stronę, to wzniesienie środka ciężkości układu $Q + P$ nie ulegnie zmianie.

31. Łyżwiarz odepchnął się jedną łyżwą od lodu tak, że udzielił sobie prędkości 10 m. sek^{-1}. Jaką drogę przejedzie on aż do zupełnego zatrzymania się, jeśli współcz. tarcia łyżwy o lód = 0,05?

32. Masa słońca jest ok. 360000 razy większa niż masa ziemi, a promień słońca ok. 110 razy większy, niż promień ziemi. Ile Kg ważyłby na powierzchni słońca człowiek, ważący na ziemi 75 Kg?

33. Odległość księżyca od ziemi wynosi ok. 60 promieni ziemskich, odległość słońca od ziemi ok. 11700 promieni ziemskich. Czy podczas nowiu księżyc jest silniej przyciągany przez ziemię, czy przez słońce? (Odp.: Przez słońce).

34. Łódź podwodna posiada 800 m^2 ogólnej powierzchni zewnętrznej. Jaki nacisk całkowity wszechstronny musiałaby ona wytrzymywać, aby móc opuszczać się na dno w najgłębszych zbadanych dotychczas miejscach oceanu (głęb. ok. 10000 m; ciężar wł. wody morskiej 1,07 G/cm^3). (Odp.: 8570000000 Kg).

35. Piłka gumowa o średnicy $2R$, pusta w środku, rzucona na wodę, zanurza się do n-tej części swojej średnicy. Jak grube są jej ścianki, jeśli ciężar właśc. gumy = s? (Odp.: Jeśli r oznacza wewnętrzny promień piłki, to:
$\frac{3}{4}\pi(R^3 - r^3) \cdot s = \frac{\pi}{3}\left(\frac{R}{n}\right)^3 (3n - 1)$).

*36. Rurka szklana, zawierająca wewnątrz nieco rtęci, długa na 30 cm, posiada w przekroju 1 cm^2 i waży 25 g. Rurkę tę zanurzono do naczynia, zawierającego wodę. Co się stanie, jeżeli na wodę nalejemy warstwę nafty, grubości 10 cm (cięż. wł. 0,8 G/cm^3). Czy przy dalszem dolewaniu nafty rurka może wynurzyć się całkowicie z wody? (Odp.: 1. Rurka wystawać będzie 3 cm nad poziom nafty; 2. Nigdy — co najmniej 5 cm rurki zanurzone będą w wodzie).

*37. W celu podniesienia z dna morskiego zatopionego okrętu, przyczepiono doń pod wodą pokolei 24 pustych beczek, każda o ciężarze 200 Kg i o objętości zewnętrznej 2,5 m^3. Po przyczepieniu ostatniej beczki okręt zaczął się podnosić. Jaki jest jego ciężar w wodzie, jeśli cięż. wł. wody morskiej = 1,208 G/cm^3?

38. W Anglji wprowadzono w r. 1926 nowy sport, polegający na tem, że człowiek przymocowuje sobie do ramion niewielki balon, zmniejszający jego ciężar do kilku Kg — np. do 5 Kg, co umożliwia wykonywanie skoków po kilkanaście metrów wysokości i kilkadziesiąt metrów długości. Jaką objętość musi posiadać taki balon, przeznaczony dla człowieka o ciężarze 75 Kg, jeśli przyjmiemy dlań kształt kulisty i jeśli 1 m^3 wypełniającego go gazu waży 0,57 Kg, 1 m^3 powietrza — 1,2 Kg, a 1 m^2 tkaniny balonu waży 200 G?

*39. Areometr waży 72 G i zanurza się w wodzie do kreski, naznaczonej cyfrą 1. W jakich odstępach od tej kreski należałoby porobić na tej skali kreski, odpowiadające gęstościom 1,5; 1,2; 0,9 i 0,8, jeśli przekrój tej części areometru, na której zrobiono skalę, wynosi wszędzie 1 cm^2. (Odp.: 24 cm; 12 cm; — 8 cm i —18 cm poniżej kreski 1; rurka musiałaby więc być bardzo długa, z tego też powodu sporządza się przeważnie osobne areometry do cieczy cięższych, osobne — do cieczy lżejszych niż woda).

*40. Dwa naczynia, oddzielone kranem, zawierają gaz o tej samej temperaturze — jedno 2 litry o prężności 4 atmosfer, drugie 8 litrów o prężności 5 atmosfer. Jaką prężność otrzymamy po otworzeniu kranu?

41. Gazometry mieszkaniowe wskazują nie masę, lecz objętość wypalonego gazu. O ile % drożej wypada nam 1 kg zużytego gazu, jeśli nadwyżka prężności gazu nad ciśnieniem atmosferycznem, która powoduje wypływ gazu z rury, spadnie z 40 cm wody na 10 cm wody? Przyjąć, że ciśnienie zewn. = 750 mm rtęci. (Odp.: 0,29%).

*42. Pewną ilość wody o temp. początkowej 30^0 ogrzewamy do 100^0 w ciągu 1 m. 10 sek., poczem, ogrzewając ją dalej równie intensywnie, spostrzegamy, że wyparowuje ona całkowicie po upływie dalszych 9 minut. Ile wynosi ciepło parowania wody? (Odp.: 540 kal/g.).

43. Jaką objętość zajmuje 1 g pary wodnej, nasyconej w temp. 100^0? (Odp.: Por. tabl. XII).

44. Pewną ilość pary wodnej, nasyconej przy 100^0, zamykamy w suchem naczyniu i ogrzewamy do 250^0. Jaką prężność osiągnie? Jaka byłaby jej prężność, gdyby w naczyniu tem znajdowało się chociaż trochę wody przy 250^0?

*45. Naczynie walcowate wysokości 50 cm odwracamy do góry dnem i dotykamy brzegami otworu poziomu wody, wypełniającej bardzo szerokie naczynie. Cò się stanie z poziomem wody, jeśli temperatura spadnie z wartości początkowej $= 27^0$ do 0^0 i jeśli ciśnienie zewnętrzne wynosi cały czas 750 mm rtęci? Pominąć można rozszerzalność szkła, zmianę poziomu w naczyniu szerokiem, oraz prężność pary wodnej. (Odp.: Poziom wody w naczyniu walcowatem podniesie się o x mm, które znajdziemy z równań: $\frac{x}{13{,}6} + p = 750$ oraz $p\,(500 - x) = \frac{500}{300} \cdot 750 \cdot 273$).

46. Pomiędzy chwilą błysku pioruna a początkiem grzmotu upłynęło 10 sek. W jakiej odległości padł piorun, jeśli prędkość głosu w powietrzu = 340 m/sek.?

47. Dwa tony, tworzące „primę" i „sekundę" gamy diatonicznej, dają, dźwięcząc razem, 100 dudnień w ciągu 20 sekund. Ile drgań posiada każdy z nich? (Odp.: 160 i 180).

48. Z jaką prędkością jedzie lokomotywa, jeśli obserwator, stojący tuż obok toru, słyszy, że wysokość jej gwizdka obniża się w chwili, gdy lokomotywa go mija, o interwal półtonowy gamy chromatycznej? Prędkość głosu = 340 m/sek. (Odp.: 9,84 m/sek.).

49. Podczas wojny europejskiej 1914 — 1918 stosowano w celu wyznaczenia położenia ukrytych armat nieprzyjacielskich następującą metodę: W trzech punktach A, B i C notowano momenty, w których do punktów tych dochodził odgłos wystrzału armaty. Objaśnić bliżej tę metodę.

50. W piszczałkę otwartą wsuwamy tłok, przylegający dość szczelnie do jej ścianek, i umieszczamy go w połowie jej długości. Jak zmieni się dźwięk piszczałki? (Odp.: Zasadniczy ton nie ulegnie zmianie, zmieni się jednak barwa całego dźwięku skutkiem innych tonów harmonicznych).

51. Sala koncertowa ma 40 m. długości, przyczem ściany jej silnie odbijają dźwięki. Czy miejsce pośrodku sali korzystne jest dla słuchacza? (Odp.: Nie, ponieważ dźwięk, odbity od tylnej ściany sali, przychodzi do ucha słuchacza przeszło

0,1 sek. później, niż dźwięk wprost z estrady, a jest jeszcze na tyle silny, że psuje czystość następnego dźwięku, idącego z estrady).

52. Głos śpiewaka umiejętnego wydaje się w porównaniu z dźwiękiem głosu niekształconego szczególnie „czysty" i metaliczny: czem to objaśnić? (Odp.: Mniejszą ilością różnych tonów ubocznych, szmerów, i t. d., skutkiem czego cała energja koncentruje się na tonie głównym i nieznacznej liczbie tonów harmonicznych).

53. Jak zmieniłby się kolor słońca, gdyby ziemia zaczęła się nagle oddalać od niego z bardzo wielką prędkością? Jaka zmiana nastąpiłaby w wypadku zbliżania się?

54. Dwie ściany domu tworzą kąt prosty, przytem jedna z nich zawiera kąt 30^0 z kierunkiem NS. Która z nich i ile razy silniej jest oświetlana w południe, jeśli słońce znajduje się wówczas na wysok. 60^0 nad poziomem?

55. Jak wysoko może być zawieszona lampa łukowa o natężeniu światła 600 świec, jeśli ma ona dawać oświetlenie 50 luxów (zwykłe oświetlenie potrzebne do czytania w ciągu dłuższego czasu bez zmęczenia)?

56. Punkt świecący A znajduje się w odległości 1 cm od płyty szklanej, grubej na 4 cm, o współcz. załam. $n = 1{,}5$. Przeprowadź konstrukcję kilku różnych promieni, wychodzących z punktu A i przechodzących przez płytę, i sprawdź, czy promienie te po przejściu przez płytę dają istotnie obraz A' (urojony) punktu A. Jeśli nie, to czem objaśnić, że możemy jednak widzieć wyraźnie przedmioty poprzez grube płyty szklane? (Odp.: Małemi rozmiarami źrenicy oka).

57. Jak należy ustawić względem promienia pryzmat szklany o współcz. zał. $n = 1{,}5$, mający w podstawie trójkąt prostokątny równoramienny, aby promień, ulegając całkowitemu odbiciu, odchylił się od pierwotnego kierunku o 1) 90^0; 2) 180^0?

*58. Jakiemu warunkowi musi czynić zadość kąt padania α_1 (patrz rys. 58) promienia na pryzmat o kącie $\delta = 60^0$ i współcz. zał. $n = 1{,}5$, aby promień mógł wogóle wyjść z pryzmatu przez drugą ścianę dwuść. kąta δ? (Odp.: Musi być $\alpha_1 \geqslant 27^0 54'$).

*59. Zwierciadło wklęsłe o promieniu $r = 60$ cm oraz soczewka zbierająca o promieniach krzywizny $r_1 = r_2 = 25$ cm i współcz. zał. $n = 1{,}5$ posiadają wspólną oś optyczną; odległość ich wzajemna wynosi 1 m. Pomiędzy wklęsłą stroną zwierciadła a soczewką umieszczono na wspólnej ich osi punkt świecący S w odl. 50 cm od zwierciadła. Jaki obraz utworzą po przejściu przez soczewkę promienie wychodzące z niego ku zwierciadłu i odbite od tego ostatniego? (Odp.: Obrazu nie będzie wcale — promienie po przejściu przez soczewkę biegną równolegle).

*60. Człowiek wysokości 180 cm stoi przed objektywem aparatu fotograficznego w odległości 4 m. Czy obraz jego zmieści się cały na kliszy rozmiarów 3 cm $\times$ 4 cm, jeśli ogniskowa objektywu wynosi f cm?

61. Zwierciadło płaskie wysokości 60 cm wisi przy ścianie nieco pochyło; dolny brzeg jego znajduje się na wysokości 140 cm nad podłogą, górny brzeg odstaje o 20 cm od ściany. Sprawdzić wykreślnie, czy człowiek wysokości 180 cm, stojąc prosto, może się w niem cały przejrzeć.

*62. Jakie powiększenie daje mikroskop długości 17 cm dla oka normalnego (odl. najlepsz. widz. $d = 25$ cm), jeśli ogniskowe objektywu i okularu są: 0,5 cm i 5 cm?

*63. Pod jakim kątem musi padać promień światła na taflę szklaną ($n = 1{,}5$), aby promień odbity i załamany tworzyły kąt prosty?

64. Średni współcz. zał. w oku ludzkiem, względem powietrza wynosi 1,33, t. j. prawie tyle, co dla wody. Czy człowiek może wobec tego widzieć wyraźnie przedmioty w wodzie, choćby nawet zupełnie przezroczystej? (Odp.: Nie, ponieważ promienie przy przejściu z wody do oka nie załamują się prawie wcale i nie tworzą na siatkówce obrazu rzeczywistego).

65. Dane są dwa punktowe źródła światła monochromatycznego, położone bardzo blisko siebie, przyczem faza drgań świetlnych zmienia się w obu równocześnie. Wykazać, że punkty w przestrzeni, w których powstaje ciemność na skutek interferencji promieni, leżą na hiperboloidach współosiowych, w których ogniskach leżą wspomniane punkty świecące.

66. Jaką długość fali posiada czerwona linja wodoru, jeśli stała Rydberga wynosi 109678 cm^{-1}? (Odp.: 656,5 $\mu\mu$).

*67. Dwie kulki po m g każda, zawieszone obok siebie w zetknięciu, na niciach jedwabnych długości a, odpychają się po naelektryzowaniu z siłą p[1]) dyn na odległość b cm. Obliczyć potencjał kulek, jeśli promień każdej wynosi r cm. (Rozw.: Niechaj nici tworzą, po odepchnięciu się kulek od siebie, kąt 2α. Wówczas mamy: siła odpychania $p = \frac{e^2}{b^2}$, gdzie e jest ładunkiem każdej kulki; dalej: $p = mg \operatorname{tg} \alpha$ oraz $\frac{b}{2a} = \sin \alpha$, a wkońcu potencjał $v = \frac{e}{r}$)

*68. Do radjoodbiornika potrzebujemy kondensatora o pojemności 0,003 mikrofarada. Jako dielektryk możemy użyć mikę, której stała dielektryczna $\varepsilon = 6$. Zaprojektować wymiary kondensatora. (Rozw.: W założeniu, że kondensator ma być płaski, mamy: $C = \frac{\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{S}{d}$ cm $= \frac{1}{9 \cdot 10^5} \cdot \frac{\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{S}{d}$ mikrofaradów (S — w cm^2, d w cm). Podstawiając wartości liczbowe, znajdziemy: $\frac{S}{d} = 5660$ cm; przyjmując grubość blaszki miki na 0,5 mm = 0,05 cm, znajdziemy $S = 283$ cm^2. Zaokrąglimy to do 300 cm^3 i podzielimy nasz kondensator na 15 par okładek po $4 \times 5 = 20$ cm^2 powierzchni każda).

*69. Kondensator o pojemności 1000 cm naładowano do potencjału 15000 woltów, a następnie połączono przewodnikiem z drugim kondensatorem. Po połączeniu potencjał spadł do 6000 woltów. Obliczyć pojemność drugiego kondensatora. (Odp.: 1500 cm).

70. Z jaką siłą przyciągałyby się dwa ładunki elektryczne różnoimienne, wielkości 1 kulomba każdy, umieszczone w odległości 100 m? (Odp.: $f = 9 \cdot 10^{10}$ dyn = 91750 Kg).

71. Dwie kule metalowe, jedna o promieniu $r_1 = 15$ cm, druga o promieniu $r_2 = 10$ cm, dość znacznie oddalone od siebie, połączone są ze sobą cienkim drutem i naładowane ładunkiem 50000 jedn. el. stat. Jak rozdziela się cały ten ładunek na obie kule i jaki jest ich potencjał? (Odp.: Potencjał wynosi 2000 jedn. el. stat.; na większej kuli znajduje się 3000 jednostek, na mniejszej 20000 jednostek el. stat. ładunku).

---

[1]) Ta dana jest zbędna.

72. Dwa ładunki, $e_1 = -1000$ jedn. el. stat. i $e_2 = +1000$ jedn. el. stat., umieszczone są w punktach A i B. Jaka praca potrzebna jest do przeniesienia ładunku jednostkowego dodatniego z punktu M do N, jeśli odl. $AM = BN = 20$ cm, odl. zaś $AN = BM = 40$ cm? (Odp.: Praca $L = 50$ ergów).

73. O ile woltów podwyższyłby się potencjał elektryczny kuli ziemskiej po wprowadzeniu na nią 1 kulomba elektryczności? Promień ziemi = 6370 km. (Odp.: O 1413 woltów).

74. Kulka z rdzenia bzowego, o masie 0,03 g, naładowana ładunkiem e_1 jedn. el. stat., wisi na nitce jedwabnej. Do kulki tej zbliżamy wprost od góry drugą taką samą kulkę, naładowaną ładunkiem $e_2 = 3$ jedn. el. stat. W chwili, gdy odległość między niemi 2 cm, kulka dolna podskakuje ku górnej. Obliczyć e_1.

75. Podczas badań nad elektrycznością atmosferyczną, dokonywanych w r. 1927 na Monte Generoso (w Szwajcarji), z drutu, rozwieszonego na pewnej wysokości nad ziemią biła w czasie $^1/_2$-godzinnej burzy co 1 sek. iskra długości 4,5 m. Do jakiego potencjału ładował się drut, jeśli długość iskry jest mniej więcej proporcjonalna do różnicy potencjałów, i wynosi w powietrzu, w zwykłych warunkach, ok. 1 cm na 25000 woltów?

76. Różnica potencjałów pomiędzy okładkami kondensatora płaskiego, naładowanego ładunkiem $\frac{1000}{\pi}$ jedn. el. stat., a którego okładki liczą po 50 cm², wynosi v woltów. Jakie ciśnienie wywierane jest na dielektryk, oddzielający od siebie okładki, jeśli jego stała dielektryczna = 2,5? (Rozw.: Odległość d okładek znajdziemy ze wzoru $e = E \frac{s}{4\pi d} \cdot v$; stąd natężenie pola $= F \frac{v}{d}$; siła, działająca na 1 cm² okładek = połowie natężenia pola. Podstawiając wartości liczbowe, znajdziemy ciśnienie $f = \frac{1000}{62,5}$ dyn).

77. Jak wielka energja nagromadzona jest w kondensatorze o pojemności 100 mikrofaradów (jest to kondensator bardzo dużych rozmiarów), naładowanym do różnicy potencjałów między jego okładkami = 1000 woltów? (Wskaz.: $En = \frac{e \cdot v}{2}$).

78. Jak wielka energja nagromadzona jest w akumulatorze ołowiowym o pojemności 10 amperogodzin (akumulator o rozmiarach niewielkich), jeśli siła elektrobodźcza = 2 volty?

79. Żarówka 50 świecowa, przeznaczona na 110 woltów normalnego napięcia, została omyłkowo włączona w sieć w miejscowości, w której napięcie wynosi 220 woltów. Ile świec dostarcza żarówka? (Odp.: Ok. 200 świec).

80. Jak należałoby postąpić, mając dwie żarówki przeznaczone na 110 woltów, i, chcąc zastosować je do sieci, w której napięcie wynosi 220 woltów?

81. Czy, włączając wieczorem więcej żarówek, zwiększamy, czy zmniejszamy opór całej sieci? Czy zwiększamy, czy zmniejszamy w ten sposób obciążenie elektrowni?

82. Która z dwóch żarówek, przeznaczonych na 110 woltów, posiada większy opór: 50-świecowa czy 100-świecowa?

83. W pięciopokojowem mieszkaniu palimy w każdym pokoju przeciętnie w ciągu 3 godzin dziennie 150-świecowe żarówki, zużywające 0,6 watta na każdą świecę. Ile zapłacimy po miesiącu za światło elektryczne, jeśli cena 1 kilowattgodziny wynosi 80 groszy?

84. Centrala hydroelektryczna wysyła prąd elektryczny o dzielności (mocy) 2500 kilowattów do miejscowości, odległej o 50 km. Przewodniki miedziane, łączące obie miejscowości, mają w przekroju 28 mm^2. Ile energji zatraca się na pokonanie oporu tych przewodników, jeśli napięcie na biegunach dynamomaszyny wynosi: 1) 25000 woltów; 2) 50000 woltów? Jaki przekrój musiałyby mieć te przewodniki, przy napięciu 25000 woltów, aby straty energji były równie wielkie, jak te, które zachodzą przy napięciu 50000 woltów i przekroju 28 mm^2? (Odp.: Straty przy 25000 woltów — 20%; przy 50000 woltów — 5%. Aby straty przy 25000 woltów wynosiły również 5%, należałoby wziąć przewodniki o przekroju $4 \times 28 = 112$ mm^2).

85. Ile ogniw galwanicznych o oporze wewnętrznym 0,2 ohmów i sile elektrobodźczej 1 wolta należałoby połączyć w szereg, aby mogły one dostarczyć prądu o natężeniu 10 amperów do obwodu o oporze r ohmów? (Odp.: Nawet największa ilość ogniw takich nie pozwoli przekroczyć, a nawet osiągnąć 5 amperów).

86. Jak należy połączyć ze sobą w baterję 24 ogniwa, każde o oporze wewnętrznym 0,2 ohma, aby dostarczyła ona możliwie najsilniejszego prądu do obwodu o oporze $^1/_3$ ohma? (Odp.: W 4 grupy równoległe po 6 ogniw w każdej).

87. Na obwodzie okrągłej tarczy płaskiej o promieniu 20 cm naklejono pasek cynfolji, na który wprowadzono ładunek elektr. = 1 jedn. el. stat. Ile obrotów na sekundę dookoła osi (prostopadłej do płaszczyzny tarczy) musiałaby wykonywać tarcza, aby wpobliżu jej środka powstało pole magnetyczne o natężeniu $^1/_{400}$ gausa? Z jaką prędkością poruszałby się wówczas ładunek elektryczny, znajdujący się na pasku? (Odp.: $n = \frac{3 \cdot 10^9}{4 \cdot \pi}$ obr. na sek; v = 300000 km/sek.).

88. Masa elektronu wynosi ok. $9 . 10^{-28}$ grama, a ładunek elektryczny — ok. $4.77 . 10^{-10}$ jedn. el. stat. Jaką prędkość posiadają promienie katodowe, jeśli różnica potencjałów między katodą a anodą w rurze Röntgena wynosi 20000 woltów? (Odp.: 84000 km/sek.).

89. Jaka jest najmniejsza długość fali promieni Röntgena, którą promienie te mogą spowodować? Stała Plancka = $6{,}55 . 10^{-27}$ erg. sek. (Odp.: 0,618 Angstromów).

TABELE.

TABELA I.

Porównanie niektórych jednostek miar z miarami metrycznemi.

1 cal polski = 24 mm
1 łokieć „ = 576 mm
1 funt „ = 410 g
1 cal angielski = 25,4 mm
1 jard = 914,4 mm
1 mila angielska = 1609 m
1 funt angielski = 453,6 g
1 mila geograf. = 7420 m
1 mila morska = 1852 m

TABELA II.

Jednostki ważniejszych wielkości fizycznych.

Wielkość	Wymiar	Jedn. CGS	Jedn. prakt.	[1])
Długość	l	cm	metr	10^2
Powierzchnia (pole) . . .	l^2	cm kwadr.	metr kwadr.	10^4
Objętość	l^3	cm sześc.	metr sześc.	10^6
Masa	m	g	kilogram	10^3
Masa właśc.	$l^{-3} m$			
Czas . . . , ...	t	sek		
Prędkość.	$l\, t^{-1}$	vel		
Przyśpieszenie.	$l\, t^{-2}$	accel		
Siła	$l\, m\, t^{-2}$	dyna	Gram Kilogram	981 981 . 10^3
Moment obrotu	$l^2\, m\, t^{-2}$			
Ciśnienie.	$l^{-1}\, m\, t^{-2}$	barja		
Moment bezwładn. . . .	$l^2\, m$			
Praca, energja.	$l^2\, m\, t^{-2}$	erg	joule	10^7
Dzielność, moc	$l^2\, m\, t^{-3}$		watt	10^7
Układ elektrostatyczny.				
Ładunek elektr.	$l^{3/2}\, m^{1/2}\, t^{-1}$		kulomb	3 . 10^9
Potencjał.	$l^{1/2}\, m^{1/2}\, t^{-1}$		wolt	1/300
Pojemność	l	cm	farad	9 . 10^{11}
Natężenie prądu	$l^{3/2}\, m^{1/2}\, t^{-2}$		amper	3 . 10^9
Opór elektr	$l^{-1}\, t$		ohm	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$

[1]) Ostatnia rubryka wskazuje, ile jednostek CGS zawiera dana jednostka praktyczna.

Wielkość	Wymiar	Jedn. CGS	Jedn. prakt.	[1])
	Układ elektromagnetyczny.			
Ilość magnetyzmu . . .	$l^{3/2}\, m^{1/2}\, t^{-1}$			
Moment magnetyczny . .	$l^{5/2}\, m^{1/2}\, t^{-1}$			
Natężenie pola magn. . .	$l^{-1/2}\, m^{1/2}\, t^{-1}$	gaus		
Natężenie prądu elektr. .	$l^{1/2}\, m^{1/2}\, t^{-1}$		amper	10^{-1}
Ładunek elektr.	$l^{1/2}\, m^{1/2}$			
Potencjał elektr. . . .	$l^{3/2}\, m^{1/2}\, t^{-2}$		wolt	10^{8}
Opór elektr.	$l\, t^{-1}$		ohm	10^{9}
Pojemność elektr. . . .	$l^{-1}\, t^{-2}$		farad	10^{-9}
Spółcz. samoindukcji . .	l	cm	henry	10^{9}

[1]) Ostatnia rubryka wskazuje, ile jednostek CGS zawiera dana jednostka praktyczna.

TABELA III.

Niektóre stałe fizyczne i inne ważniejsze dane liczbowe.

1 metr = 1553163,6 fal czerwonej linji widma kadmu (w powietrzu przy 15^0 i 760 mm rtęci).

1 średnia doba słoneczna = 86400 sekund.

Promień ziemi = 6370 km (średnio).

Spłaszczenie biegunowe ziemi $= \frac{1}{298} \left(= \frac{R_1 - R_2}{R_1} \right)$.

Szybkość światła w próżni = $3 \,.\, 10^{10}$ cm. sek^{-1}.

Stała grawitacyjna = $6{,}65 \,.\, 10^{-8}$ dyn . cm^2 . g^{-2}.

Średnia gęstość ziemi = 5,514.

Liczba Loschmidta (ilość molekuł w grammolu) = $6{,}16 \,.\, 10^{23}$.

Stała Faradaya = 96540 kulombów na równoważnik chemiczny.

Ładunek elektronu = $4{,}77 \,.\, 10^{-10}$ jedn. C G S (el.—stat.).

Stosunek e/m dla elektronu = $5{,}32 \,.\, 10^{17}$ jedn. C G S (el.—stat) na g.

Stała Plancka = $6{,}55 \,.\, 10^{-27}$ erg . sek.

Mechaniczny równoważnik ciepła = 427 Kgm . Kal^{-1}.

TABELA IV.

Masa właściwa wody od 0^0 do 20^0.

0^0	0,99987	5^0	0,99999	10^0	0,99973	15^0	0,99913
1^0	0,99993	6^0	0,99997	11^0	0,99963	16^0	0,99897
2^0	0,99997	7^0	0,99993	12^0	0,99953	17^0	0,99880
3^0	0,99999	8^0	0,99988	13^0	0,99940	18^0	0,99862
4^0	1,00000	9^0	0,99981	14^0	0,99927	19^0	0,99843
5^0	0,99999	10^0	0,99973	15^0	0,99913	20^0	0,99823

T A B E L A V.

Masy właściwe i własności termiczne ciał stałych.

Do Rubr. 1. Masa właściwa w g/cm³ około 18°.
Do Rubr. 2. Średni spółcz. rozszerzal. linjowej między 0° i 100°.
Do Rubr. 3. Ciepło właść. około 18° w kal/g. stopień.
Do Rubr. 5. Ciepło utajone topnienia w kal/g.

	1	2	3	4	5
CIAŁO	Masa właść.	Spółcz. rozsz.	Ciepło właść.	Temp. topn.	Ciepło topn.
		0,0000			
Aluminjum . .	2,7	242	0,21	658°	95
Bronz	8,7	18		900	
Bursztyn . . .	1,1				
Cukier $C_{12}H_{22}O_{11}$.	1,6				
Cyna	7,3	230	0,052	232	14
Cynk	7,1	297	0,092	419	28
Drzewo: buk . .	0,7				
„ dąb . .	0,7				
„ heban	1,1	03do09			
„ sosna .	0,6				
„ korek .	0,24				
Ebonit	1,15	8			
Fenol	1,1		0,56	40	26
Gips	2,32				
Granit	2,5 do 3				
Inwar		0.2			
Konstantan . . .	8,8	152	0,098		
Kość słon. . . .	1,9				
Kryształ górski .	2,6	11¹)	0,19		
Kwarc	2,7		0,17		
Lód	0,92	48	0,47	0	79,2
Manganin . . .	8,4				
Marmur	2,6	12	0,2		
Metal (stop) Rosego			0,04	95	7

	1	2	3	4	5
CIAŁO	Masa właść.	Spółcz. rozsz.	Ciepło właść.	Temp. topn.	Ciepło topn.
		0,0000			
Metal (stop) Wooda			0,04	65 do 70	8
Miedź	8,9	171	0,091	1084	42
Mosiądz	8,4	19	0,093	ok.900	
Naftalina . . .	1,1		0,31	80	36
Nikiel	8,8	135	0,106	1460	5
Nowe srebro . .	8,5	18	0,095	ok.1000	
Ołów	11,3	290	0,031	327	5
Platyna . . .	21,4	090	0,032	1760	
Porcelana . .	2,4	030		1550	27
Siarczan Cu . .	2,3				
Siarczan Zn . .	2,0				
Siarka . . .	2,0	9	0,175	119	10
Sól kuch. . . .	2,1	42			
Srebro	10,5	194	0,055	961	21
Szkło: „crown" .	2,4do 2,6	07	0,19		
„ „flint" . .	3,0do 5,9		0,19		
„ kwarcowe	2,2	004	0,17		
Szpat. wap. . .	2,7	056²)			
Wolfram. . . .	19,1	036		3000	
Wosk	0,96			65	
Złoto	19.2	147	0,031	1064	
Żelazo: kute .	7,8	12	0,10	1600	
„ lane . .	7,6		0,12	ok.1000	ok. 30
„ stal . .	7,8	11	0,11	1300	

¹) ∥ do osi gł 0,0000080; ⊥ do osi gł. 0,0000144. ²) ⊥ do osi gł.

TABELA VI.

Gęstości i własności termiczne cieczy i gazów.

Do Rubr. 1. Gęstość cieczy - wzgl. wody; gazów - wzgl. powietrza.
" 2. Dla cieczy — spółcz. rozszerz. objętościowej ok. 18°; dla gazów — stosunek c_p/c_v ok. 18°.
" 5. Temperatura wrzenia pod ciśnieniem normalnem.
" 7. Ciepło parowania w temperaturze podanej w rubr. 5.
" 9. Ciśnienie wyrażone w metrach rtęci.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CIAŁO	Gęstość	Spółcz. rozsz.	Ciepło właść.	Temper. krzepn.	Temp. wrzenia	Ciepło topn.	Ciepło parow.	Temp. kryt.	Ciśn. kryt.
		0,00							
Aceton . .	0.79	131	0,53	— 94°,3	56°,7		125	235	40
Alkoh. etyl.	0,79	110	0,58	— 114	78,3		202	243	48
Alkoh.metyl.	0.80	122	0.60	— 97	64,7		265	240	60
Benzol. . .	0,88	124	0,41	+ 5,5	80,2	30	94	288	36
Benzyna .	0,73								
Chloroform	1,49	126	0,23	— 63,7	62	47	58	260	42
Dwusiarcz. węgla . .	1,27	121	0,24	— 112,0	46,2		85	273	55
Eter etyl. .	0,72	163	0,56	— 124	34.5	27	90	194	27
Gliceryna .	1,26	050	0,58	— 20	290	42			
Ksylol . .	0.87	101	0.40	+ 13,2	138.5	39	81	350	27
Kwas oct.	1,05	107	0.50	+ 16.6	118.5	45	90	322	43
Kwas siark.	1,83[1])				—				
Nafta . .	0.8	092	0,51						
Nitrobenzol	1,21	085	0,34	+ 5.7	210	22			
Rtęć . . .	13,59	018	0,03	— 38,9	356,7	2,8	68		
Terpentyna	0.87	094	0,42		161		70		
Toluol . .	0,89	109	0,40	— 94,5	111		87	320	32
Woda mors.	1,02	018	1						
		c_p/c_v	c_p						
Acetylen .	0,909	1,24	0,40	— 81.5	— 83,6			+ 36	50
Amonjak .	0,596	1,32	0,52	— 78	— 33,5		321	+132	83
Argon . .	1,379	1,65	0,13	— 189	— 185,8			— 122	36
Azot . . .	0,967	1,40	0,25	— 210.5	— 195,7		48	—149	21
Chlor. . .	2,491	1,32	0,12	— 102	— 35,8		62	+143	68
Dwutl.węgla	1,529	1,30	0.20	— 57	— 78		142	— 31	55
Neon . . .	0,688	1,66						—220	22
Powietrze .	1.000	1,40	0,24		— 193			—140	30
Siarkowodór	1,191	1.26	0.24	— 85	— 61,5		132	+100	69
Tlen . . .	1.106	1,40	0,22	— 218	— 183,0		51	—119	44
Wodór . .	0,069	1,41	3,40	— 259	— 252.8		110	—241	8

[1]) Skoncentrowany.

TABELA VII.

Gęstość roztworów wodnych ok. 18⁰ (wzgl. wody przy 4⁰)

%	KOH	K_2CO_3	$K_2Cr_2O_7$	NH_3	NH_4Cl	NaOH	NaCl	Na_2CO_3	$ZnSO_4$	$CuSO_4$	$AgNO_3$	HCl	H_2SO_4	C_2H_5OH	Cukier $C_{12}H_{22}O_{11}$
5	1,04	1,04	1.04	0,98	1.01	1,05	1.03	1.05	1.05	1.05	1,04	1.02	1.03	0,99	1,02
10	1,09	1,09	1.07	0,96	1,03	1.11	1.07	1.10	1.11	1,11	1.09	1.05	1,07	0,98	1.04
15	1,14	1.14	1.11	0,94	1,04	1.17	1.11	1.16	1.17	1.17	1,14	1.07	1,10	0.98	1,06
20	1,19	1.19		0.92	1.06	1.22	1.15	1.18	1,23	[1])1,23	1.20	1.10	1.14	0.97	1,08
25	1.24	1,24		0.91	1.07	1.28	1,19				1.26	1.12	1.18	0.96	1.10
30	1.29	1,30		0,89		1,33					1.32	1.15	1,22	0,96	1,13
40	1,40	1,42				1,43					1.48	1.20	1,30	0.94	1,18
50	1.51	1,54				1,53					1,67		1,40	0,92	1,23
60													1,50	0,89	1,29
70													1,61	0,87	[1])1,35
80													1,73	0,85	
90													1,82	0,82	
100													1,83	0,79	

Procentowość roztworu oznacza ilość gramów rozpuszczonej substancji, zawartą w 100 gramach roztworu.

[1]) Przesyc.

TABELA VIII.

Przyśpieszenie swob. spadku w różnych szerokościach geogr.

Szer. φ^0	Przysp. g cm./sek²
0⁰	978,1
10	978.2
20	978.7
30	979.3
40	980.2
50	981.1
60	981,9
70	982,6
80	983.0
90	983.2

Dla $\varphi = 45^0$ $g = 980.62$ cm/sek².

TABELA IX.

Własności mechaniczne niektórych materjałów. Prędkość głosu.

Wartości w rubr. 1, 2, 3 wyrażone są w Kg/mm².

Prędkość głosu — w m/sek.

(Prędkość głosu w powietrzu $v = 331 \sqrt{1 + 0{,}004\ t}$ m/sek, gdzie t oznacza temperaturę w stopniach Celsjusza).

	1	2	3	4
	Spółcz. elast.	Spółcz. sztywn.	Granica wytrz. na ciągnienie	Prędkość głosu
Aluminjum . . .	6000 — 7200	2500	9 — 15	5000
Cyna	4000 — 5500	5000	3 — 4	2600
Cynk	8000 — 13000	4000	20 — 25	3900
Drzewo	500 — 1200		8 — 15	4000
Konstantan . . .	16600	6200		4300
Manganin . . .	12600	4700		3900
Miedź	10000 — 13000	4500	20 — 40	3600
Mosiądz	8000 — 10000	3300	15 — 60	3200
Nikiel	21000	7800		4900
Ołów	1500 — 1700	550	1 — 3	1300
Platyna	16000 — 17500	6500		2800
Srebro	7000 — 8000	2700	30	2700
Szkło	5000 — 8000	2000 — 3000		5000
Złoto	7600 — 8100	2800	25	2100
Żelazo:				
kute . . .	20000		30 — 40	5100
lane . . .	7000 — 13500		12 — 24	5100
stal	20000 — 22000		50 — 200	5100

TABELA X.

Średni stan barometru h na wysokości H m nad poziomem morza.

$H =$	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000 m
$h =$	760	751	742	733	724	716	707	699	690	682	674 mm
$H =$	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000 m
$h =$	674	666	658	650	642	635	627	620	612	605	598 mm

TABELA XI.

Redukcja stanu barometru do 0°.

Od wartości, odczytanej na barometrze rtęciowym (wyrażonej w mm) należy *odjąć* poprawkę wedle tabeli poniższej.

	Odczytany stan barometru w mm.										
	680	690	700	710	720	730	740	750	760	770	780
t	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
1°	0.11	0.11	0.11	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.13	0.13
2	0,22	0,22	0,23	0,23	0,23	0,24	0,24	0,24	0,25	0,25	0,25
3	0,33	0,34	0,34	0,35	0,35	0,36	0,36	0,37	0,37	0,38	0,38
4	0,44	0,45	0,46	0,46	0,47	0,48	0,48	0,49	0,50	0,50	0,51
5	0,55	0,56	0,57	0,58	0,59	0,59	0,60	0,61	0,62	0,63	0,64
6	0,67	0,67	0,68	0,69	0,70	0,71	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76
7	0,78	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,84	0,86	0,87	0,88	0,89
8	0,89	0,90	0,91	0,93	0,94	0,95	0,96	0,98	0,99	1,00	1,02
9	1,00	1,01	1,03	1,04	1,06	1,07	1,09	1,10	1,11	1,13	1,14
10	1,11	1,12	1,14	1,16	1,17	1,19	1,21	1,22	1,24	1,26	1,27
11	1,22	1,24	1,26	1,27	1,29	1,31	1,33	1,34	1,36	1,38	1,40
12	1,33	1,35	1,37	1,39	1,41	1,43	1,45	1,47	1,49	1,51	1,53
13	1,44	1,46	1,48	1,50	1,53	1,55	1,57	1,59	1,61	1,63	1,65
14	1,55	1,57	1,60	1,62	1,64	1,67	1,69	1,71	1,73	1,76	1,78
15	1,66	1,69	1,71	1,74	1,76	1,78	1,81	1,83	1,86	1,88	1,91
16	1,77	1,80	1,83	1,85	1,88	1,90	1,93	1,96	1,98	2,01	2,03
17	1,88	1,91	1,94	1,97	2,00	2,02	2,05	2,08	2,11	2,13	2,16
18	2,00	2,02	2,05	2,08	2,11	2,14	2,17	2,20	2,23	2,26	2,29
19	2,11	2,14	2,17	2,20	2,23	2,26	2,29	2,32	2,35	2,38	2,42
20	2,22	2,25	2,28	2,31	2,35	2,38	2,41	2,45	2,48	2,51	2,54
21	2,33	2,36	2,40	2,43	2,46	2,50	2,53	2,57	2,60	2,64	2,67
22	2,44	2,47	2,51	2,55	2,58	2,62	2,65	2,69	2,73	2,76	2,80
23	2,55	2,59	2,62	2,66	2,70	2,74	2,77	2,81	2,85	2,89	2,92
24	2,66	2,70	2,74	2,78	2,82	2,86	2,89	2,93	2,97	3,01	3,05
25	2,77	2,81	2,85	2,89	2,93	2,97	3,02	3,06	3,10	3,14	3,18
26	2,88	2,92	2,97	3,01	3,05	3,09	3,14	3,18	3,22	3,26	3,31
27	2,99	3,04	3,08	3,12	3,17	3,21	3,26	3,30	3,34	3,39	3,43
28	3,10	3,15	3,19	3,24	3,29	3,33	3,38	3,42	3,47	3,51	3,56
29	3,21	3,26	3,31	3,36	3,40	3,45	3,50	3,55	3,59	3,64	3,69
30	3,33	3,37	3,42	3,47	3,52	3,57	3,62	3,67	3,72	3,77	3,81

TABELA XII.

Prężność i masa właściwa pary wodnej nasyconej od 0° do 30°.

Temp.	Prężność w mm rtęci; masa właściwa w gramach na metr sześc.													
	0°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
Prężn.	4,6	4,9	5,3	5,7	6,1	6.5	7,0	7,5	8,0	8,6	9,2	12,8	17,5	23,8	31,8
Masa właśc.	4,8	5,2	5,6	6,0	6,4	6,8	7,3	7,8	8,3	8,8	9,4	12,8	17,3	23,0	30,3

TABELA XIII.

Temperatura wrzenia wody w zależności od ciśnienia.

	ciśnienie w mm rtęci											
	680	690	700	710	720	730	740	750	760	770	780	790
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	9 6,92	7,32	7.71	8,11	8.49	8,88	9,26	9,63	100,00	0,37	0,73	1,09
1	6,96	7,36	7,75	8,14	8,53	8,91	9,29	9,67	0,04	0.40	0.76	1,12
2	7,00	7,40	7,79	8,18	8,57	8,95	9,33	9,70	0,07	0,44	0,80	1,16
3	7,04	7,44	7,83	8,22	8,61	8,99	9,37	9,74	0,11	0,48	0,84	1,19
4	70,8	7,48	7,87	8,26	8,65	9,03	9,41	9,78	0,15	0.51	0,87	1,23
5	7,12	7,52	7,91	8,30	8,69	9,07	9,44	9,82	0,18	0,55	0,91	1,26
6	7,16	7,56	7,95	8,34	8,72	9,10	9,48	9,85	0,22	0,58	0,94	1,30
7	7,20	7,60	7,99	8,38	8,76	9,14	9,52	9,89	0,26	0,62	0,98	1,33
8	7,24	7,63	8,03	8,42	8,80	9,18	9,56	9,93	0,29	0,66	1,02	1,37
9	7,28	7,67	8,07	8,45	8,84	9,22	9,59	9,96	0,33	0,69	1,05	1,41
10	7,32	7,71	8,11	8,49	8,88	9,26	9,63	10,00	0,37	0,73	1,09	1,44

TABELA XIV.

Ważniejsze linje widmowe w widmie płomieniowem.

	Liczby wskazują kreskę skali spektroskopu.											
Na						50,0						
Ka	17,5											
Li		32										
Ca							41,7	46,8	49,0	60,8		135,0
Sr		29,8	32,1	33,8	36,3	39	41,8	45,8			105,0	
Ba				41,5	45,6	56,0	60,8	66,5	71,4	76,8	89,3	

TABELA XV.

Spółczynniki załamania światła (wzgl. powietrza)

Linja widmowa Dług. fali w μμ	A 760	D 589,3	f 434,1
Woda	1,329	1,333	1,341
Alkoh. etylowy . .	1,359	1,363	1,370
Dwusiarcz. węgla . .	1,610	1,629	1,677
Szkło „crown" . . .	1,510	1,515	1,526
„ „flint"	1,735	1,751	1,791
Kwarc (zwycz.) . . .	1,539	1,544	1,554
„ (nadzwycz.) .	1,548	1,553	1,563
Szpat wap. (zwycz.) .	1,650	1,659	1,676
„ „ (nadzwycz.)	1,483	1,486	1,494
Gips (prom. średni) .	1,517	1,523	1,532
Balsam kanad. . . .		1,54	
Aceton		1,36	
Benzol		1,50	
Bromonaftalina . . .		1,66	
Terpentyna		1,48	
Lód		1,31	

TABELA XVI.

Położenie geograficzne i dane magnetyczne ważniejszych miejscowości na ziemiach Polski.

1. φ = szerokość geograficzna
2. λ = długość geogr. wschodnia (od Greenwich)
3. δ = deklinacja magnetyczna zachodnia (dla r. 1927)
4. i = inklinacja „ } dla r. 1924-5
5. H = składowa pozioma }

Miejscowość	1	2	3	4	5
Białystok . .	53°7′	23°			
Bielsk (Śląs.)	49°49′	19°3′			
Brześć n/B.	52°7′	23°8′	1°	66°	0,192
Bydgoszcz .	53°8′	18°	3°		
Cieszyn . .	49°45′	18°38′	3°		
Częstochowa	50°48′	19°8′	3°		
Gdynia . .	54°32′	18°33′	4°		
Gniezno . .	52°33′	17°35′	4°		
Grodno . .	53°41′	23°52′	0°	67°30′	0,181
Jasło . . .	49°44′	21°28′	2°	64°	0,201

Miejscowość	1	2	3	4	5
Katowice . .	50°15′	19°	3°		
Kielce . . .	50°52′	20°36′	2°	65°	0,195
Kowel . . .	51°14′	24°43′	1°	66°	0,195
Kraków . .	50°4′	19°56′	3°		
Kruszwica .	52°40′	18°20′	3°		
Krynica . .	49°26′	20°57′	2°		
Lublin . . .	51°15′	22°32′	2	66°	0,194
Lwów . . .	49°52′	24°2′	1°		
Łomża . . .	53°10′	22°5′	1°	67°	0,185
Łódź . . .	51°46′	19°27′	2°	66°	0,192
Łuck . . .	50°45′	25°20′	1°		
Miechów . .	50°22′	20°	3°		
Mława . .	53°7′	20°23′	3°		
Nowogródek	53°36′	25°50′			
Nowy Sącz .	49°7′	20°42′	3°		
Ostrowo (Pozn.)	51°39′	17°49′	4°		
Piotrków . .	51°25′	19°42′			
Pińsk . . .	52°7′	26°4′	0°	66°	0,190
Płock . . .	52°32′	19°42′	1°		
Poznań . .	52°25′	16°54′	4°		
Przemyśl . .	49°47′	22°46′	2°		
Puck . . .	54°43′	18°25′	4°		
Radom . .	51°24′	21°9′	2°	66°	0,194
Rawa Ruska	50°14′	23°38′	1°		
Rozwadów .	50°35′	22°3′	1°	65°	0,198
Rzeszów . .	50°2′	22°2′	2°	64°	0,200
Sandomierz .	50°41′	21°45′			
Sanok . . .	49°34′	22°13′	1°	64°	0,202
Sosnowiec .	50°17′	19°5′			
Siedlce . .	52°10′	22°18′	1°	66°	0,188
Stanisławów	48°54′	24°42′	0°	64°	0,206
Stryj . . .	49°16′	23°51′	1°	64°	0,205
Suwałki . .	54°7′	22°56′	2°	68°	0,179
Świder . .	52°7′	21°14′	2°		
Świecie . .	53°25′	18°28′	3°		
Tarnopol . .	49°34′	25°36′	1°	64°	0,203
Tarnów . .	50°1′	21°	2°		
Toruń . . .	53°	18°36′	3°		
Warszawa .	52°13′	21°1′	2°	67°	0,188
Wejherowo .	54°36′	18°15′	4°		
Wilno . . .	54°42′	25°19′	0°	68°	0,181
Włocławek	52°40′	19°5′			
Wołkowysk .	53°9′	24°27′	0°	67°	0,185
Września .	52°20′	17°35′	4°		
Zakopane .	49°18′	19°58′			
Zaleszczyki .	48°38′	25°45′			

TABELA XVII.

Opór elektryczny (właściwy) metali.

Rubr. 1 — opór ρ_0 w ohmach na 1 m długości i 1 mm² przekroju przy 0°.
Rubr. 2 — współczynnik temperaturowy [$\rho_t = \rho_0 (1 + \alpha t)$].

	1 ρ_0	2 α		1 ρ_0	2 α
Srebro	0,016	+0,04	Stal	0,15—0,5	+0,04
Miedź	0,017	0,04	Ołów	0,21	0,04
Złoto	0,023	0,04	Antymon . . .	0,45	0,04
Aluminjum . . .	0,032	0,04	Bizmut	1,2	0,04
Cynk	0,061	0,04	Rtęć	0,958	0,009
Kadm	0,076	0,04	Konstantan . . .	0,49	
Osmium	0,10	0,04	Manganin . . .	0,42	
Platyna	0,104	0,04	Nikielin	0,42	
Nikiel.	0,09	0,06	Mosiądz	0,07—0,09	
Żelazo	0,1	0,06	Węgiel	ok. 50	

TABELA XVIII.

Przewodnictwo elektryczne λ roztworów wodnych przy 18°.

(Opór właściwy $\rho = \frac{1}{\lambda}$ ohmów na cm długości i cm² przekroju)

%	NH_4Cl	NaCl	$ZnSO_4$	$CuSO_4$	$AgNO_3$	KOH	NaOH	HCL	H_2SO_4
5	0,092	0,067	0,019	0,019	0,026	0,17	0,195	0,395	0,209
10	0,178	0,121	0,032	0,032	0,048	0,31	0,309	0,630	0,392
15	0,259	0,164	0,042	0,042	0,068	0,42	0,349	0,745	0,543
20	0,337	0,196	0,047		0,087	0,49	0,328	0,762	0,653
30			0,044		0,124	0,54	0,207	0,662	0,740
40					0,157	0,45	0,121	0,515	0,680
50					0,186				0,541
Max. przy			0,048 23,5%			0,544 28%		0,767 18,3%	0,740 30,0%

TABELA XIX.

Równoważniki elektrochemiczne.

Liczby dla NH_4Cl i wody oznaczają ilość rozłożonego ciała

	Au	Ag	Cu	Ni	Zn	NH_4Cl	Woda
mg/kul	2,048	1,118	0,329	0,322	0,338	0,555	0,093

(miligramów na kolomb).

TABELA XX.

Ciężary atomowe niektórych pierwiastków.

Nr.			Nr.			Nr.		
47	Ag	107,9	1	H	1,0	88	Ra	226
13	Al	27	80	Hg	200.6	37	Rb	86,5
79	Au	197	53	J	127	16	S	32
56	Ba	137	19	K	39,1	51	Sb	122
83	Bi	209	3	Li	6,9	34	Se	79,2
35	Br	79,9	12	Mg	24,3	14	Si	28,3
6	C	12,0	7	N	14,0	50	Sn	119.0
20	Ca	40,1	11	Na	23,0	38	Sr	87,6
17	Cl	35,5	28	Ni	58,7	73	Ta	182
24	Cr	52,0	8	O	16,0	90	Th	232
29	Cu	63,6	80	Pb	207	92	U	239
26	Fe	55,8	78	Pt	195	30	Zn	65,4

TABELA XXI.

Logarytmy 4-ro cyfrowe.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	42
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	38
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	35
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	32
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	30
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	28
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	26
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	25
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	24
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	22
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	21
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	20
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	19
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	19
24	3802	3820	3838	3856	3873	3892	3909	3927	3945	3962	18
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	17
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	16
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	16
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	15
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	15
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	14
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	14
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	13
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	13
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	13
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	12
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	12
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	12
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	11
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	11
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	11
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	10
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	10
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	10
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	10
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	10
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	9
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	9
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	9
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	9
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	8
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	8
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	8
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	8
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	8
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	8
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	7
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	7
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	7
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	7
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	7
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	7
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	7
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	7
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	6
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	6
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	6
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	6
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	6
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	6
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	6
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	6
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	5
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	5
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	5
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	5
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	5
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	5
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	5
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	5
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	5
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	5
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	4
100	00000	0043	0087	0130	0173	0217	0260	0303	0346	0389	43
101	00432	0475	0518	0561	0604	0647	0689	0732	0775	0817	43
102	00860	0903	0945	0988	1030	1072	1115	1157	1199	1242	42
103	01284	1326	1368	1410	1452	1494	1536	1578	1620	1662	42
104	01703	1745	1787	1828	1870	1912	1953	1995	2036	2078	42
105	02119	2160	2202	2243	2284	2325	2366	2407	2449	2490	41
106	02531	2572	2612	2653	2694	2735	2776	2816	2857	2898	41
107	02938	2979	3019	3060	3100	3141	3181	3222	3262	3302	40
108	03342	3383	3423	3463	3503	3543	3583	3623	3663	3703	40
109	03743	3782	3822	3862	3902	3941	3981	4021	4060	4100	40
110	04139	4179	4218	4258	4297	4336	4376	4415	4454	4493	39
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Skorowidz

Liczby oznaczają stronice. Wielokropek oznacza stronice następne.

SPIS RZECZY.

Rozdział IV. **Z mechaniki sił międzymolekularnych.**

Rozdział V. **Ciepło.**

Rozdział VI. **Optyka.**

Rozdział VII. **Pomiary magnetyczne i elektryczne.**

T a b e l e.
